



IDEAS EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México



Ajuste multilíneal de la ley de ablandamiento en análisis lineales secuenciales para la aproximación del comportamiento no-lineal de estructuras

Evaluación de un letrero publicitario de acero estructural

Cálculo de la respuesta impulsiva de losas de concreto reforzado ante el caminar humano

Aproximación del tiempo de recuperación de edificios dañados por terremoto

Efecto de las vibraciones ambientales y forzadas sobre las estructuras y los usuarios

Evaluación de las diferentes configuraciones de amortiguadores de fluido viscoso lineal en el comportamiento sísmico para el Valle de México

Métodos analíticos y numéricos para el análisis de placas delgadas

Evaluación aproximada de la vida útil de vigas de concreto en ambientes costeros diseñadas conforme a la norma de concreto de la Ciudad de México





Universidad Autónoma del Estado de México

Consejo Editorial

Universidad Autónoma del Estado de México, México

Directora: Dra. Rosa María Valdovinos Rosas ORCID 0000-0001-9954-0653
Editora técnica: Dra. Mireya Salgado Gallegos ORCID 0000-0003-2675-9456
Editor técnico: Dr. Javier Salas García ORCID 0000-0002-1297-7893

Universidad Católica de Murcia, España

Editora científica: Dra. Angélica Guzmán Ponce ORCID 0000-0002-7844-1266

Comité Científico

Ingeniería y tecnología civil y en arquitectura

Dr. Francisco Héctor Bañuelos García – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-8231-6599
Dr. Héctor Rodrigo Amezcua Rivera – Facultad de Ingeniería UNAM, México ORCID 0000-0002-5991-0020
Dr. Marco Antonio Escamilla García – Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México ORCID 0000-0001-5276-4369

Ingeniería y tecnología en Ciencias Computacionales e Inteligencia Artificial

Dra. Juana Canul Reich – Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México ORCID 0000-0003-1893-1332
Dr. Daniel Valero Carreras – Universidad Católica de Murcia, España ORCID 0000-0002-9025-9950
Dr. Antonio Jesús Banegas Luna – Universidad Católica de Murcia, España ORCID 0000-0003-1158-8877

Ingeniería y tecnología en Mecánica y Sistemas Energéticos

Dra. María Dolores Durán García – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-7569-249X
Dr. Álvaro Eduardo Lentz Herrera – Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México ORCID 0009-0008-9460-2251

Ingeniería y tecnología en Ciencias del Agua

Dr. Juan Manuel Esquivel Martínez – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0003-1864-4501
Dra. Edith Rosalba Salcedo Sánchez – Universidad Autónoma de Guerrero, México ORCID 0000-0003-2559-5306
Dra. Laura Conde Baéz - Universidad Autónoma de Guerrero, México ORCID 0000-0003-0250-7916

Ingeniería y tecnología en Cadena de Suministro

Dra. Lourdes Loza Hernández – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0001-5107-7110
Dr. Manuel González de la Rosa – Tecnológico Nacional Campus Toluca, México ORCID 0009-0000-6558-6493
Dr. Agustín Bustos Rosales – Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, México ORCID 0000-0001-5074-0355
Dr. Rodolfo Mendoza Gómez – Tecnológico de Monterrey Campus León, México ORCID 0000-0002-9119-3412

Ingeniería y tecnología en Robótica, Mecatrónica, Industria 4.0 y Biomédica

Dr. Juan Manuel Jacinto Villegas – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-0964-4844
Dra. Nadia Vanessa García Hernández – CINVESTAV, Unidad Saltillo, México ORCID 0000-0003-1944-0519
Dr. Oscar Osvaldo Sandoval González – Instituto Tecnológico de Orizaba, México ORCID 0000-0002-0309-5231
En cada número de la revista se cuenta con un editor invitado adscrito a una institución de educación superior de prestigio.

Editor Invitado

Dr. Darío Rivera Vargas

Universidad Nacional Autónoma de México

IDEAS EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, Año 4 , Vol. 2, Núm. 3, Número Especial 2024, es una publicación semestral editada por la Universidad Autónoma del Estado de México, Instituto Literario 100 Ote., Colonia Centro, Toluca, Estado de México, C.P. 50000, Tels. 7222-14-08-55, <https://hemeroteca.uaemex.mx/index.php/ideasingeneria>, ideasencienciai_fi@uaemex.mx. Directora: Rosa María Valdovinos Rosas, Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, Cerro de Coatepec s/n, Toluca, Estado de México, C.P. 50130, Tel. 7222140855. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo no. 04-2023-033108322300-102, ISSN: 2992-7447, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor (INDAUTOR). Responsables de la última actualización de este número, Mireya Salgado Gallegos y Javier Salas García, Facultad de Ingeniería. Diseño de portada y Diseño Editorial, Javier Salas García. Fecha de última modificación: 12 de octubre de 2024.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación. Se autoriza la reproducción total o parcial del contenido aquí publicado sin fines de lucro, siempre y cuando no se modifique, se cite la fuente completa y su dirección electrónica en términos de licencia aplicable. Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional (CC BY-NC). Hecho en México, Universidad Autónoma del Estado de México (UAEMEX), 2024.



CONTENIDO

Pág.

Carta del Editor

Dr. Darío Rivera Vargas.

3

Ajuste multilíneal de la ley de ablandamiento en análisis
lineales secuenciales para la aproximación del comportamiento
no-lineal de estructuras

Amezcuca Rivera, H.R.; Ayala Milián, A.G.; González Calva, C.E.;
Lagunas Muñoz, J.A.

5

Evaluación de un letrero publicitario de acero estructural

Cerón-Carballo, J.E.; Caballero-Garatachea, O.; Navarro-Gómez, H.I.

21

Cálculo de la respuesta impulsiva de losas de concreto
reforzado ante el caminar humano

Caballero-Garatachea, O.; Juárez-Luna, G.; Lizárraga-Mendiola, L.G.;
Escamilla-García, M.A.; Cerón-Carballo, J.E.; Areu-Rangel, O.S.;
Olguín-Coca, F.J.

34

Aproximación del Tiempo de Recuperación de Edificios
Dañados por Terremoto

Gutiérrez Trejo, J.; Bañuelos García, F.; Ayala Milián, G.

46

Efecto de las Vibraciones Ambientales y Forzadas sobre las
Estructuras y los usuarios

Escamilla-García, M.A.; Méndez-Romero, H.; Ayala-Milián, A.G.;
Caballero- Garatachea, O.; Bañuelos-García, F.H.

62

Evaluación de las diferentes configuraciones de
Amortiguadores de Fluido Viscoso Lineal en el
comportamiento sísmico para el Valle de México

Bañuelos-García, F.H.; Gutierrez-Trejo, J.; De La Colina, J.

78

Métodos analíticos y numéricos para el análisis de placas
delgadas

De-la-Colina, J.

89

Evaluación aproximada de la vida útil de vigas de concreto en
ambientes costeros diseñadas conforme a la norma de concreto
de la Ciudad de México

Barradas-Hernández, J.E.; Vargas-Colorado, A.; Márquez-
Domínguez, S.; Carpio-Santamaría, F.A.; Piña-Flores, J.

105



Carta del Editor

Dr. Darío Rivera Vargas

En este número de la Revista *Ideas en Ciencias de la Ingeniería* se presentan ocho artículos cuyos contenidos aportan en el campo de la ingeniería estructural. Los tópicos que se abordan en estos artículos se enfocan a criterios de modelación tanto de material como de elementos estructurales, a fin de mejorar la estimación de la respuesta de las edificaciones ante diferentes solicitaciones de carga, así

como para ciertas condiciones patológicas que puedan tener las mismas. De igual forma se tratan temas relacionados con la ingeniería sísmica, en donde se tocan aspectos relacionados con la evaluación de la resiliencia de los edificios y el uso de dispositivos de control de respuesta sísmica para mejorar su desempeño.

De esta manera, el primer artículo se enfoca a la modelación de materiales cuasi-frágiles, como el concreto y la mampostería, con base en el estudio de una ley de ablandamiento, para con ello buscar mayor eficiencia computacional y una respuesta representativa de las estructuras en el rango de comportamiento no lineal. Lo anterior resulta relevante, si se toma en consideración que los códigos de diseño de las construcciones cada vez visualizan la necesidad de realizar análisis no lineales, por lo que es fundamental estar atentos de las innovaciones que se vayan teniendo al respecto.

El segundo artículo versa sobre el comportamiento de una construcción destinada a un letrero publicitario, al estar expuesta a cargas accidentales como sismo y viento, entre otros efectos climáticos. Con este estudio se pretende mostrar los criterios de diseño requeridos a fin de que este tipo de estructuras cumplan con el estado límite de servicio.

Siguiendo con el tópico del comportamiento estructural, el tercer artículo trata sobre las vibraciones tipo impulso que induce el caminar humano en losas macizas de concreto reforzado, apoyadas sobre vigas. Con esta investigación se propone un procedimiento para evaluar y evitar vibraciones excesivas que motiven incomodidad en los usuarios.

Sin embargo, una de las incógnitas son las vibraciones tolerables que pueden admitir los usuarios en cierto tipo de edificación. En ese sentido, el cuarto artículo presenta un estudio experimental en campo sobre la medición de vibraciones en una estructura, en donde se busca reflexionar sobre las tolerancias humanas y estructurales que se recomiendan en normas internacionales especializadas sobre el tema.

Ahora bien, las construcciones enfrentan un enemigo silencioso como es el sismo, el cual ha demostrado generar daños severos hasta llevarlas al colapso. Durante los sismos recientes

se ha visto la necesidad de contar con edificios que se puedan usar después de un terremoto de gran intensidad. Bajo este escenario, el quinto artículo presenta una metodología para evaluar el tiempo de recuperación en términos probabilistas de edificios que han sido dañados por sismo, lo que permitirá en el futuro mejorar los criterios de diseño sísmico con miras a obtener edificaciones resilientes.

No obstante, se tiene que vislumbrar el uso de tecnologías para controlar la respuesta sísmica de los edificios. En consecuencia, el sexto artículo muestra los beneficios que se pueden lograr con la implementación de amortiguadores de fluido viscoso lineal en un edificio de acero de 9 niveles, en donde el desempeño estructural es bastante satisfactorio ante sismos de gran intensidad, como el registrado en la estación SCT, durante el temblor de Michoacán de 1985.

Regresando a los aspectos de modelación, las placas son elementos estructurales ampliamente usados para resolver diferentes problemas en la ingeniería estructural, sin embargo se ha buscado contar con criterios de análisis simplificados y con buena estimación de la respuesta estructural. En este tenor, el séptimo artículo presenta de forma general la teoría general de placas delgadas, así como algunos métodos analíticos y numéricos usados para su análisis. Para su mejor comprensión se presenta un ejemplo de aplicación en una placa con geometría atípica, analizada con ayuda de Matlab.

De igual forma, el aspecto patológico que pueden presentar los elementos estructurales, cuando están expuestos a ambientes agresivos, representa un reto el análisis de su durabilidad. Así, el último artículo reflexiona sobre la aplicación de un modelo de durabilidad en una viga de concreto reforzado, ubicada en un ambiente de costa, para con ello verificar si con los criterios de diseño convencionales se puede lograr la vida útil de proyecto.

Como se podrá apreciar, este número trae artículos de gran interés que pueden ser de utilidad para mejorar la práctica del diseño estructural de las construcciones. También es un fiel reflejo de los grandes proyectos de investigación que se desarrollan en varias instituciones académicas del país y que pueden servir de inspiración para futuras generaciones interesadas en el estudio de la ingeniería estructural.

Atentamente,

Dr. Darío Rivera Vargas
Editor Invitado
Ideas en Ciencias de la Ingeniería

Ajuste multilinear de la ley de ablandamiento en análisis lineales secuenciales para la aproximación del comportamiento no-lineal de estructuras

Multilinear softening-law fitting in sequentially linear analysis for approximation of nonlinear behaviour of structures

Amezcu Rivera, H.R.^{1*} , Ayala Milián, A.G.² , González Calva, C.E.² , Lagunas Muñoz, J.A.²
(*rodrigo_amezcua@comunidad.unam.mx)

Recibido: 30-04-2024 Aceptado: 08-06-2024

RESUMEN

Generalmente, la ley de ablandamiento de un material cuasi-frágil no se considera como un parámetro importante al momento de seleccionar el modelo matemático a emplear para la ejecución de un análisis no-lineal de una estructura y/o elemento estructural elaborado con dicho material. Sin embargo, es de esperarse que el ablandamiento de un material en particular no siempre sea igual, especialmente si consideramos a los materiales compuestos elaborados *in-situ* y/o que dependen de componentes cuyo origen y, en consecuencia, sus características pueden ser muy diversas, *e.g.*, el concreto y la mampostería. Uno de los modelos numéricos que ha demostrado ser computacionalmente eficiente en la aproximación del comportamiento no-lineal de estructuras, elaboradas con materiales cuasi-frágiles, consiste en la ejecución de análisis lineales secuenciales. Originalmente, en este modelo se asume una

ley de ablandamiento lineal y ha sido modificado por otros autores que han propuesto otras formas, independientemente de ello, la forma de la ley de ablandamiento que se elija deberá ser la misma en cada aplicación del modelo. Por esta razón, en este trabajo se presenta una modificación al modelo de análisis lineales secuenciales para que la ley de ablandamiento se ajuste mediante aproximación multilinear a cualquier forma, *e.g.*, la obtenida mediante un experimento. Los resultados obtenidos en este trabajo muestran que la aproximación al comportamiento no-lineal experimental de una prueba de tres puntos de flexión mejora considerablemente con el ajuste propuesto.

