

Cálculo de la respuesta impulsiva de losas de concreto reforzado ante el caminar humano

Calculation of the impulsive response of reinforced concrete slabs under human walking

Caballero-Garatachea, O.^{1*} , Juárez-Luna, G.² , Lizárraga-Mendiola, L.G.¹ , Escamilla-García, M.A.¹ ,
Cerón-Carballo, J.E.³ , Areu-Rangel, O.S.¹ , Olguín-Coca, F.J.¹  (*omar_caballero@uaeh.edu.mx)

Recibido: 13-06-2024 Aceptado: 20-08-2024

RESUMEN

El análisis de vibraciones tipo impulso de losas macizas de concreto reforzado apoyadas sobre vigas (LMCRAV) ante el caminar humano es un procedimiento utilizado para evaluar y evitar vibraciones excesivas, las cuales pueden ser incómodas para los usuarios. Se han reportado métodos analíticos en la literatura para tales evaluaciones. Sin embargo, muchos ingenieros estructurales, principalmente los que poseen pocos o nulos conocimientos de dinámica estructural, no suelen utilizar estas herramientas analíticas. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es proporcionar recomendaciones prácticas para el cálculo de vibraciones en este tipo de siste-

ma de piso. Se proporcionan ejemplos de aplicación de una metodología propuesta en la literatura, la cual consiste en el cálculo de la respuesta impulsiva de LMCRAV ante el caminar humano. El estudio consta de un análisis comparativo entre resultados analíticos y numéricos. De acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que el procedimiento analítico derivado de la literatura proporciona resultados aceptables, además de ser un procedimiento práctico para los diseñadores estructurales.

Palabras clave: Losa de concreto reforzado, Vibración, Caminar humano.

ABSTRACT

The vibration analysis of RC two-way slabs supported on beams under human walking is a procedure used for evaluating and avoiding excessive vibrations, which may be uncomfortable for users. Some

analytical methods are reported in the literature for such evaluations. However, many structural engineers, who mainly have little or no knowledge of structural dynamics, do not usually use these

¹Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería UAEMH, Carretera Pachuca – Tulancingo Km 4.5, Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, CP 42184.

²Universidad Autónoma Metropolitana, San Pablo No. 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, Ciudad de México, México, CP 02200.

³Ingeniería Civil Forense, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería UAEMH, Carretera Pachuca – Tulancingo Km 4.5, Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, CP 42184.



analytical tools. Therefore, the aim of this work is to provide practical recommendations for the calculation of vibrations in RC two-way slabs. Some application examples are provided for this purpose. A methodology proposed in the literature is used in this work, which consists of calculating the impulsive response of RC two-way slabs under human walking. The study consists of a comparative

analysis between analytical and numerical results. According to the results, it is concluded that the analytical procedure reported in the literature is a practical tool, which provides acceptable results.

Keywords: Reinforced concrete slab, Vibration, Human walking.

INTRODUCCIÓN

Las losas macizas de concreto reforzado apoyadas en dos direcciones (LMCRAV) son subsistemas estructurales que consisten en una losa apoyada sobre vigas y columnas, como se observa en la Figura 1. Este tipo de sistema de piso se destina comúnmente al uso de oficinas o residencias. Al igual que otras tipologías de sistemas de piso, las LMCRAV están sujetas principalmente a vibraciones generadas por actividades humanas tales como el caminar, correr o saltar, ya sea por una o un conjunto de personas. La actividad humana de mayor ocurrencia en este tipo de sistema de piso es el caminar de una persona, que consiste en el desarrollo de una serie de pasos dados a lo largo de una trayectoria definida sobre el sistema de piso.