Palabras clave: análisis lineales secuenciales, análisis no-lineal, ley de ablandamiento.

¹Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, 04510, México.

²Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, 04510, México.



ABSTRACT

The softening law of a quasi-brittle material is generally not considered a significant parameter when selecting the mathematical model to employ for performing a nonlinear analysis of a structure and/or structural element made with such a material. However, it is expected that the softening of a particular material may not always be the same, especially when considering *in-situ* composite materials and/or those dependent on components for which origin and, consequently, characteristics can vary greatly, *e.g.*, concrete and masonry. One of the numerical models that has proven to be computationally efficient in approximating the nonlinear behaviour of structures made with quasi-brittle materials is the execution of sequentially linear analysis.

Originally, this model assumes a linear softening law and despite it has been modified by other authors to consider other forms, the softening law is always a fixed parameter in this model. For this reason, this work presents a modification to the model of sequentially linear analysis so that the softening law can be adjusted through multilinear approximation to any form, *e.g.*, that obtained through an experiment. The results obtained in this work show that the approximation to the experimental nonlinear behaviour of a three-point bending test is considerably improved with the proposed adjustment.

Keywords: sequentially linear analysis, nonlinear analysis, softening law.

INTRODUCCIÓN

Cada vez es más común que los ingenieros especialistas en estructuras consideren, dentro de sus tareas cotidianas en el proceso de análisis y diseño estructural, que los elementos de una estructura pueden dañarse ante ciertas demandas como, por ejemplo, las generadas por un sismo o por la acción del viento. Esto se hace evidente al observar que la admisión del daño en las estructuras es parte fundamental en el desarrollo de filosofías de diseño estructural desde hace algunas décadas como las basadas en desplazamientos [1], en energía [3] y en resiliencia [4].

Una de las implicaciones que tiene el considerar que los elementos estructurales pueden experimentar daño para cierto nivel de demanda, es que convierte al problema matemático de análisis estructural en un problema no-lineal, en el que los principios de superposición y homogeneidad dejan de ser válidos cuando inicia el daño, *e.g.*, aparición de grietas y/o deformaciones permanentes. Esto involucra necesariamente el empleo de un modelo matemático que permita aproximar la solución del problema no-lineal.

Dependiendo de la cantidad de hipótesis simplificadoras del problema que se consideren en el modelo numérico, estos pueden ser complejos o muy simples. Una elección adecuada de un modelo numérico debe considerar esencialmente el objetivo del problema a resolver y la disponibilidad de los recursos humanos, computacionales y hasta económicos. Adicionalmente, debe existir un equilibrio, ya que un modelo exageradamente simplificado, aunque sea muy sencillo de analizar, no proveerá resultados que se correspondan con la realidad.

El uso de un modelo numérico complejo con pocas hipótesis simplificadoras y que contemple una cantidad importante de fenómenos físicos interactuando en un mismo problema tiene la desventaja de requerir recursos computacionales altos y, adicionalmente, recursos humanos con la formación suficiente tanto para la generación del modelo como para la interpretación de los resultados. Así, el uso de modelos muy complejos genera mucho interés en actividades académicas de investigación, pero muy poco o nulo para aplicaciones prácticas de la ingeniería estructural.

Un ejemplo de modelos numéricos complejos empleados en el análisis de estructuras es el uso del Método de los Elementos Finitos (MEF) en conjunto con un modelo constitutivo *ad hoc* al material, e.g., concreto, mampostería o acero. En la actualidad, existen numerosos modelos constituidos cuya formulación, para la gran mayoría de los empleados en ingeniería estructural, está basada en la teoría de plasticidad o la teoría del daño. Así, los primeros están orientados a la aparición de deformación permanentes y los segundos a una pérdida de la rigidez inicial. También existen modelos constitutivos basados en una combinación de ambas teorías [5, 6].

Una de las estrategias que es computacionalmente eficiente para aproximar el comportamiento no-lineal de materiales cuasi-frágiles, como el concreto, consiste en la conocida como Análisis Lineales Secuenciales (ALS) que fue desarrollada por Rots [7]. Esta propuesta consiste en la ejecución de una serie de análisis lineales empleando el MEF en los que las propiedades mecánicas del material se degradan de manera secuencial. La forma en la que se degradan dichas propiedades se conoce como ley de ablandamiento y, en la propuesta original de Rots [7], esta ley es lineal.

Más adelante, otros autores propusieron el uso de una ley de ablandamiento bilineal [8] y no-lineal [9] dentro del procedimiento de ALS. Sin embargo, estas modificaciones implicaron el desarrollo de formulaciones analíticas para contar con expresiones matemáticas que permitan calcular los valores de las propiedades mecánicas para cada análisis lineal. De esta manera, se requiere el desarrollo de una nueva formulación analítica para cada ley de ablandamiento que se proponga emplear dentro del procedimiento de ALS.

En este artículo, se propone una modificación al método ALS que permite el ajuste a cualquier forma de ley de ablandamiento mediante un ajuste multilíneal. Por ejemplo, de contar con una curva de comportamiento del material obtenida mediante un experimento, este procedimiento permite encontrar una ley de ablandamiento multilíneal que se ajusta a dichos resultados experimentales.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS LINEALES SECUENCIALES (ALS)

El procedimiento de ALS aproxima el ablandamiento característico de los materiales cuasi-frágiles en la curva de esfuerzo-deformación mediante una aproximación dentada de una ley de ablandamiento lineal (Figura 1). Según lo mostrado en la Figura 1, y de acuerdo con lo establecido por algunos autores [8, 10], es previsible que la formulación original de ALS subestime el área bajo la curva esfuerzo-deformación del material. Por esta razón, Rots e Invernizzi [10] mejoraron la formulación de ALS, proponiendo un procedimiento de regularización de malla con el que buscan disminuir su influencia. Esta propuesta considera un factor que escala tanto la resistencia a tensión como la deformación última del material en cuestión.

La aplicación de ALS consiste en la ejecución sucesiva de análisis con comportamiento elástico-lineal para el material en los que se degrada la rigidez del elemento más demandado mediante la disminución de su módulo de elasticidad, E , y su resistencia a tensión, f , siguiendo la ley de ablandamiento lineal (Figura 1) [8]. Este procedimiento continúa hasta que los elementos donde se espera que ocurra el daño llegan valores de rigidez residual muy cercanos a cero [8].

Etapas 1: Construcción del modelo matemático

De acuerdo con la Figura 2, el procedimiento inicia con la etapa 1 que corresponde a la construcción del modelo de elementos finitos que incluye la discretización de la estructura empleando elementos fini-

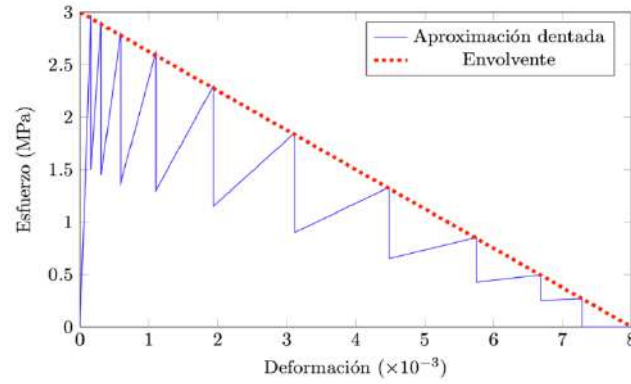


Figura 1: Aproximación dentada de una ley de ablandamiento lineal para la aplicación de ALS [8].

tos sólidos y asignando las cargas como unitarias. Posteriormente, estas cargas se escalarán en la etapa 2. En la propuesta original de Rots [7], estos elementos son cuadriláteros de aproximación lineal para aplicar integración reducida (IR) considerando una cuadratura de 1x1 en los elementos donde se asume que se presentará el daño de acuerdo con lo observado experimentalmente y/o en estructuras similares. Adicionalmente, se asignan los parámetros para el análisis como módulo de elasticidad, relación de Poisson, resistencia a tensión, energía de fractura y ancho de grieta.

Etapla 2: Ejecución de análisis lineales

La etapa 2 consiste en la ejecución de los análisis lineales de manera secuencial, considerando un comportamiento de esfuerzo plano. Posteriormente, se identifica el elemento para el cual el esfuerzo principal de tensión, σ_{tt} , es el más cercano a su resistencia a tensión actual, f_t , *i.e.*, elemento crítico. Posteriormente se calcula el factor de escala, λ , de acuerdo con lo establecido en la Ec. (1).

$$\lambda = \frac{f_t}{\sigma_t} \quad (1)$$

A continuación, se escala la carga unitaria asignada en la etapa 1 empleando el factor λ . A esta carga escalada se le conoce como la carga crítica global, P_i , y, además, se determina su desplazamiento global correspondiente, d_i . Finalmente, se reducen el módulo de elasticidad y la resistencia a tensión del elemento crítico de acuerdo con la ley de ablandamiento lineal (Figura 1), utilizando las Ecs. (2) y (3), respectivamente.

$$E_i = \frac{E}{a^i} \quad (2)$$

$$f_{ti} = \epsilon_0 E_i \left(\frac{D}{E_i + D} \right) \quad (3)$$

En estas ecuaciones, el sufijo i indica el número de análisis, a es un factor calculado en función del número de veces que un mismo elemento puede ser seleccionado como elemento crítico, *i.e.*, número de dientes. Por ejemplo, Rots [7] sugiere valores de a iguales a 4, 2, y $\sqrt{2}$ para 5, 10 y 20 dientes. Finalmente, ϵ_0 es la deformación última y D es la tangente del diagrama de la Figura 1 calculado con la Ec. (4).

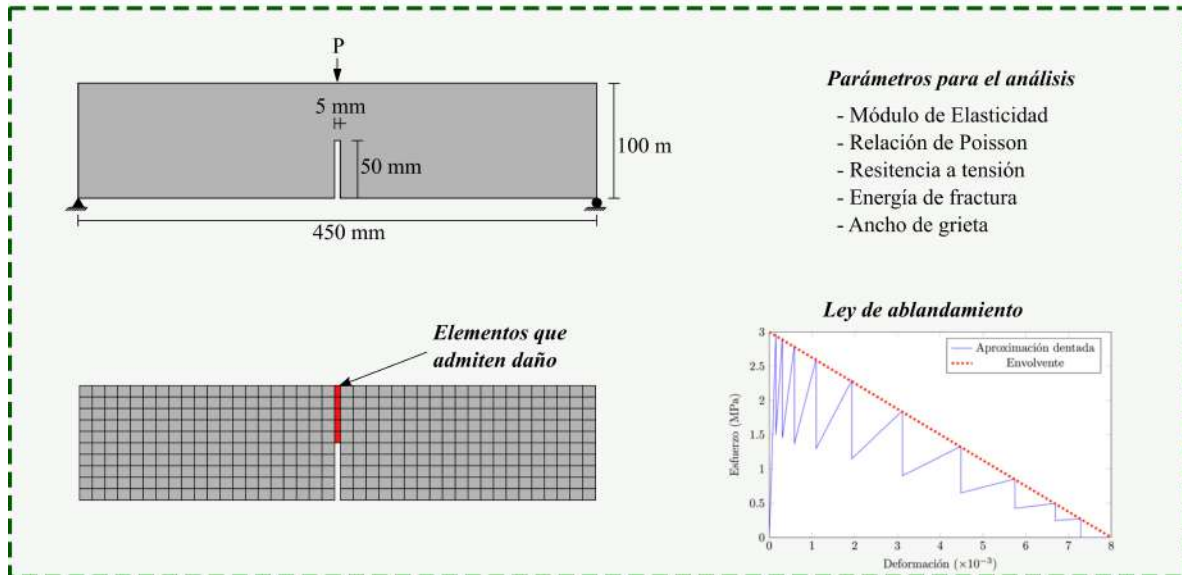
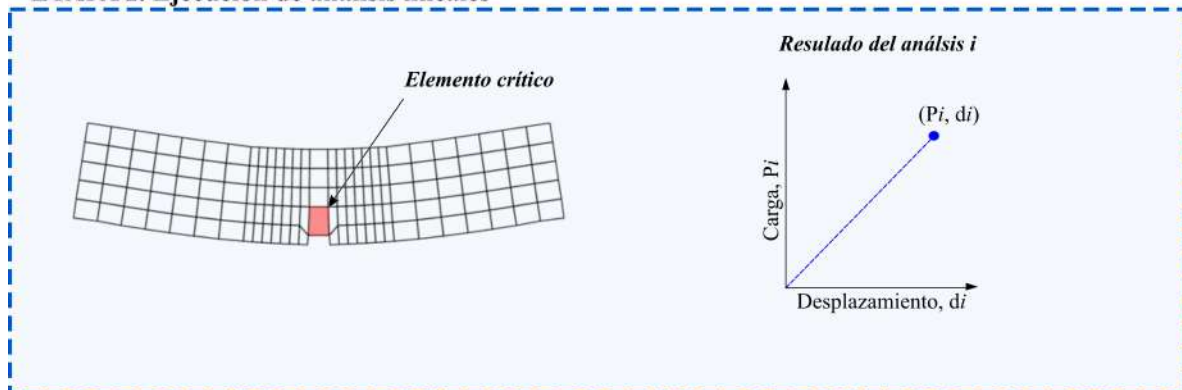
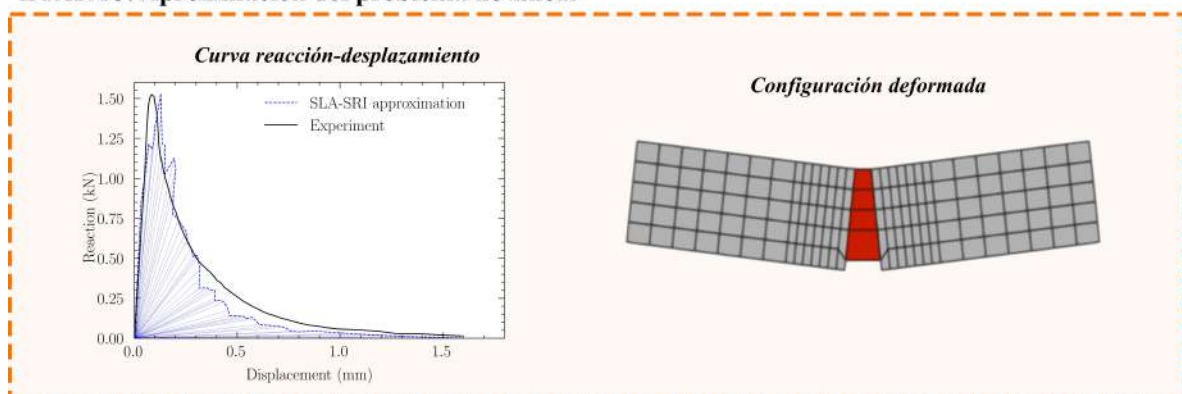
ETAPA 1. Construcción del modelo de elementos finitos**ETAPA 2. Ejecución de análisis lineales****ETAPA 3. Aproximación del problema no-lineal**