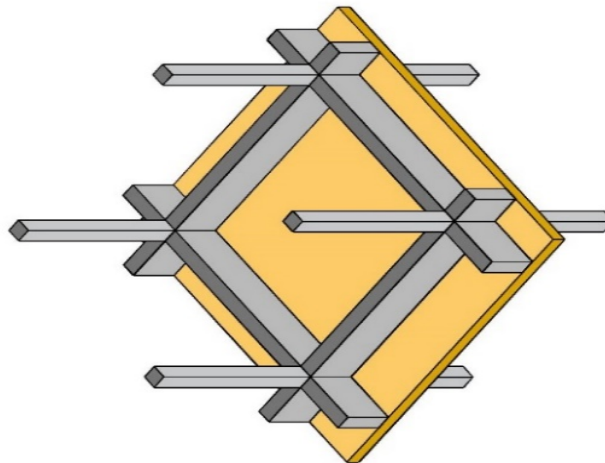


Figura 1: Losa maciza de concreto reforzado en dos direcciones apoyada sobre vigas.

El análisis por vibración de un sistema de piso ante el caminar humano depende principalmente de variables como: carga dinámica representativa del caminar humano como fuente de excitación, frecuencia natural fundamental, f_n , relación de amortiguamiento, ξ , y la respuesta dinámica vertical. En el caso de esta última, un sistema de piso puede exhibir dos tipos de respuesta dinámica vertical ante el caminar humano: transitoria o estacionaria. La respuesta transitoria es similar a un impulso, el cual se atenúa a lo largo del tiempo y ocurre cuando la frecuencia de excitación es considerablemente diferente de la

f_n del sistema piso. Por su parte, la respuesta estacionaria ocurre cuando las frecuencias de excitación y natural son iguales, generando una respuesta continua de amplitud constante. Dado que las LMCRAV son subsistemas constituidos por elementos considerablemente rígidos como vigas y columnas [1][2], y por lo tanto desarrollan frecuencias de vibración significativamente altas en comparación con la frecuencia de excitación debida al caminar humano, se puede deducir que éstas desarrollarán respuestas impulsivas.

El cálculo de respuestas impulsivas en sistemas de piso ante el caminar humano se puede realizar con procedimientos reportados en la literatura, tales como [3], [4], [5], [6], siendo este último de los más utilizados. Este método se deriva del estudio de un sistema de un grado de libertad (S1GDL), donde se variaron frecuencias naturales y fuerzas representativas del caminar humano [7], de tal manera que las velocidades pico calculadas fueron la base para definir una variable denominada impulso efectivo I_{eff} (unidades en N-s), el cual se define por la Ec. (1):

$$I_{eff} = 54 \frac{f_{paso}^{1,43}}{f_n^{1,30}} \quad (1)$$

donde f_{paso} es la frecuencia de paso en Hz. Con la Ec. (2) se calcula la velocidad del sistema de piso:

$$v(t) = \mu_i \mu_j \frac{I_{eff}}{M_{mod}} \quad (2)$$

donde, para una forma modal determinada, μ_i y μ_j son ordenadas que indican el punto de aplicación del impulso y el punto donde se mide la respuesta, respectivamente, y M_{mod} es la masa modal del sistema piso. Este procedimiento simplificado considera una respuesta impulsiva donde el tiempo de impacto es muy bajo. Como se observa, en este procedimiento no se consideran variables como el peso de la persona, la relación de amortiguamiento estructural y el desplazamiento del sistema de piso, variables importantes que pueden ser de gran utilidad para predecir con un nivel de aproximación mayor al 85 % el comportamiento del fenómeno de estudio. Por lo tanto, en [8] se propuso un procedimiento analítico para el cálculo de la vibración de LMCRAV basado en el análisis de S1GDL, cuya solución involucra las variables fundamentales para el análisis: función de carga dinámica cosenoidal representativa del caminar humano (validada en [8]), la f_n del sistema de piso y la relación de amortiguamiento ξ . Este procedimiento se desarrolló con el objetivo de proporcionar herramientas prácticas para el análisis de sistemas de piso que desarrollan respuestas impulsivas ante vibración por el caminar humano. Aunque esta metodología ha sido validada numérica y experimentalmente, aún se requiere del desarrollo de otros ejemplos de aplicación para que el ingeniero que no posee conocimientos avanzados de dinámica estructural y del análisis de vibraciones pueda relacionarse con los elementos básicos de este tipo de análisis, y desarrollar análisis prácticos de aproximación adecuada.