Figura 2: Procedimiento de ALS.

$$D = \left(\frac{f_t}{\epsilon_0 - \left(\frac{f_t}{E} \right)} \right) \quad (4)$$

Esta etapa se repite con la estructura en la que el módulo de elasticidad y la resistencia a tensión del elemento crítico fueron reducidos.

Etapa 3: Aproximación del problema no lineal

La etapa 3 consiste en aproximar el problema no-lineal construyendo la curva reacción-desplazamiento con todas las configuraciones encontradas en la etapa anterior (P_i, d_i). En caso de requerirse, es posible trazar la configuración deformada que, según Rots e Invernizzi [10], revela la ubicación de la fractura, ya que los elementos críticos degradados presentarán las deformaciones más grandes en relación con el resto de los elementos. Es muy importante tener presente que el resultado de este método depende de la forma en que se reduce progresivamente la rigidez y la resistencia del elemento crítico, es decir, de la ley de ablandamiento. Por esta razón, en el presente trabajo se propone un procedimiento para que el procedimiento de ALS se ajuste para considerar cualquier ley de ablandamiento.

USO DE INTEGRACIÓN REDUCIDA ESTABILIZADA (IRE)

Es común emplear técnicas de integración numérica para calcular la matriz de rigidez, $\mathbf{K}$, en la formulación isoparamétrica de un elemento finito cuadrilátero (Ec. (5)). En esta ecuación, t es el espesor del elemento, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ son las matrices de compatibilidad y constitutiva para un comportamiento de esfuerzo plano o deformación plana, respectivamente. x y y son las coordenadas del espacio físico real, ξ y η son las coordenadas del sistema natural de referencia y $|\mathbf{J}|$ es el jacobiano de la transformación. Los términos ξ_i, η_j y w_i, w_j corresponden a los puntos de muestreo y a los pesos de la cuadratura de Gauss-Legendre empleada para el proceso de integración numérica, respectivamente [8]. Particularmente, para el elemento finito cuadrilátero de aproximación lineal, se identifican un esquema de integración completa (IC) cuando se usa una cuadratura de 2×2 y un esquema de integración reducida (IR) cuando se emplea una cuadratura de 1×1 (Figura 3). Como se mencionó en la sección anterior, en ALS se emplea IR en los elementos donde se asume que se presentará el daño.

$$\mathbf{K} = t \int_A \overbrace{\mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B}}^{\varphi(x,y)} dA \approx t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi(\xi_i, \eta_j) |\mathbf{J}| w_i w_j \quad (5)$$

El empleo de IR puede generar inestabilidades numéricas como el llamado efecto “reloj de arena” (efecto *hourglass*). Este efecto es notorio en la aparición de modos de deformación inconsistentes que presentan deformación con energía de deformación nula [8]. Por lo tanto, la selección de un orden de cuadratura adecuado es de suma importancia en la ejecución de análisis no lineales mediante el MEF. En otras palabras, para aprovechar el uso de la integración reducida (IR), es necesario implementar un procedimiento de control del efecto *hourglass* o de estabilización.

Amezcu y Ayala [11] propusieron el uso de un esquema de integración reducida estabilizada (IRE) en el elemento cuadrilátero de 4 nodos. Este algoritmo de estabilización conduce a una atractiva reducción del costo computacional y se basa en la recuperación del rango de la matriz de rigidez sub-integrada, $\mathbf{K}_{(1)}$, mediante la adición de una matriz de rigidez estabilizadora, $\mathbf{K}_s$ (Ec. (6)).



Figura 3: *Elemento finito sólido de aproximación lineal (a) integración completa y (b) integración reducida.*

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{(1)} + \mathbf{K}_s = t \mathbf{A} \mathbf{B}_{(1)}^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{(1)} + \mathbf{K}_s \quad (6)$$

En la Ec. (6) el sufijo 1 indica que las correspondientes matrices ya fueron evaluadas empleando un solo punto de integración. Posteriormente, Amezcua y Ayala [8] aplicaron el procedimiento de ALS a través de este esquema IRE. Este procedimiento combinado ALS-IRE presenta algunas ventajas interesantes como la posibilidad de utilizar la integración reducida sobre todos los elementos de cierta malla y no sólo sobre aquellos en los que se espera que se produzca daño. Esto, a su vez, contribuye a la estabilidad numérica del método ALS original que, para ciertas configuraciones de malla, puede conducir a la aparición de matrices de rigidez singulares. En este artículo se emplea este procedimiento ALS-IRE y se mejora para que, en lugar de usar una sola ley de ablandamiento con una forma preestablecida, se realice un ajuste multilíneal a cualquier forma de ley de ablandamiento.

AJUSTE MULTILINEAL DE LA LEY DE ABLANDAMIENTO

Comúnmente, la forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto en su fase inelástica no suele considerarse como una característica significativa del material para la ejecución de un análisis no-lineal. Esto puede llevar a asumir la idoneidad de ciertos modelos constitutivos sin revisar si la ley de ablandamiento, considerada en su formulación, coincide con el comportamiento observado experimentalmente. En la actualidad, se sabe que, en función de datos experimentales, mientras que algunos concretos presentan una rama de ablandamiento que se puede aproximar de manera lineal hay otros que se ajustan mejor a una relación bilíneal o no-lineal [8].

Algunos autores [8,11] han mostrado que modificar la forma de la ley de ablandamiento considerada en ALS puede conducir a resultados que son más cercanos a los observados en experimentos tanto en la relación reacción-desplazamiento como en la secuencia de la formación de grietas y propagación de estas. En consecuencia, resulta atractiva la consideración de distintas formas de la ley de ablandamiento. Uno de los inconvenientes de modificar la ley de ablandamiento es que, para cada modificación, es necesario realizar una nueva formulación que permita encontrar las expresiones analíticas que permitan la degradación de los parámetros mecánicos del material (ver Ec. (2) y Ec. (3)).

El empleo de IRE en el procedimiento de ALS permite que las matrices de las rigideces de los elementos que componen la malla sean de rango 5, *i.e.*, se necesitan restringir cuando menos 3 grados de libertad, cumpliendo con condiciones de estabilidad para obtener una solución única. Así, es posible ana-

lizar un elemento integrado con IRE con una configuración de cargas que genere un estado de tensión para que imite la forma de cierta ley de ablandamiento (Figura 4).

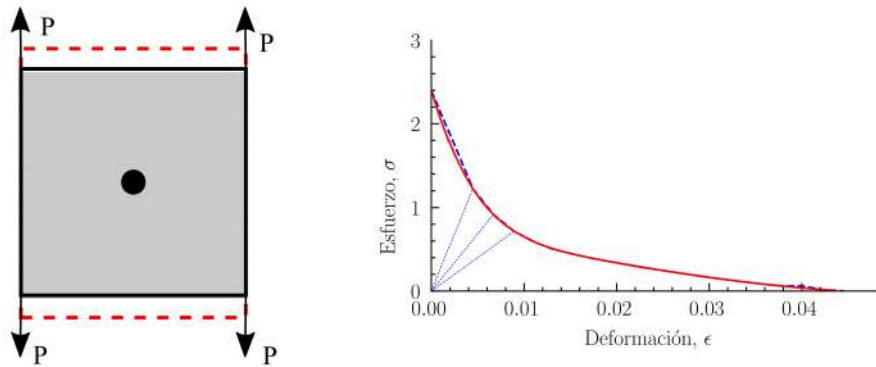


Figura 4: Esquema de un elemento finito de aproximación lineal resuelto con IRE empleado para el ajuste multilíneal de una ley de ablandamiento.

Siguiendo el procedimiento de la Figura 2, se analiza el elemento de la Figura 4. Para cada análisis lineal, se calculan las propiedades mecánicas (módulo de elasticidad y la resistencia a tensión) del elemento de tal manera que la carga y el desplazamiento coincidan con la forma de la curva que se está calibrando.

Para mostrar una aplicación del ajuste multilíneal descrito en la sección anterior, se seleccionó la ecuación propuesta por Cornelissen *et al.* [13] (Ec. (7) y Ec. (8)).

$$\frac{\sigma}{f_t} = f(\epsilon) - \frac{\epsilon}{\epsilon_0} f(\epsilon = \epsilon_0) \quad (7)$$

$$f(\epsilon) = \left(1 + \left(\frac{C_1 \epsilon}{\epsilon_0} \right)^3 \right) e^{-\frac{C_2 \epsilon}{\epsilon_0}} \quad (8)$$

En estas ecuaciones, ϵ es la deformación y σ_t el esfuerzo. ϵ_0 es la deformación última del concreto. Adicionalmente, las constantes C_1 y C_2 son los coeficientes que Cornelissen *et al.* [13] calcularon para concreto normal en el estudio referido como $C_1 = 3$ y $C_2 = 6.93$. En el presente trabajo, se simuló estas dos constantes para producir un conjunto de curvas diferentes para probar el procedimiento de ajuste multilíneal propuesto. Para esta simulación, se empleó el procedimiento de Muestreo del Hipercubo Latino (MHL) para obtener un total de 10 curvas para fines de validación (Figura 5).

Para cada una de estas curvas, se realizó el ajuste multilíneal propuesto en este artículo (Figura 6). En las Figuras 7 a 11, se incluyen, de manera independiente, cada curva comparada con su correspondiente curva simulada. En estas figuras se observa un ajuste multilíneal satisfactorio de la ley de ablandamiento simulada.