El procedimiento propuesto en [8] se basa en resolver la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad S1GDL sometido a la acción de una carga cosenoidal reportada en [9], como se observa en la Figura 2 y la Ec. (3):

$$M_{mod}\ddot{u} + C_{mod}\dot{u} + K_{mod}u = P_o \cos \omega_s t \quad (3)$$

donde $P_o = P\alpha_i$, P es el peso individual de una persona, α_i es un factor de carga dinámica, i es el número de armónico f_s , es la frecuencia de paso por el caminar de una persona, M_{mod} , K_{mod} y C_{mod} son la masa, rigidez y amortiguamiento modales del sistema de piso, respectivamente.

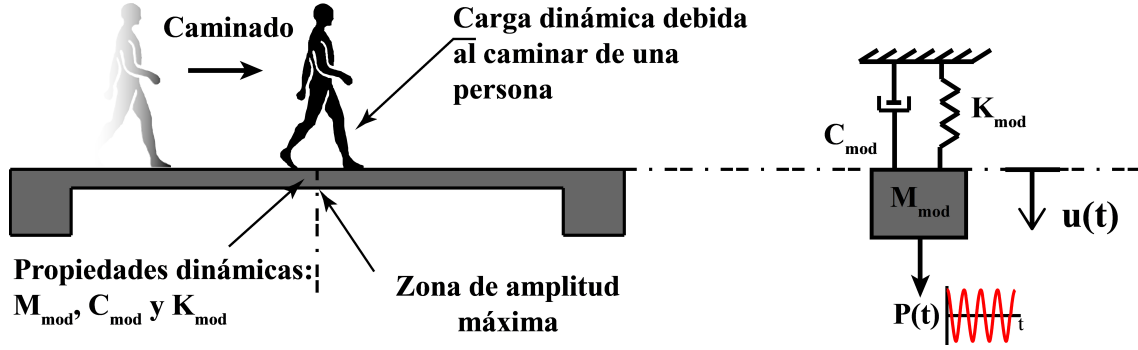


Figura 2: Modelado analítico para el análisis de vibración de un panel aislado de losa ante el caminar humano [8].

La Ec. (3) se resuelve proponiendo una solución, como la que se muestran en la Ec. (4), la cual está compuesta por dos soluciones, complementaria y particular. Sustituyendo la Ec. (4) en la Ec. (3), se tiene como resultado las ecuaciones para la predicción de velocidades y aceleraciones, como se muestra en las Ecs. (5) y (6). Por otra parte, sustituyendo la solución particular de la Ec. (4) en la Ec. (3), se tiene como resultado un sistema de ecuaciones que se resuelven por el método de coeficientes indeterminados, de tal manera que se obtienen los coeficientes D y C (Ecs. (7) y (8), respectivamente). Posteriormente, considerando las condiciones iniciales del fenómeno, se calculan los coeficientes A y B , los cuales se muestran en las Ecs.(9) y (10).

$$u(t) = \exp(-\xi\omega_n t)(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t) + C\sin\omega_s t + D\cos\omega_s t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} du/dt = & -\exp(-\xi\omega_n t)(A\omega_D \sin\omega_D t - B\omega_D \cos\omega_D t) \\ & - D\omega_s \sin\omega_s t + C\omega_s \cos\omega_s t - \xi\omega_n \exp(-\xi\omega_n t)(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} d^2u/dt^2 = & \exp(-\xi\omega_n t)[(2A\omega_D\xi\omega_n + B\xi^2\omega_n^2 - B\omega_D^2)\sin(\omega_D t) + \\ & (A\xi^2\omega_n^2 - 2B\omega_D\xi\omega_n - A\omega_D^2)\cos(\omega_D t)] - [C\omega_s^2 \sin(\omega_s t) + D\omega_s^2 \cos(\omega_s t)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$D = P_o/k_{mod}[1 - (\omega_s/\omega_n)^2]/([1 - (\omega_s/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega_s/\omega_n]^2) \quad (7)$$

$$C = P_o/k_{mod}(2\xi\omega_s/\omega_n)/([1 - (\omega_s/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega_s/\omega_n]^2) \quad (8)$$

$$A = u(0) - D \quad (9)$$

$$B = (u(0) + \xi\omega_n u(0) - \xi\omega_n D - C\omega_s)/\omega_D \quad (10)$$

donde, ω_n es la frecuencia natural del sistema de piso expresada en rad/s, $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ (frecuencia natural amortiguada) y ω_s es la frecuencia de excitación expresada en rad/s.

Al sustituir los valores de las constantes calculadas en la Ec. (6), se puede obtener la respuesta dinámica de un panel de LMCRAV con base en el análisis de un sistema equivalente de un grado de libertad. Las variables principales de la losa por calcular son M_{mod} , K_{mod} , ξ y f_n . Respecto a la fuente de excitación, se especifica la frecuencia de paso y la magnitud de la carga impuesta. La M_{mod} se obtiene a partir de la Ecs.11 o 12 [10],[11]; mientras que K_{mod} se obtiene a partir de la Ec. (13). Por otra parte, ξ puede ser determinada de valores reportados en la literatura, en el caso de este trabajo se utiliza un valor de ξ calculado en una prueba experimental [12].

$$M_{mod} = \iint_A m \phi^2(x, y) M_{total} \quad (11)$$

donde m es la masa por unidad de área, ϕ es la forma modal, M_{total} es la masa total y η es la relación de masa modal. Como se observa, M_{mod} se obtiene a partir del producto de la masa total del sistema por un valor $\eta < 1$ que depende de una forma modal conocida, la cual se obtiene a partir de una función de desplazamientos normalizada al punto de desplazamiento máximo. Una manera práctica para obtener M_{mod} es mediante el análisis de un sistema discreto como lo es un modelo numérico de elementos finitos, como se reporta en [11]:

$$M_{mod} = \sum_{\text{Nodos } i} \delta_i^2 \times dM_i \quad (12)$$

donde δ_i es la deflexión vertical del nodo i normalizado a la deflexión máxima y dM_i es la masa del nodo i en el sistema de piso. Por otra parte, K_{mod} , es un parámetro cuyo cálculo es más complejo, por lo que se puede calcular de manera simplificada como:

$$K_{mod} = (2\pi f_n)^2 M_{mod} \quad (13)$$

Respecto al cálculo de la f_n , se propone utilizar la expresión que proporcionan [13] (Ec. (14)), la cual se basa en el trabajo realizado por [12] y [9]. Esta expresión se basa en el análisis de sistemas de vigas y losas en una dirección e incluye la f_n de los elementos involucrados en el sistema global, como lo es la viga principal y una franja central de losa de ancho unitario.

$$f_n = 0,18 \sqrt{\frac{g}{C_1 \Delta_{viga} + 0,59 C_2 \Delta_{losa}}} \quad (14)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, Δ_{viga} y Δ_{losa} son los desplazamientos de la viga principal y de una franja de losa de ancho unitario, C_1 y C_2 (Ecs. (15) y (16)) son coeficientes que dependen de la relación de claros a_1 (claro corto) y a_2 (claro largo):

$$C_1 = 1,56 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{0,29} \quad (15)$$

$$C_2 = 1,18 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{-0,69} \quad (16)$$

En general, se han resumido los elementos principales para el cálculo de la vibración vertical en losas macizas de concreto reforzado ante el caminar de una persona. La respuesta se puede calcular en términos de desplazamiento, velocidad o aceleración. En el caso de este trabajo se propone calcular la respuesta dinámica en términos de la última, como parámetro práctico para evaluar la vibración. A continuación, se desarrollan 2 ejemplos de aplicación de la metodología antes mencionada, los cuales consisten en el análisis de losas típicas de LMCRAV para uso de oficinas

Descripción de modelos de análisis

En este apartado se estudian dos losas de concreto reforzado. La primera losa (Losa 1) es un modelo hipotético que tiene un claro largo a_2 de 8m y lado corto $a_1 = 4$ m. La segunda losa (Losa 2) es un tablero de losa reportado en [8], el cual forma parte de un sistema multi-tableros. Aunque no fue estudiado experimentalmente, se considera como un ejemplo de tablero de típico de LMCRAV destinado a uso de oficinas. Las dimensiones de la losa son $a_2 = 6.20$ m y $a_1 = 5.60$ m.