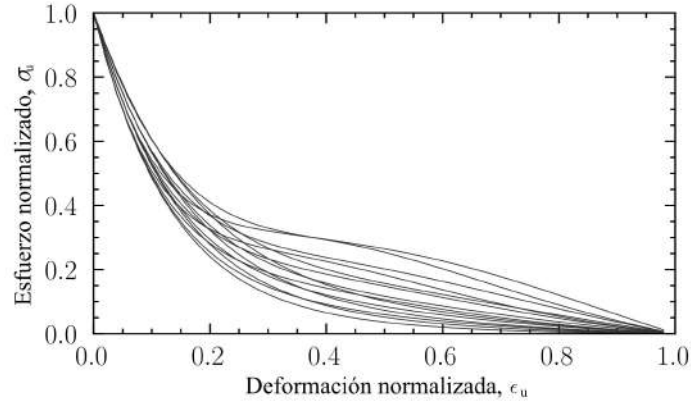


Figura 5: *Curvas simuladas.*

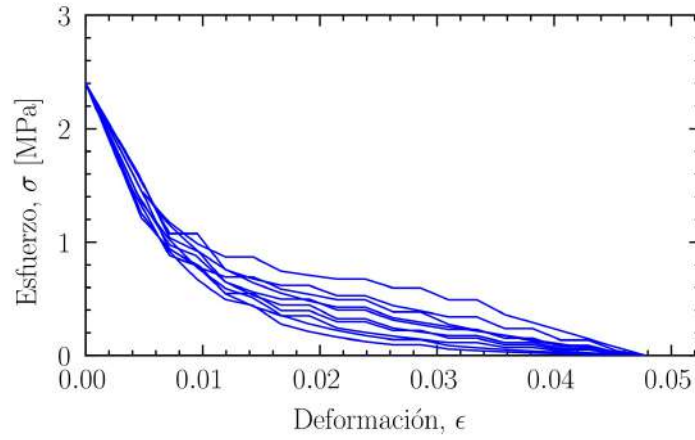


Figura 6: *Curvas con ajuste multilinear.*

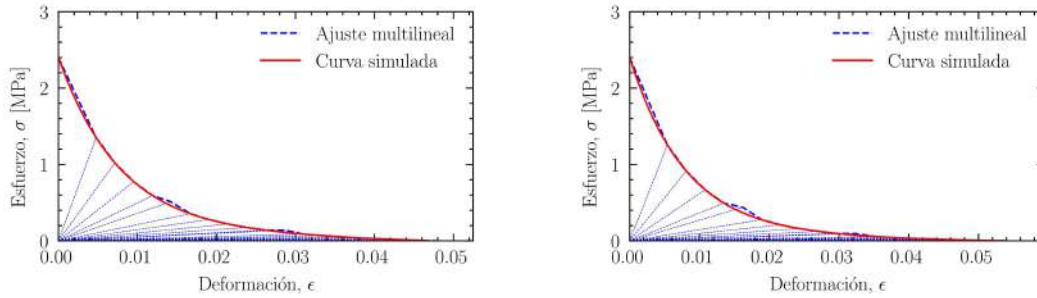


Figura 7: *Ejemplos de ajuste multilinear de curvas simuladas 1 y 2.*

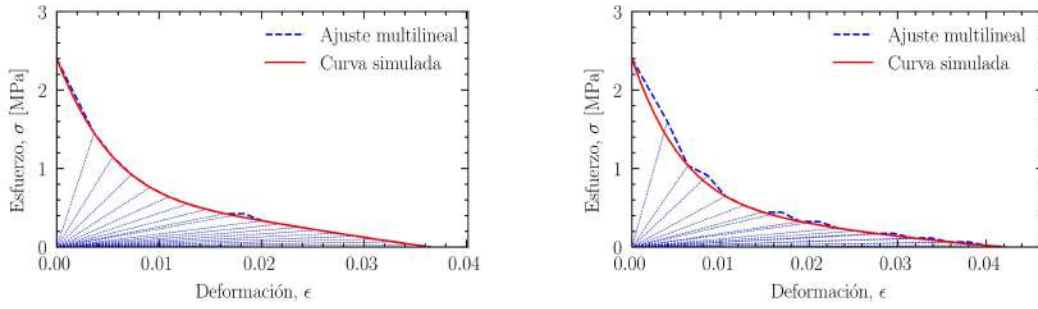


Figura 8: Ejemplos de ajuste multilineal de curvas simuladas 3 y 4.

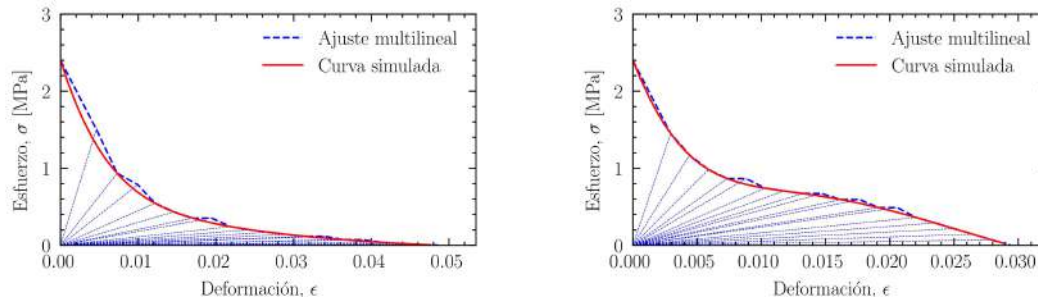


Figura 9: Ejemplos de ajuste multilineal de curvas simuladas 5 y 6.

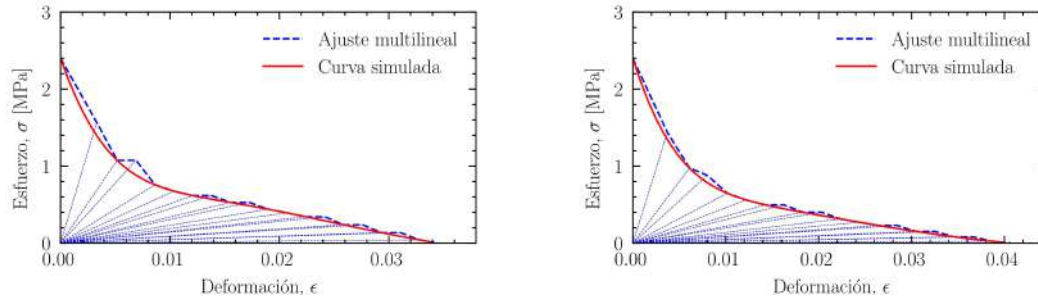


Figura 10: Ejemplos de ajuste multilineal de curvas simuladas 7 y 8.

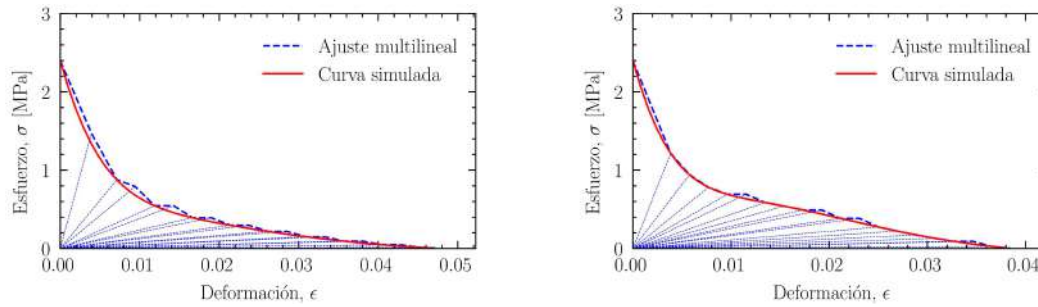


Figura 11: Ejemplos de ajuste multilineal de curvas simuladas 9 y 10.

VALIDACIÓN DE LA PROPUESTA

Como ejemplo de aplicación, se seleccionó la viga con muesca de la Figura 12. Esta viga corresponde a un experimento de 3 puntos de flexión llevado a cabo por Kormeling y Reinhardt [14] en la Universidad Tecnológica de Delft. El objetivo del experimento fue determinar la energía de fractura de concreto convencional y de concreto modificado con epoxi. En este trabajo se tomaron los resultados de los experimentos correspondientes a concreto convencional para validar la propuesta.

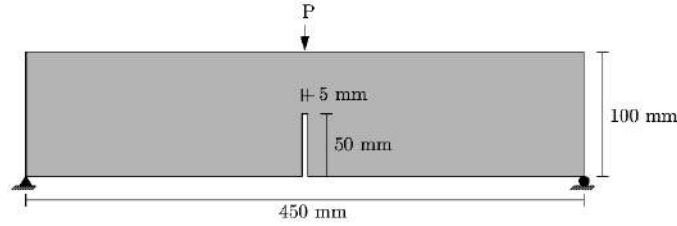


Figura 12: Geometría de la viga con muesca ensayada por Kormeling y Reinhardt [14].

Como se observa en la Figura 2, el procedimiento inicia con la construcción del modelo de elementos finitos el cual incluye la elaboración de la malla formada por elementos cuadriláteros de aproximación lineal (Figura 14) y la caracterización del material mediante sus propiedades mecánicas (Tabla 1). Adicionalmente, se considera que los elementos críticos potenciales son los que se encuentran sobre la muesca.

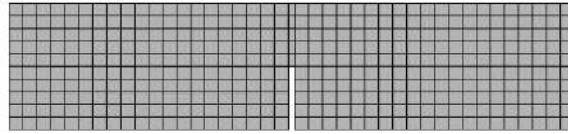


Figura 13: Malla de elementos finitos empleada en el análisis.

Tabla 1: Parámetros para el análisis

Parámetro	Magnitud y unidades
Módulo de elasticidad	$E = 20000 \text{ MPa}$
Relación de Poisson	$\nu = 0.20$
Resistencia a tensión	$f_t = 2.40 \text{ MPa}$
Energía de fractura	$G_f = 0.113 \text{ N/mm}$
Ancho de grieta	$h = 5 \text{ mm}$

Respecto de la ley de ablandamiento, se seleccionaron las Ec. (7) y Ec. (8) para los parámetros $C_1 = 3$ y $C_2 = 6.93$ propuestos por Cornelissen *et al.* [13]. Así, la ley de ablandamiento se muestra en la Figura 14. Se realizó el ajuste multilíneal con el procedimiento descrito en este trabajo y se obtuvo la degradación necesaria de los parámetros mecánicos, módulo de elasticidad y la resistencia a tensión (Tabla 2), para cada ocasión en la que un elemento resulte ser un elemento crítico (Figura 15).

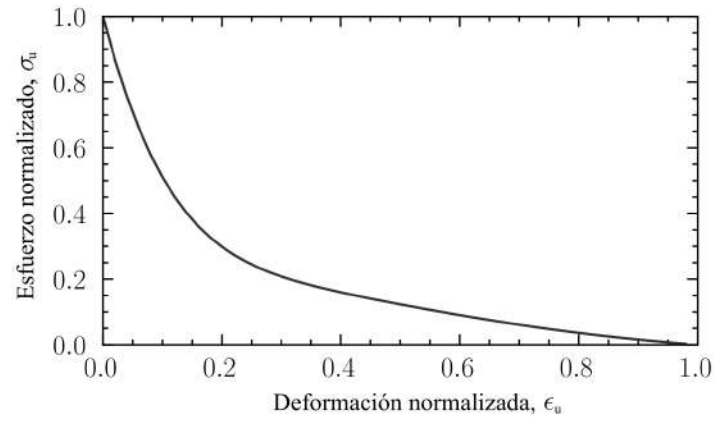


Figura 14: *Curva de ablandamiento propuesta por Cornelissen et al.*

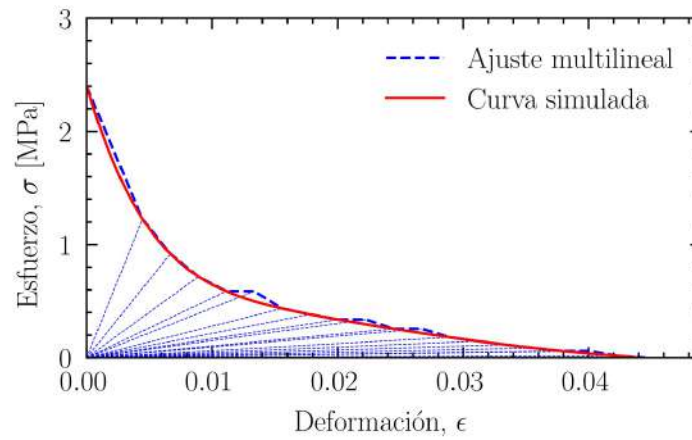


Figura 15: *Ajuste multilineal de la ley de ablandamiento.*

Tabla 2: Secuencia de degradación de propiedades mecánicas para elementos críticos

Módulo de elasticidad (MPa)	Resistencia a tensión (MPa)
20000.00	2.40
275.43	1.23
137.55	0.92
80.50	0.72
52.83	0.59
52.83	0.59
27.93	0.44
21.52	0.38
16.86	0.34
16.86	0.34
10.43	0.26
10.43	0.26
6.24	0.18
4.70	0.15
3.45	0.12
2.43	0.09
1.61	0.06
1.61	0.06
0.42	0.02
0.02	0.00

Definido el modelo de elementos finitos de la viga con muesca y el ajuste multilíneal de la curva de ablandamiento (Figura 15), se aplicó el procedimiento ALS-IRE para obtener la curva reacción-desplazamiento de la Figura 16. En esta figura se incluyen los resultados experimentales obtenidos por Kormeling y Reinhardt [14] para fines de validación. Adicionalmente, se incluyen los resultados del procedimiento ALS-IRE considerando una ley de ablandamiento lineal con y sin regularización. Aquí, se puede apreciar una mejor aproximación de la propuesta de este artículo a los resultados experimentales con respecto a ALS-IRE sin el ajuste multilíneal, lo cual es particularmente notorio en la reacción de mayor magnitud y en la evolución de esta reacción hasta un desplazamiento de 0.6 mm. La reacción máxima aproximada con la propuesta de este trabajo es de 1.49 kN y la correspondiente a la media de los experimentos es de 1.46 kN con lo que se calcula una diferencia del 2.05 %. Sin embargo, también se aprecia que los resultados de ALS-IRE sin el ajuste multilíneal son más cercanos a los experimentos entre 0.6 y 0.8 mm de desplazamiento. Finalmente, en la Figura 17 se muestra la configuración deformada de la viga con muesca en la que se aprecia la formación de la grieta sobre la muesca del espécimen, lo cual coincide con lo observado en el experimento [14].