En este procedimiento se realiza una comparación entre los resultados calculados con la Ec. (6) y los calculados con modelos numéricos, los cuales se muestran en la Figura 3. En general, los modelos están constituidos de un concreto clase 1, cuyo agregado es tipo basáltico. En el caso de la losa 1, la resistencia a compresión del concreto es $f'_c = 300$ kg/cm², el módulo de elasticidad es $E = 242487$ kg/cm², con base en [13]. En cuanto a la losa 2, la resistencia a compresión del concreto es $f'_c = 460$ kg/cm², el módulo de elasticidad es $E = 292304$ kg/cm², con base en [13]. En el diseño de la Losa 1, se utilizaron cargas distribuidas debidas a carga muerta sobrepuesta con valor de 280 kg/m², y una carga viva máxima de 250 kg/m², de acuerdo con lo especificado en [14] para el uso de oficinas, despachos y laboratorios. Los requerimientos de dimensionamiento de trabes cumplen con los requisitos mínimos para marcos dúctiles [13]. Es importante mencionar que sólo se realizaron análisis debidos a carga gravitacional. En el caso de la Losa 2, las dimensiones de los elementos estructurales ya están definidos. La carga sobre impuesta en este sistema de piso se consideró de 110 kg/m². En ambas losas se consideró un peso propio del concreto de 2400 kg/m³. En la Tabla 1 se muestran los peraltes de losas y trabes cuya base principal fue de 25 cm.

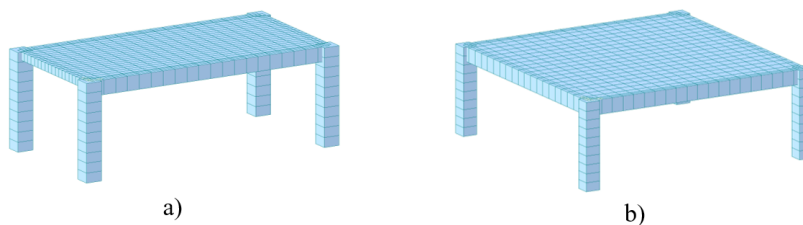


Figura 3: Modelos de losas de análisis.

Evaluación de losas de concreto

1.- Cálculo de la frecuencia natural

El cálculo de la frecuencia natural fundamental de ambas losas se realizó con [13]. En la Tabla 2 se resumen los parámetros derivados de las bajadas de carga correspondientes a cada losa, que constan del cálculo de desplazamientos en la viga principal y en la franja de losa para el posterior cálculo de f_n .

2.- Cálculo de la masa modal M_{mod}

Tabla 1: Peraltes de losas y vigas.

Tipo de losa	Dimensiones			
	e_{losa} (cm)	h_{claro}	a_1 (cm)	a_2 (cm)
Losa 1	11		30	45
Losa 2	13		60	60

La masa modal de un sistema de piso depende de la masa total M_{total} y un factor η . Considerando que la relación de masa modal es $\eta=0.25$, la masa modal calculada para cada losa es como la que se resume en la Tabla 2.

Tabla 2: Cálculo de la frecuencia natural en losas 1 y 2.

Variable	Magnitud	
	Losa 1	Losa 2
c_1	1.56	1.51
c_2	1.18	1.26
Δ_{viga} (cm)	0.15	0.19
Δ_{losa} (cm)	0.06	0.03
f_n (Hz)	10.83	13.03
Masa total (kgs ² /cm)	12.62	20.96
Masa Modal (kgs ² /cm)	3.15	5.24

3.- Cálculo de la rigidez modal K_{mod} .

La rigidez K_{mod} , se calcula con la Ec. (17). En el caso de la Losa 1 se tiene que:

$$K_{\text{mod}} = (2\pi f_n)^2 M_{\text{mod}} = [2\pi(10,83)]^2 (3,15) = 14586 \text{ kg/cm} \quad (17)$$

En el caso de la Losa 2:

$$K_{\text{mod}} = (2\pi f_n)^2 M_{\text{mod}} = [2\pi(13,03)]^2 (5,24) = 35122 \text{ kg/cm} \quad (18)$$

4.- Definición de función de carga

La función de carga utilizada en la solución analítica está representada por $F(t)=P\alpha_i \cos(2\pi i f_s t)$ [9]. En este caso se propone el peso de una persona $P=70$ kg; el valor de i permanece como 1, ya que sólo se involucra la frecuencia más baja del caminar de la persona; el valor de α_i es de 0.5 y la frecuencia de paso f_s es de 2.1 Hz.