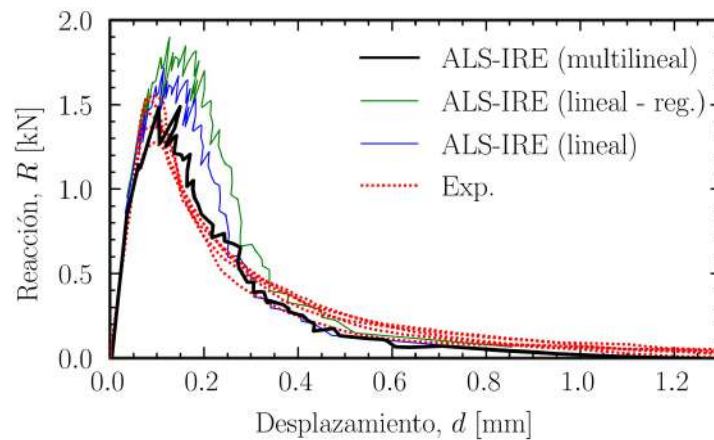


Figura 16: Comparación de las curvas reacción-desplazamiento numéricas y experimentales.

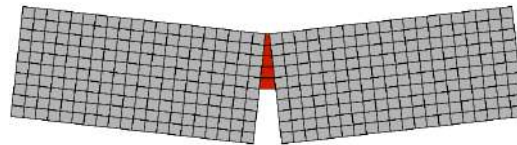


Figura 17: Configuración deformada obtenida con ALS-IRE.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentó una propuesta para modificar la forma de la ley de ablandamiento empleada en ALS. Esta modificación se basa en ajuste multilineal a cualquier forma de ley de ablandamiento, por ejemplo, si se conoce algún resultado experimental del material o si se conoce el comportamiento de algún material similar. De este ajuste multilineal se obtiene la secuencia de degradación de los parámetros mecánicos del material para los elementos críticos (ver 2). Así, no es necesario desarrollar una formulación nueva dentro del método de ALS para considerar una ley de ablandamiento distinta.

Esta propuesta se sustenta en el uso de IRE dentro del procedimiento de ALS lo que permite que el elemento cuadrilátero empleado en el ajuste multilineal sea de rango suficiente y no susceptible a inestabilidades numéricas. Así, este ajuste puede llevarse a cabo en cualquier otro problema a analizarse con ALS-IRE.

Los resultados obtenidos en el ejemplo de aplicación muestran que el comportamiento aproximado numéricamente en la relación carga-desplazamiento es similar a lo medido experimentalmente particularmente en la aproximación de la reacción máxima (con una diferencia del 2.05 %). Adicionalmente, se observa una mejora en la calidad de dicha aproximación en comparación con lo obtenido para una ley de ablandamiento lineal para desplazamientos hasta 0.6 mm.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

H. R. Amezcu: Conceptualización, Software, Análisis, Investigación, Redacción - Preparación del borrador original. **A. G. Ayala**: Conceptualización, Supervisión, Apoyo financiero, Redacción - Revisión y Edición. **C. E. González**: Análisis, Validación, Visualización, Redacción - Revisión y Edición. **J. A. Lagunas**: Software, Validación, Investigación, Redacción - Revisión y Edición.

REFERENCIAS

- [1] H. R. Amezcu, A. G. Ayala, and S. E. López. Diseño sísmico basado en desplazamientos y control de daño local de edificios asimétricos. *XXIV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica – XXIVCNIS, Guadalajara, Jalisco, México, 2023*.
- [2] F. H. Bañuelos, A. G. Ayala, and S. E. López. A displacement-based seismic design procedure for buildings with fluid viscous dampers. *Earthquakes and Structures*, vol. 18, no. 5, pp. 609–623, 2020. DOI: 10.12989/EAS.2020.18.5.609.
- [3] J. A. Lagunas, A. G. Ayala, J. J. Gutiérrez, and C. Montiel. A Displacement-Based Seismic Design Procedure with Local Damage Control, Dissipated Energy and Resilience. In *Energy-Based Seismic Engineering - Proceedings of IWEBSE 2023*, Springer, 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-36562-1_14.
- [4] C. E. González. Definición de demandas sísmicas para el diseño de estructuras considerando conceptos de resiliencia. *Tesis de Doctorado*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2023.
- [5] C. Liu, X. Nie, J. Wang, J. Fan, and M. Tao. State-of-the-art of macroscopic constitutive models of concrete. *Journal of Building Structures*, vol. 3, no. 1, pp. 29–41, 2022. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2019.0842.
- [6] X. Zhou, D. Lu, X. Du, G. Wang, and F. Meng. A 3D non-orthogonal plastic damage model for concrete. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 360, 2020. DOI: 10.1016/j.cma.2019.112716.
- [7] J. Rots. Sequentially linear continuum model for concrete fracture. *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, vol. 13, pp. 831–839, 2001.
- [8] H. R. Amezcu and A. G. Ayala. Stabilized reduced integration and sequentially linear analysis in the approximation of the non-linear behaviour of structures. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 39, no. 2, 2023. DOI: 10.23967/j.rimni.2023.06.002.
- [9] G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. A general bilinear fit for the softening curve of concrete. *Materials and Structures*, vol. 27, no. 2, 1994. DOI: 10.1007/BF02472827.

- [10] J. Rots and S. Invernizzi. Regularized sequentially linear saw-tooth softening model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 28, no. 7-8, pp. 821–856, 2004. DOI: 10.1002/nag.371.
- [11] H. R. Amezcua and A. G. Ayala. A computationally efficient numerical integration scheme for non-linear plane stress/strain FEM applications using one-point constitutive model evaluation. *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 85, no. 1, 2023. DOI: 10.12989/sem.2023.85.1.089.
- [12] O. Núñez. Application of an improved sequentially linear analysis model to the approximation of the non-linear behaviour of structures. *Tesis de Licenciatura*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2023.
- [13] H. A. W. Cornelissen, D. A. Hordijk, and H. W. Reinhardt. Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete. *Heron*, vol. 31, no. 2, 1986.
- [14] H. Kormeling and H. Reinhardt. Determination of the fracture energy of normal concrete and epoxy modified concrete. *Delft University of Technology, Experiment Report*, pp. 5–83, 1983.

Evaluación estructural de un letrero publicitario

Evaluation of a structural steel advertising sign

Cerón-Carballo, J.E.^{1*} , Caballero-Garatachea, O.² , Navarro-Gómez, H.I.¹  (*jesus_ceronc@uaeh.edu.mx)

Recibido: 09-06-2024 Aceptado: 27-09-2024

RESUMEN

La evaluación del comportamiento en sitio de una construcción destinada a un letrero publicitario para conocer su edad remanente, se basa en realizar un ensayo para determinar la resistencia ante eventos ambientales, tales como tempestades y movimientos dinámicos como sismos, impacto producto de lluvia con viento y de los efectos del clima, esto se logra realizando un estudio de la ubicación física de los nodos de la estructura. En este documento se presenta la evaluación del comportamiento mecánico de la armadura soporte cuando se combina con esfuerzos externos, encontrando resultados

que demuestran variación del desplazamiento nodal en cuatro puntos de control, además, los desplazamientos lineales tridimensionales nodales cumplen con los criterios establecidos, encontrando desplazamientos menores a los máximos normativos con magnitud máxima de daño del 99.90 %, por consiguiente, cumplen con los criterios al límite de servicio.

Palabras clave: Letrero publicitario, Desplazamiento, Evaluación estructural.

ABSTRACT

The evaluation of the on-site behavior of a construction intended for an advertising sign to know its remaining age is based on carrying out a test to determine the resistance to environmental events, such as storms and dynamic movements such as earthquakes, impact caused by rain with wind and from the effects of climate, this is achieved by conducting a study of the physical location of the nodes of the structure. This document presents the evaluation of the mechanical behavior of the support reinforcement when combined with external forces, fin-

ding results that demonstrate variation of the nodal displacement in four control points, in addition, the nodal three-dimensional linear displacements meet the established criteria, finding displacements lower than the regulatory maximums with a maximum damage magnitude of 99.90 %, therefore, they meet the service limit criteria.

Keywords: Advertising sign, Displacement, Structural evaluation.

¹Ingeniería Civil Forense, Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.

²Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.



INTRODUCCIÓN

La construcción del letrero está formada por una cimentación de concreto armado, columnas laterales de perfiles estructurales esbeltos de características comerciales formadas en armaduras de acero estructural, cubierta de material ligero basado en polímeros resistentes a la intemperie, como se observa en la Figura 1. La estructura está ubicada en el municipio de Pachuca de Soto, Estado de Hidalgo.



Figura 1: *Imagen del Letrero publicitario. Fuente: Elaboración propia.*

La valoración de los mecanismos resistentes se analiza en forma numérica y se realiza un levantamiento sistémico de tipo estructural, en donde se plasma las características físicas encontradas en sitio para conocer geometrías y dimensiones de los elementos que componen la estructura de soporte [1].

El tipo de evaluación es normativa, porque consiste prácticamente en determinar desplazamiento de los nodos y comparar las magnitudes, considerando tres aspectos importantes, el primero fue determinando los desplazamientos de los nodos por medio de un software, el segundo es realizando una revisión del proyecto ejecutivo y el tercero fue realizando un levantamiento físico en campo, en todo momento se tomaron los puntos más alejados del piso y se les designo como puntos de control, tomando como metodología la empleada en la evaluación de [2].

Los elementos barra que forman la estructura de soporte se encuentran soldados, por consiguiente, el objetivo de este estudio fue verificar el estado de unión de las armaduras y verificar que cuenten con un sistema estructural que permite el flujo de las fuerzas que generan las distintas acciones de diseño, además, se asume que dichas fuerzas son transmitidas de manera continua por medio de columnas hasta la cimentación [3].

La estructura principal del letrero tiene una edad mayor a 10 años, por consiguiente, la presente investigación servirá para prevenir una problemática social como anticipación de deslizamiento o deformación excesiva por afectación por ráfagas de viento o impactos de lluvia o granizo. El letrero está ubicado en una de las avenidas con un afluente peatonal y vehicular propios de la zona de estudio, en consecuencia,

la principal justificación del presente estudio es la mitigación de riesgo, en consecuencia, se dará certeza y constancia de buen funcionamiento estructural y poder renovar el permiso de anuncios permanentes ante la autoridad correspondiente [2].

A lo largo de la historia de la publicidad existe una gran variedad de anuncios publicitarios como los asentados en letreros unipolares de gran altura, los anexos a construcciones, en marquesinas o banners y los colocados encima de azoteas, en ellos se colocan varias secciones comerciales y están colocadas en carteles, vallas, lonas, cristales y los más actuales en pantallas eléctricas. Todos ellos se colocan en una estructura de soporte convencional fijada y conectada con elementos estructurales comunes como las barras de acero estructural [4].

MÉTODOS Y MATERIALES

Se realiza la identificación de nodos con la finalidad de evaluarlos por medio de la determinación de sus desplazamientos bajo el principio del control de los grados de libertad que dará certeza de la seguridad estructural de la estructura de soporte. En este estudio se considera como constante de funcionalidad las relaciones de habitabilidad y colaboración entre el tipo de diseño, estructura, materiales de construcción y sus elementos de conexión; prácticamente estos, se encuentran integrados en un todo euclidiano como resultando de un proyecto ejecutivo utilizando las normas y reglamentos de la época previa a su fabricación, razón principal para evaluar el comportamiento en la actualidad sin perder de vista la edad funcional, es decir, se analiza la estructura análogamente a una edificación nueva, por consiguiente, son considerados los desplazamientos de dos tipos [5]:

1. Lineales: incluyen los movimientos de los nodos en el sentido longitudinal (x), en el sentido transversal (y), en altura (z), por consiguiente, se designan en tres ejes cartesianos y se representan como desplazamientos en los ejes globales (x, y, z).
2. Angulares: incluyen los movimientos de los nodos en el sentido longitudinal (μ) y transversal (ϕ), en altura (β). Se designan en tres ejes cartesianos y se representan como desplazamientos rotatorios en los ejes globales (μ, ϕ, β).

La estructuración vertical y horizontal que presenta la construcción del letrero tiene gran importancia para la estabilidad y resistencia, esto aunado con la calidad de los materiales utilizados en la construcción de la cimentación y estructura, dicho lo anterior, al momento de la fabricación de la estructura los desplazamientos serán (x_0, y_0, z_0) y (μ_0, ϕ_0, β_0) , los desplazamientos angulares son presentes únicamente cuando la estructura está sometida a las fuerzas del ambiente (μ_1, ϕ_1, β_1) , en consecuencia, se denota que la estructura está dinámicamente activa; por otro lado, los desplazamientos lineales permanentes de respuesta son aquellos en donde la estructura pasa a estar estática, por lo tanto, su resiliencia se ve comprometida y sus desplazamientos lineales son diferentes a los iniciales (x_1, y_1, z_1) , estos últimos serán analizados en el presente estudio [6].

El sistema estructural que presenta la construcción tiene indicios que puede soportar las cargas vivas, permanentes, accidentales y variables, en este documento se demuestra por medio la comparación reglamentaria (x_r, y_r, z_r) , y un levantamiento estructural nodal, por consiguiente las traslaciones de los nodos de control; determinadas con el análisis estructural son comparadas con la posición de dichos nodos planeados en el proyecto ejecutivo, (x_0, y_0, z_0) y a su vez con la ubicación de los nodos del levantamiento estructural (x_1, y_1, z_1) , [7][8].

Sistema de soporte

La estructura cuenta con retículas formadas por perfiles estructurales ligeros, formando marcos simétricos, así mismo, todos los elementos horizontales y verticales se observó que; fueron fabricaron considerando una sección transversal cuadrada con medidas de 2.54 centímetros en cada lado como se observa en la Figura 2, por lo tanto, se verifica, por medio de un análisis en sitio, los desplazamientos nodales laterales y torsionales provocados por la acción de las solicitaciones impuestas, los puntos de control están localizados en la frontera superior del letrero[9].

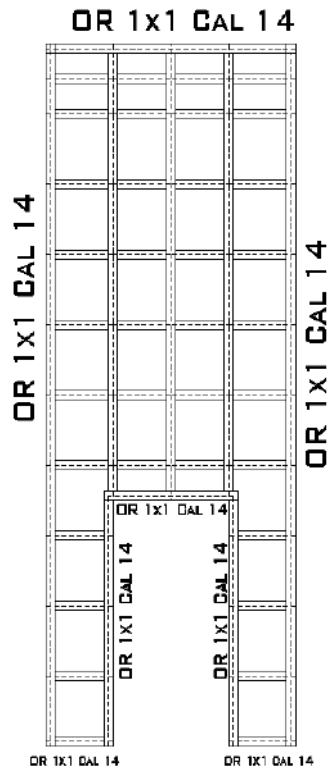


Figura 2: Imagen de los materiales utilizados en el letrero publicitario y los puntos de control. Fuente: Elaboración propia.

La estructura del anuncio lo conforma un marco de perfiles estructurales comerciales cuadrados huecos formado en un bastidor perimetral e interior con separaciones de entre-eje de 85 centímetros, el marco tiene una altura de 5.53 metros y tiene un ancho de 58.0 centímetros unidos en doble parrilla, su longitud es de 3.11 metros, estructura análoga como la construida por [10].

Los perfiles utilizados forman treinta y ocho separaciones, los perfiles utilizados para formar el bastidor son perfiles ligeros cuadrados huecos con ancladores soldados, separado del piso a una distancia de 2.98 metros. La base de sustento es de forma trapezoidal como se observa en la Figura 3. Los cuatro puntos de control están denotados con la letra “A”, “B”, “C” y “D”, la intención de ubicar estos nodos es valorar los desplazamientos físicos y compararlos con los desplazamientos determinados de un análisis estructural convencional con las características de solicitaciones del sitio[11].

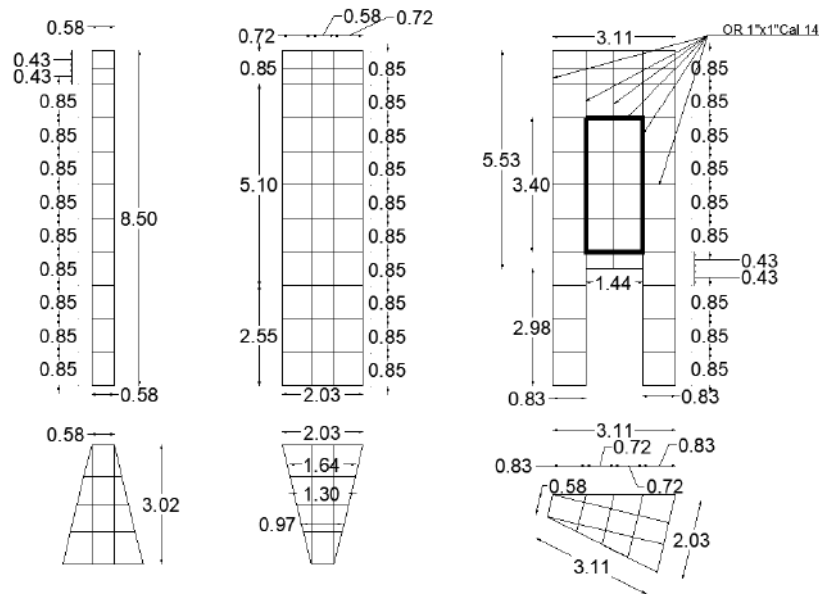


Figura 3: Imagen de la geometría del letrero publicitario. Fuente: Elaboración propia.

RESULTADOS

La posición de los puntos de control se observó son representativos en las fronteras del sistema estructural en el nivel más alejado de la cimentación, como se observa en la Figura 4.

Las coordenadas físicas de los puntos de control de acuerdo al proyecto ejecutivo son las que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Coordenadas geométricas de la ubicación en metros de los puntos de control del proyecto ejecutivo

Punto de control	Eje “x ₀ ”	Eje “y ₀ ”	Eje “z ₀ ”
A	0.720	3.020	8.500
B	1.300	3.020	8.500
C	0.000	0.000	8.500
D	2.030	0.000	8.500

Las coordenadas físicas de los puntos de control de acuerdo al levantamiento estructural en sitio son las que se muestran en la Tabla 2.

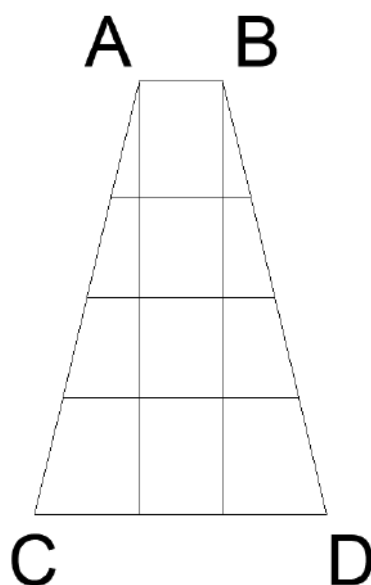


Figura 4: Imagen de la posición de los puntos de control. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2: Coordenadas geométricas de la ubicación en metros de los puntos de control del levantamiento estructural en sitio

Punto de control	Eje “ x_1 ”	Eje “ y_1 ”	Eje “ z_1 ”
A	0.715	3.012	8.497
B	1.304	3.001	8.501
C	0.008	0.009	8.494
D	2.039	0.007	8.491

Los límites de las coordenadas físicas de los puntos de control de acuerdo al análisis estructural considerando los reglamentos y normas vigentes son las que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3: Limitantes reglamentarias de las coordenadas geométricas de la ubicación en centímetros de los puntos de control del análisis estructural

Punto de control	Eje “ x_r ”	Eje “ y_r ”	Eje “ z_r ”
A	0.146	0.072	0.010
B	0.146	0.072	0.010
C	0.146	0.067	0.010
D	0.146	0.067	0.010

ANÁLISIS

Se observó que los puntos de control tienen una respuesta permanente en cuanto a sus desplazamientos, en la coordenada geométrica del levantamiento estructural nodal del eje cartesiano (x_l , y_l , z_l), mostro variación limitada y se encuentra dentro de los límites de acuerdo al análisis estructural (x_r , y_r , z_r) [12], como se observa en las Figuras 5, 6 y 7.

La Figura 5 muestra los puntos de control “A”, “B”, “C” y “D”, se observa una gráfica tipo telaraña con los límites de magnitud mínima en una línea color azul, los límites de magnitud máxima en una línea en color verde y la línea en color rojo muestra el comportamiento de la respuesta permanente de los puntos de control en el eje cartesiano “x” ubicados en los nodos de la estructura del letrero publicitario.

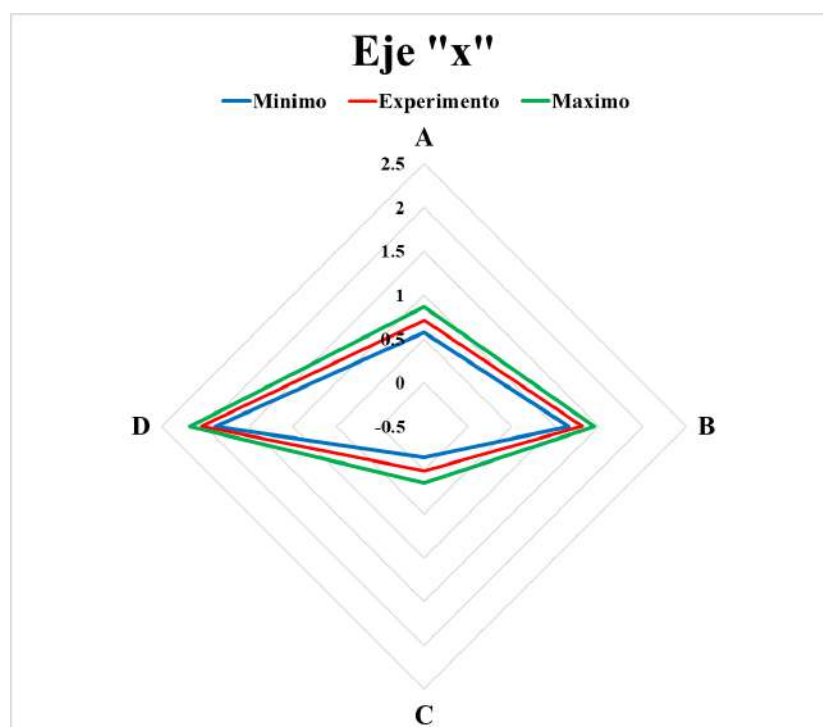


Figura 5: Imagen de la respuesta permanente de los puntos de control eje “x” en metros, dentro de los límites proyectados. Fuente: Elaboración propia.

La Figura 6 muestra los puntos de control “A”, “B”, “C” y “D”, se observa una gráfica tipo telaraña con los límites de magnitud mínima en una línea color azul, los límites de magnitud máxima en una línea en color verde y la línea en color rojo muestra el comportamiento de la respuesta permanente de los puntos de control en el eje cartesiano “y” ubicados en los nodos de la estructura del letrero publicitario [13].

La Figura 7 muestra los puntos de control “A”, “B”, “C” y “D”, se observa una gráfica tipo telaraña con los límites de magnitud mínima en una línea color azul, los límites de magnitud máxima en una línea en color verde y la línea en color rojo muestra el comportamiento de la respuesta permanente de los puntos de control en el eje cartesiano “z” ubicados en los nodos de la estructura del letrero publicitario [14].