5.- Definición de la relación de amortiguamiento

En este caso se propone un valor de la relación de amortiguamiento que corresponde a una losa destinada a uso de oficinas y cuyo valor es $\xi=0.078$ [12]. Cabe, mencionar que en la literatura existen recomendaciones para proponer este valor, por ejemplo [11].

7.- Cálculo de la aceleración

Los coeficientes C y D dependen principalmente de la frecuencia de excitación y de la frecuencia natural de la losa, ambos en términos de la frecuencia angular $\omega=2\pi f$. Por lo tanto, al sustituir todos

los valores de los parámetros mencionados en los pasos 1 a 6 se tiene como resultado los valores de los coeficientes C y D . Por lo tanto, los valores de los coeficientes A y B pueden ser calculados. En general, los parámetros necesarios para el cálculo de la aceleración analítica se resumen en la Tabla 3. Sustituyendo los valores de esta tabla en la Ec. (6) se tiene una respuesta dinámica como la que se muestra en la Figura 4. En este caso la magnitud de interés es la respuesta máxima, cuyos valores son 11.11 y 9.25 cm/s^2 para las Losas 1 y 2, respectivamente.

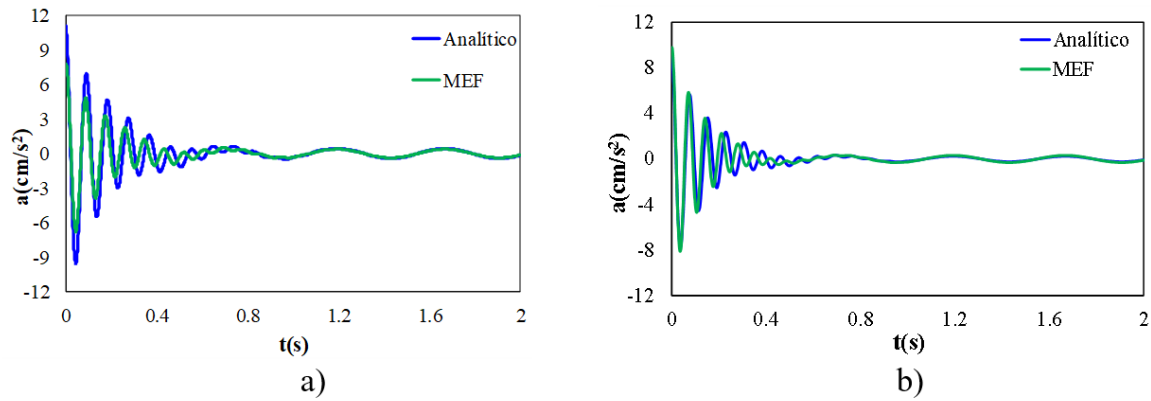


Figura 4: Respuesta dinámica numérica de losas: a) 1 y b) 2.

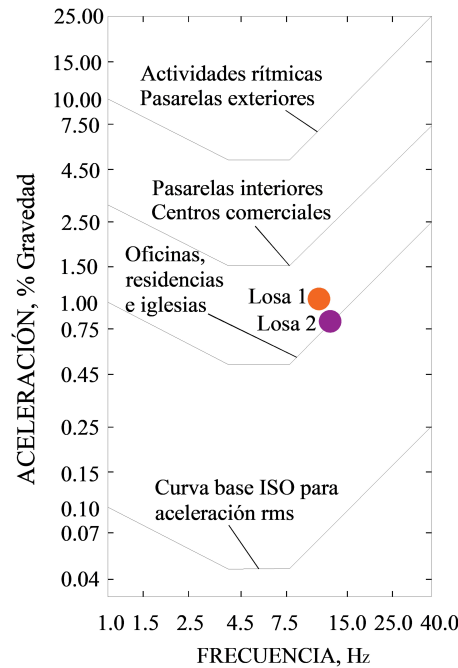


Figura 5: Evaluación de la perceptibilidad de losas de concreto [9].