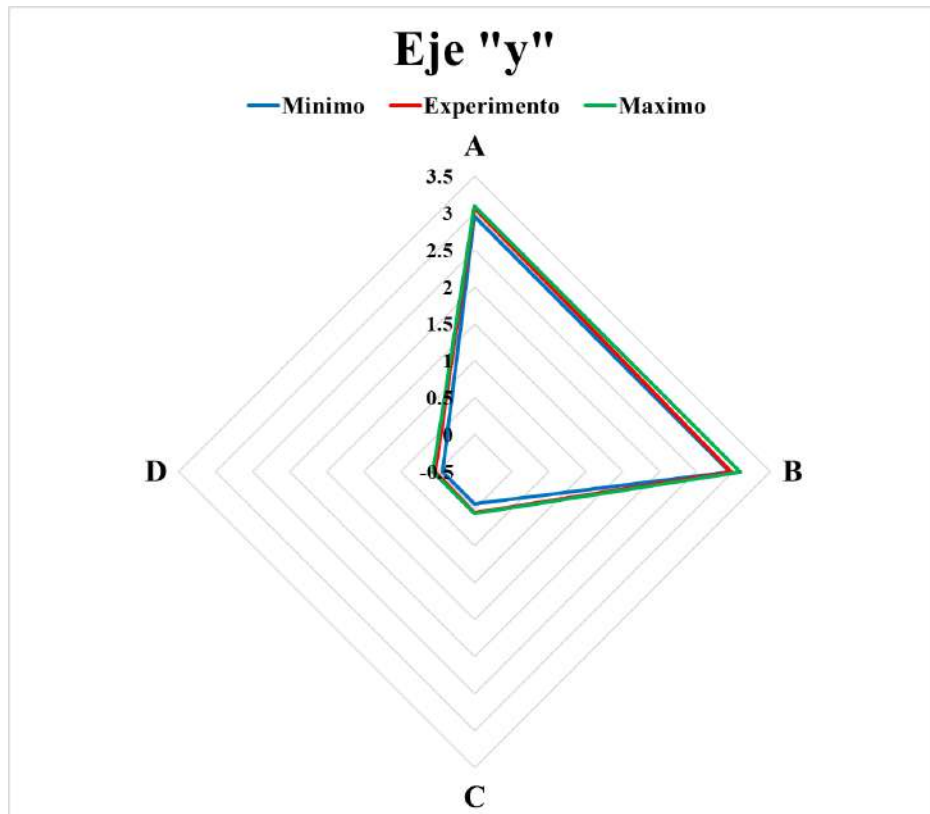


Figura 6: *Imagen de la respuesta permanente de los puntos de control eje "y" en metros, dentro de los limites proyectados. Fuente: Elaboración propia.*

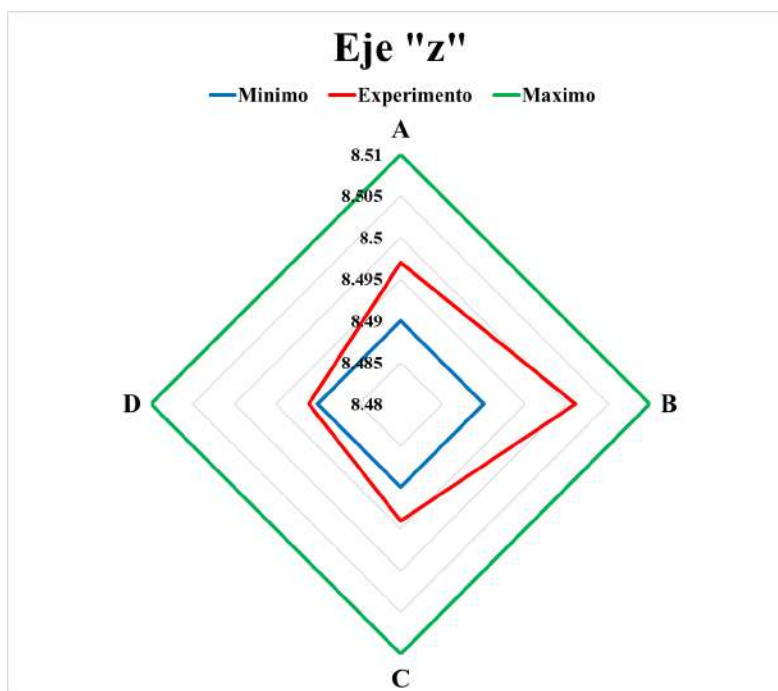


Figura 7: Imagen de la respuesta permanente de los puntos de control eje "z" en metros, dentro de los límites proyectados. Fuente: Elaboración propia.

DISCUSIÓN

El análisis de la posición de los puntos de control (x_l , y_l , z_l) demuestra daño inminente y permanente, sin embargo, los resultados mostrados inferen en que los desplazamientos de los nodos permanecen dentro de los límites reglamentarios (x_r , y_r , z_r).

La Figura 8 muestra los puntos de control "A", "B", "C" y "D", se observa una gráfica tipo lineal que muestra el comportamiento de la respuesta permanente en la dirección del eje cartesiano "x", es importante destacar la superficie bajo la curva indica la vida útil y la superficie por encima de la línea indica la vida remanente de cada uno de los puntos de control [15].

La Figura 9 muestra los puntos de control "A", "B", "C" y "D", se observa una gráfica tipo lineal que muestra el comportamiento de la respuesta permanente en la dirección del eje cartesiano "y", es importante destacar la superficie bajo la curva indica la vida útil y la superficie por encima de la línea indica la vida remanente de cada uno de los puntos de control [16].

La Figura 10 muestra los puntos de control "A", "B", "C" y "D", se observa una gráfica tipo lineal que muestra el comportamiento de la respuesta permanente en la dirección del eje cartesiano "z", es importante destacar la superficie bajo la curva indica la vida útil y la superficie por encima de la línea indica la vida remanente de cada uno de los puntos de control.

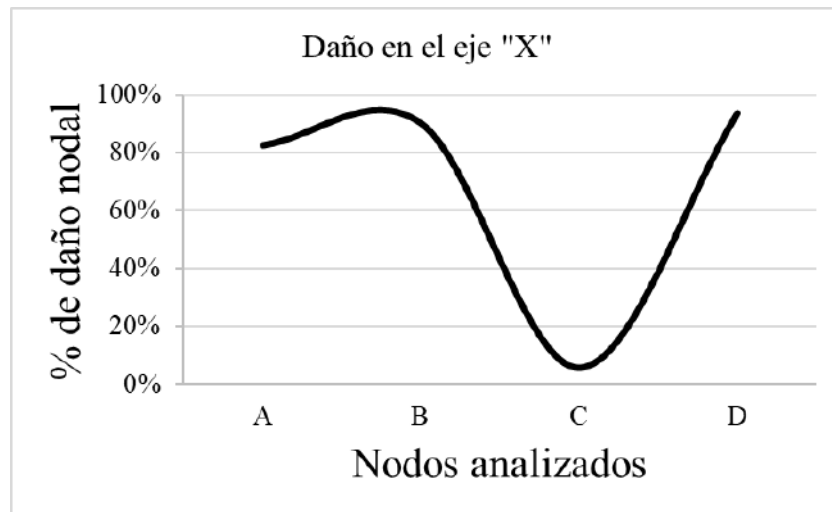


Figura 8: Imagen del daño en la dirección del eje “x”. Fuente: Elaboración propia.

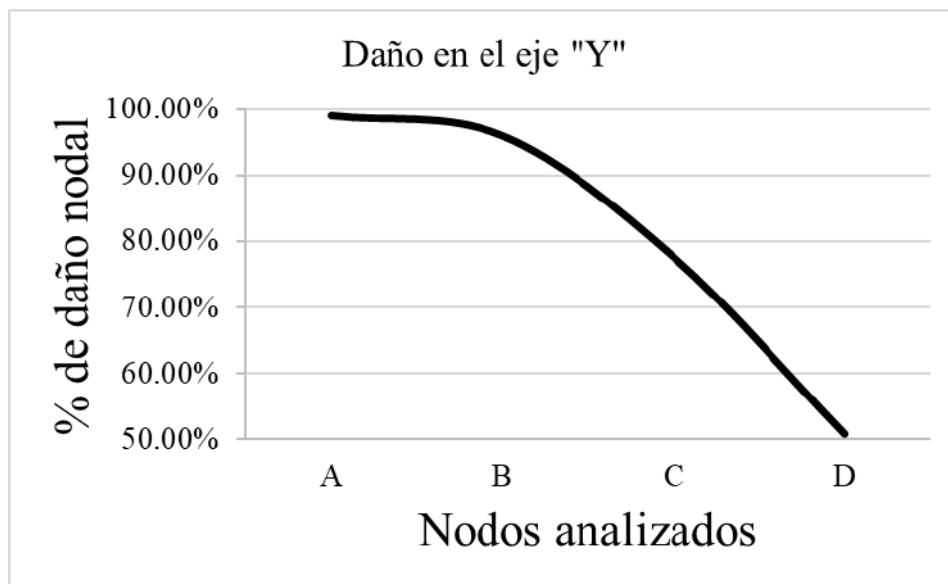


Figura 9: Imagen del daño en la dirección del eje “y”. Fuente: Elaboración propia.

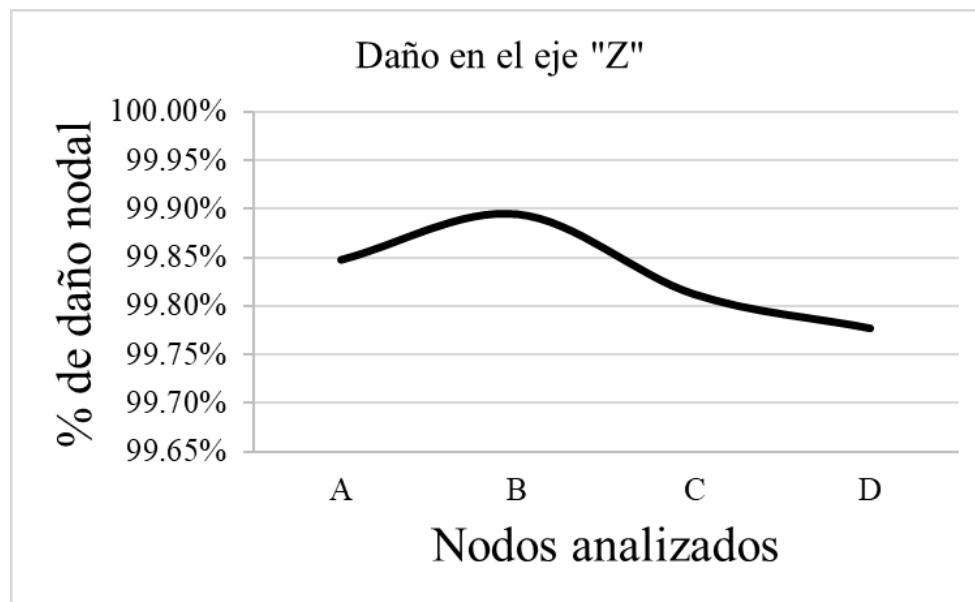


Figura 10: Imagen del daño en la dirección del eje “z”. Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

Las coordenadas geométricas de la ubicación en metros de los puntos de control del levantamiento estructural en sitio muestran el comportamiento en tiempo real del sistema estructural y posibilita la toma de decisiones para cambiar la respuesta dinámica en forma local o general, en este trabajo de investigación se realizó la comparación de las coordenadas de los puntos de control “A”, “B”, “C” y “D” en tres niveles temporales, en proyecto (x_0, y_0, z_0), en análisis estructural (x_r, y_r, z_r) y físico (x_l, y_l, z_l).

La obtención de resultados implementando la metodología concluye con las ventajas siguientes:

1. El modelo considera la historia de los desplazamientos en un punto cero de acuerdo al proyecto ejecutivo, generando el punto de partida del análisis e implementación de los valores de referencia con magnitud inicial.

2. La simulación del análisis estructural muestra resultados muy aproximados a los presentados en la literatura, además, estos, son significativos al momento de evaluarlos, debido a que la magnitud del riesgo se compara con las normas vigentes.

3. Basándose en la metodología y los resultados obtenidos, es menester realizar como trabajo futuro un seguimiento detallado de inspección en el nodo “B”, con respecto a que presenta desplazamientos cuya magnitud se encuentra en la zona de riesgo de servicio con una afectación del 99.90 %, anticipándose por medio de procedimientos constructivos para cambiar la respuesta dinámica y disminuir los desplazamientos.

4. La simulación muestra magnitudes del análisis estructural por debajo del riesgo de servicio, sin embargo, no es así en comparación con las magnitudes del evento experimental en el punto de control “B” en el eje “z”.

5. La presente investigación concluye que los elementos estructurales del letrero publicitario se encuentran con estabilidad estructural y por el momento es segura, debido a que la respuesta de los despla-

zamientos se encuentra en la zona de riesgo dentro de los límites reglamentarios.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Cerón Carballo J.E: Conceptualización, Metodología, Software. **Caballero-Garatachea O:** Redacción - Preparación del borrador original. **Navarro-Gómez H.I:** Investigación, Validación y Edición.

REFERENCIAS

- [1] R. Cortés. Estudio del desarrollo local aplicando los criterios de la agenda 2030. *Padi*, vol. 11, núm. 22, pp. 144–153, 2024. DOI: 10.29057/icbi.v11i22.11058.
- [2] H. Cid. Nivel de evaluación del Mecanismo de falla en una construcción de 20 años de edad. *Padi*, vol. 11, núm. 22, pp. 129–137, 2024. DOI: 10.29057/icbi.v11i22.11067.
- [3] J. Cerón. Cálculo de la resistencia del suelo al interpolarlo con el MEF. *Padi*, vol. 8, núm. 15, pp. 7–13, 2020. DOI: 10.29057/icbi.v8i15.4974.
- [4] J. Cruz. Análisis paramétrico de anuncios espectaculares sujetos a la. *Ingeniería*, pp. 69–77, 2018. [En línea]. Disponible en: https://ingenieria.unach.mx/images/Articulos_revista/revistapakbal_43_pag69-77.pdf.
- [5] A. Ghasemi. Wellington building inventory: rapid earthquake response framework. *NZSEE, New Zeal. Soc.*, p. 8, 2021. DOI: <https://hdl.handle.net/10092/101528>.
- [6] H. M. Israel. Análisis de esfuerzos en un anuncio espectacular mediante el método de elemento finito para la prevención de accidentes viales. *Jovenes en la Cienc.*, núm. 1, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.jovenesenlaciencia.ugto.mx/index.php/jovenesenlaciencia/article/view/2223>.
- [7] U. Estadual. El análisis multimodal del anuncio publicitario audiovisual para el aula de Lengua Castellana y Literatura en Educación Secundaria y Bachillerato. 2020. DOI: 10.25053/redufor.v5i15set/dez.2839.
- [8] J. Carrión. Evaluación y detección de daño en estructuras utilizando un método inverso por sub- dominios. *Publicación Técnica No. 166 Sanfandila, Qro*, núm. 166, p. 52, 2001. DOI: <https://www.imt.mx/archivos/publicaciones/publicaciontecnica/pt166.pdf>.
- [9] F. Gutierrez. Leyes de atenuación de desplazamientos para sismos asociados al proceso de subducción. *Univ. Michoacana San Nicolás Hidalgo*, p. 124, 2013. DOI: <http://bibliotecavirtual.dgb.umich.mx>.
- [10] J. E. C. Carballo. Study of Behaviour Dynamic of the Pedestrian Loading on a Footbridge. *IJERT*, vol. 7, núm. 08, pp. 206–213, 2018.
- [11] J. Cerón. Cálculo de la resistencia del suelo al interpolarlo con el MEF. *Padi*, vol. 8, núm. 15, pp. 7–13, 2020. DOI: 10.29057/icbi.v8i15.4974.