Tabla 3: Propiedades para obtención de la aceleración.

Variable	Magnitud	
	Losa 1	Losa 2
ξ	0.078	0.078
ω_s (rad/s)	13.19	13.19
ω_n (rad/s)	68.00	81.87
ω_D (rad/s)	67.84	78.61
A (cm)	-0.00250	-0.00140
B (cm)	-0.00020	-0.00010
C (cm)	0.00008	0.00004
D (cm)	0.00250	0.00140

Solución numérica

Considerando que la simulación numérica del caminar humano sobre un sistema de piso mediante la aplicación de una carga armónica puntual ha sido validada anteriormente por [8]. Se aplica esta carga dinámica puntual en los modelos numéricos de la Figura 3, los cuales se analizaron con [15]; teniendo así las respuestas dinámicas como se muestra en la Figura 4. Las respuestas máximas fueron de 10.70 y de 9.50 cm/s² para las Losas 1 y 2, respectivamente. Comparando entre ambas respuestas se observan diferencias entre ambas soluciones de aproximadamente el 3.69 y el 2.6 % en la respuesta máxima. Estas diferencias se deben al error acumulado en la derivación desde el desplazamiento a la aceleración en el modelo numérico. Por lo tanto, se tiene que la solución exacta describe aceptablemente el comportamiento dinámico de los sistemas de piso analizados.

Evaluación de la perceptibilidad ante vibraciones excesivas.

Considerando la necesidad de evitar vibraciones excesivas que potencialmente pueden ocurrir en un sistema de piso, se utiliza un nomograma de perceptibilidad de las vibraciones [9], para evaluar las amplitudes de movimiento aceptables por las personas. Por lo tanto, se evalúan los niveles de vibración de los tableros de losa analizados. Con base en los resultados de la Tabla 4, se grafican los puntos correspondientes a cada losa como se muestra en la Figura 5. Dado que ambos sistemas de piso están destinados a uso de oficinas, se observa que ambas losas exceden la curva límite de vibración permisible, por lo que se requiere disminuir su respuesta dinámica. Por lo tanto, se recomienda rigidizar la estructura, en el caso de losas de concreto reforzado apoyadas sobre vigas, incrementar el momento de inercia de las trabes principales del claro más largo es lo más factible.

Tabla 4: Propiedades para obtención de la aceleración.

Respuesta dinámica		
Losa	f_n (Hz)	a/g (%)
1	10.83	1.13
2	13.03	0.94

CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrollan ejemplos de aplicación del método propuesto por [8] para cálculo de respuestas dinámicas impulsivas de LMCRAV ante el caminar humano. La metodología propuesta proporciona resultados con una aproximación mayor al 85 %, tal como se reporta en [8], y cuyo estudio se basa en la comparación entre resultados analíticos, numéricos y experimentales. Por su parte, el método propuesto por [6] proporciona niveles de aproximación similares, con una expresión bastante simple. Sin embargo, no involucra parámetros esenciales del análisis de vibraciones en sistemas de piso, lo cual es necesario proporcionar a los ingenieros estructurales, principalmente a aquellos que cuentan con pocos o nulos conocimientos de dinámica estructural. Por lo tanto, con el procedimiento propuesto se pretende que el ingeniero estructural adquiera una sensibilidad significativa en el análisis de parámetros que definen la vibración del sistema de piso, lo cual es necesario para desarrollar diseños estructurales o alternativas de mitigación de la vibración que garanticen el confort de los usuarios.

Considerando que la Ec. (14) se basa en la utilización de una ecuación derivada de un sistema de losa en una dirección propuesta en [9], su modificación y adaptación se considera válida para el cálculo de la f_n de losas en dos direcciones apoyada sobre vigas. Esta propuesta se basa en un estudio realizado en [12], que consta un estudio numérico-experimental del comportamiento dinámico de este tipo de sistema de piso. De acuerdo con los resultados del análisis comparativo realizado en este trabajo, se deduce que los valores de M_{mod} , K_{mod} y la f_n calculados con las expresiones analíticas proporcionan resultados razonables en el cálculo de la aceleración de la losa. Es importante resaltar que las variables mencionadas son sensibles a cambios que pueden ocurrir en la distribución de cargas o cambios de geometría del sistema de piso. Por lo que el procedimiento propuesto proporciona resultados aceptables siempre que se garantice una simetría en la distribución de masas y rigideces sobre el área total del sistema de piso. Por otra parte, aunque no se considera el efecto de la actividad de otras personas en el sistema de piso al momento de la excitación, la actividad de una sola persona es la que comúnmente ocasiona las máximas amplitudes de movimiento. Por lo tanto, a pesar de que la expresión analítica propuesta es una solución conservadora para el análisis de la vibración, se pueden calcular valores de aproximación razonable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma de Hidalgo por el apoyo proporcionado en la realización de este trabajo. El segundo autor agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana por las facilidades proporcionadas a la realización de este trabajo y a la empresa MIDAS Information Technology por la licencia académica proporcionada.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Omar Caballero: Conceptualización, Metodología, Curación de datos, Preparación de borrador original, Redacción - Revisión y edición, Visualización. **Gelacio Juárez:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Liliana G. Lizárraga:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Marco A. Escamilla:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Jesús E. Cerón:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Omar S. Areu:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Francisco J. Olguín.** Validación, Redacción - Revisión y edición.

REFERENCIAS

- [1] O. Caballero and G. Juárez. Estudio de las variables que influyen en el control de la frecuencia natural de vibración en losas de concreto reforzado. In *XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán, México, Noviembre, 2016, pp. 1–13.
- [2] G. Juárez and O. Caballero. Variables que influyen en la frecuencia natural de losas macizas de CR apoyadas en dos direcciones. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, vol. 25, No. 4, pp. 561–579, 2020. DOI: 10.24133/riie.v25i4.1863.
- [3] E. E. Ungar and R. W. White. Footfall-induced vibrations of floors supporting sensitive equipment. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 13, pp. 10–13, 1979.
- [4] T. A. Wyatt and A. F. Dier. Building in steel, the way ahead. In *International Symposium: Building in Steel. The Way Ahead*, 1989.
- [5] T. A. Wyatt. Design Guide on the Vibration of Floors. *The Steel Construction Institute, Construction Industry Research and Information Association*, Londres, 1989.
- [6] M. Willford, P. Young, and C. Field. Predicting footfall-induced vibration: part 1. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, vol. 160, No. 2, pp. 65–72, 2007.
- [7] S. C. Kerr. Human induced loading on staircases. Ph.D. dissertation, Mechanical Engineering Department, University College, Londres, 1998.
- [8] O. Caballero-Garatachea, A. G. Ayala-Milián, G. Juárez-Luna, and M. A. Escamilla-García. Procedimiento analítico para el cálculo de respuestas impulsivas en sistemas de piso ante el caminar humano. *DYNA*, vol. 91, No. 232, pp. 86–94, abr. 2024. DOI: 10.15446/dyna.v91n232.111377.
- [9] AISC. Steel Design Guide 11, Floor vibrations due to human activity. *American Institute of Steel Construction*, Chicago, Estados Unidos, 1997.
- [10] A. L. Smith, S. J. Hicks, and P. J. Devine. Design of floors for vibrations: a new approach. *Steel Construction Institute. SCI Publication P354*, Ascot, Reino Unido, 2009.

-
- [11] HIVOSS. Human induced vibration of steel structures. *Research Fund for Coal & Steel, European Commission*, 2007.
 - [12] O. Caballero. Determinación de recomendaciones de diseño de losas de vigueta y bovedilla y losas macizas de concreto reforzado sujetas a vibración. *Tesis Doctoral*, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, Ciudad de México, México, 2020.
 - [13] NTCC-23. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México D.F., 2023.
 - [14] NTCE-23. Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las edificaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México D.F., 2023.
 - [15] MIDAS/GEN. Analysis manual for MIDAS/Gen Ver. 18. *Midas Information Technology Co. Ltd.*