-
- [12] A. Colombiana. Evaluación del nivel de daño en viviendas afectadas por sismos. 2013.
- [13] CDMX. Manual del reglamento de la ley de publicidad exterior de la CDMX. *CEDUVI*, p. 247, 2016. [En línea]. Disponible en: <https://www.seduvi.cdmx.gob.mx>.
- [14] J. Cerón. Structural Damping in a Pedestrian Footbridge Under Controlled Traffic Density. vol. 13, núm. 07, 2024. DOI: 10.13140/RG.2.2.30302.45126.
- [15] J. Cerón. Nivel de evaluación del Mecanismo de falla en una construcción de 20 años de edad. *Pädi Boletín Científico Ciencias Básicas e Ing. del ICBI*, vol. 11, núm. 22, pp. 129–137, 2024. DOI: 10.29057/icbi.v11i22.11067.
- [16] E. P. Isidro, J. Emmanuel, and C. Carballo. Hysteretic Behaviour Simulation of Low-Yield Steels Under Mechanical Cyclic Loads. *IJERT*, vol. 7, núm. 06, pp. 258–265, 2018.

Cálculo de la respuesta impulsiva de losas de concreto reforzado ante el caminar humano

Calculation of the impulsive response of reinforced concrete slabs under human walking

Caballero-Garatachea, O.^{1*} , Juárez-Luna, G.² , Lizárraga-Mendiola, L.G.¹ , Escamilla-García, M.A.¹ ,
Cerón-Carballo, J.E.³ , Areu-Rangel, O.S.¹ , Olguín-Coca, F.J.¹  (*omar_caballero@uaeh.edu.mx)

Recibido: 13-06-2024 Aceptado: 20-08-2024

RESUMEN

El análisis de vibraciones tipo impulso de losas macizas de concreto reforzado apoyadas sobre vigas (LMCRAV) ante el caminar humano es un procedimiento utilizado para evaluar y evitar vibraciones excesivas, las cuales pueden ser incómodas para los usuarios. Se han reportado métodos analíticos en la literatura para tales evaluaciones. Sin embargo, muchos ingenieros estructurales, principalmente los que poseen pocos o nulos conocimientos de dinámica estructural, no suelen utilizar estas herramientas analíticas. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es proporcionar recomendaciones prácticas para el cálculo de vibraciones en este tipo de siste-

ma de piso. Se proporcionan ejemplos de aplicación de una metodología propuesta en la literatura, la cual consiste en el cálculo de la respuesta impulsiva de LMCRAV ante el caminar humano. El estudio consta de un análisis comparativo entre resultados analíticos y numéricos. De acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que el procedimiento analítico derivado de la literatura proporciona resultados aceptables, además de ser un procedimiento práctico para los diseñadores estructurales.

Palabras clave: Losa de concreto reforzado, Vibración, Caminar humano.

ABSTRACT

The vibration analysis of RC two-way slabs supported on beams under human walking is a procedure used for evaluating and avoiding excessive vibrations, which may be uncomfortable for users. Some

analytical methods are reported in the literature for such evaluations. However, many structural engineers, who mainly have little or no knowledge of structural dynamics, do not usually use these

¹Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería UA EH, Carretera Pachuca – Tulancingo Km 4.5, Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, CP 42184.

²Universidad Autónoma Metropolitana, San Pablo No. 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, Ciudad de México, México, CP 02200.

³Ingeniería Civil Forense, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería UA EH, Carretera Pachuca – Tulancingo Km 4.5, Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, CP 42184.



analytical tools. Therefore, the aim of this work is to provide practical recommendations for the calculation of vibrations in RC two-way slabs. Some application examples are provided for this purpose. A methodology proposed in the literature is used in this work, which consists of calculating the impulsive response of RC two-way slabs under human walking. The study consists of a comparative

analysis between analytical and numerical results. According to the results, it is concluded that the analytical procedure reported in the literature is a practical tool, which provides acceptable results.

Keywords: Reinforced concrete slab, Vibration, Human walking.

INTRODUCCIÓN

Las losas macizas de concreto reforzado apoyadas en dos direcciones (LMCRAV) son subsistemas estructurales que consisten en una losa apoyada sobre vigas y columnas, como se observa en la Figura 1. Este tipo de sistema de piso se destina comúnmente al uso de oficinas o residencias. Al igual que otras tipologías de sistemas de piso, las LMCRAV están sujetas principalmente a vibraciones generadas por actividades humanas tales como el caminar, correr o saltar, ya sea por una o un conjunto de personas. La actividad humana de mayor ocurrencia en este tipo de sistema de piso es el caminar de una persona, que consiste en el desarrollo de una serie de pasos dados a lo largo de una trayectoria definida sobre el sistema de piso.

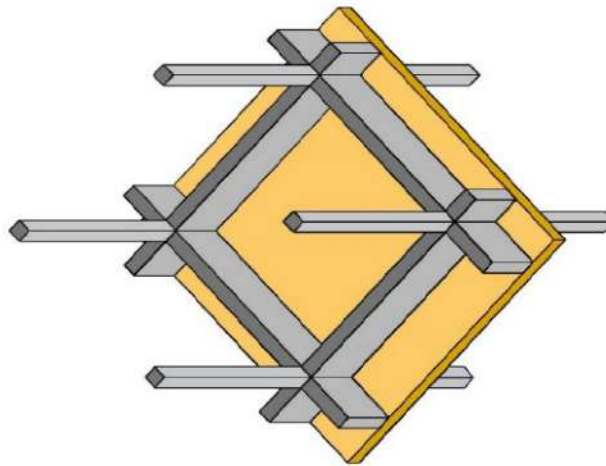


Figura 1: Losa maciza de concreto reforzado en dos direcciones apoyada sobre vigas.

El análisis por vibración de un sistema de piso ante el caminar humano depende principalmente de variables como: carga dinámica representativa del caminar humano como fuente de excitación, frecuencia natural fundamental, f_n , relación de amortiguamiento, ξ , y la respuesta dinámica vertical. En el caso de esta última, un sistema de piso puede exhibir dos tipos de respuesta dinámica vertical ante el caminar humano: transitoria o estacionaria. La respuesta transitoria es similar a un impulso, el cual se atenúa a lo largo del tiempo y ocurre cuando la frecuencia de excitación es considerablemente diferente de la

f_n del sistema piso. Por su parte, la respuesta estacionaria ocurre cuando las frecuencias de excitación y natural son iguales, generando una respuesta continua de amplitud constante. Dado que las LMCRAV son subsistemas constituidos por elementos considerablemente rígidos como vigas y columnas [1][2], y por lo tanto desarrollan frecuencias de vibración significativamente altas en comparación con la frecuencia de excitación debida al caminar humano, se puede deducir que éstas desarrollarán respuestas impulsivas.

El cálculo de respuestas impulsivas en sistemas de piso ante el caminar humano se puede realizar con procedimientos reportados en la literatura, tales como [3], [4], [5], [6], siendo este último de los más utilizados. Este método se deriva del estudio de un sistema de un grado de libertad (S1GDL), donde se variaron frecuencias naturales y fuerzas representativas del caminar humano [7], de tal manera que las velocidades pico calculadas fueron la base para definir una variable denominada impulso efectivo I_{eff} (unidades en N-s), el cual se define por la Ec. (1):

$$I_{eff} = 54 \frac{f_{paso}^{1,43}}{f_n^{1,30}} \quad (1)$$

donde f_{paso} es la frecuencia de paso en Hz. Con la Ec. (2) se calcula la velocidad del sistema de piso:

$$v(t) = \mu_i \mu_j \frac{I_{eff}}{M_{mod}} \quad (2)$$

donde, para una forma modal determinada, μ_i y μ_j son ordenadas que indican el punto de aplicación del impulso y el punto donde se mide la respuesta, respectivamente, y M_{mod} es la masa modal del sistema piso. Este procedimiento simplificado considera una respuesta impulsiva donde el tiempo de impacto es muy bajo. Como se observa, en este procedimiento no se consideran variables como el peso de la persona, la relación de amortiguamiento estructural y el desplazamiento del sistema de piso, variables importantes que pueden ser de gran utilidad para predecir con un nivel de aproximación mayor al 85 % el comportamiento del fenómeno de estudio. Por lo tanto, en [8] se propuso un procedimiento analítico para el cálculo de la vibración de LMCRAV basado en el análisis de S1GDL, cuya solución involucra las variables fundamentales para el análisis: función de carga dinámica cosenoidal representativa del caminar humano (validada en [8]), la f_n del sistema de piso y la relación de amortiguamiento ξ . Este procedimiento se desarrolló con el objetivo de proporcionar herramientas prácticas para el análisis de sistemas de piso que desarrollan respuestas impulsivas ante vibración por el caminar humano. Aunque esta metodología ha sido validada numérica y experimentalmente, aún se requiere del desarrollo de otros ejemplos de aplicación para que el ingeniero que no posee conocimientos avanzados de dinámica estructural y del análisis de vibraciones pueda relacionarse con los elementos básicos de este tipo de análisis, y desarrollar análisis prácticos de aproximación adecuada.

El procedimiento propuesto en [8] se basa en resolver la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad S1GDL sometido a la acción de una carga cosenoidal reportada en [9], como se observa en la Figura 2 y la Ec. (3):

$$M_{mod}\ddot{u} + C_{mod}\dot{u} + K_{mod}u = P_o \cos \omega_s t \quad (3)$$

donde $P_o = P\alpha_i$, P es el peso individual de una persona, α_i es un factor de carga dinámica, i es el número de armónico f_s , es la frecuencia de paso por el caminar de una persona, M_{mod} , K_{mod} y C_{mod} son la masa, rigidez y amortiguamiento modales del sistema de piso, respectivamente.

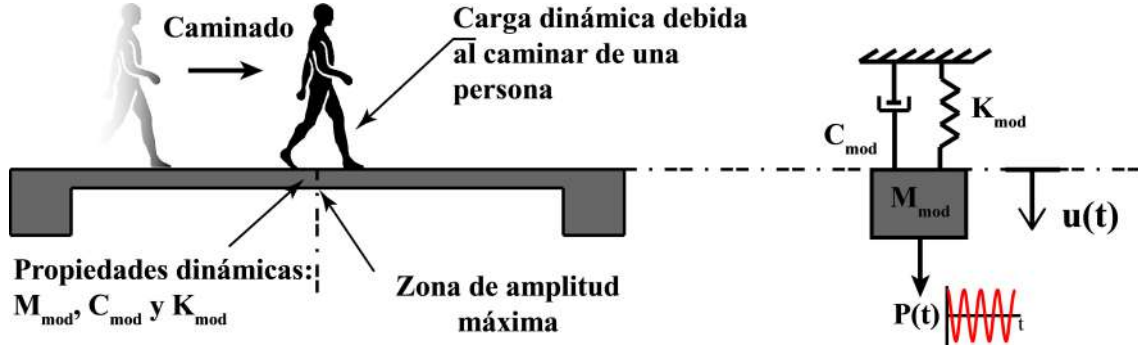


Figura 2: Modelado analítico para el análisis de vibración de un panel aislado de losa ante el caminar humano [8].

La Ec. (3) se resuelve proponiendo una solución, como la que se muestran en la Ec. (4), la cual está compuesta por dos soluciones, complementaria y particular. Sustituyendo la Ec. (4) en la Ec. (3), se tiene como resultado las ecuaciones para la predicción de velocidades y aceleraciones, como se muestra en las Ecs. (5) y (6). Por otra parte, sustituyendo la solución particular de la Ec. (4) en la Ec. (3), se tiene como resultado un sistema de ecuaciones que se resuelven por el método de coeficientes indeterminados, de tal manera que se obtienen los coeficientes D y C (Ecs. (7) y (8), respectivamente). Posteriormente, considerando las condiciones iniciales del fenómeno, se calculan los coeficientes A y B , los cuales se muestran en las Ecs.(9) y (10).

$$u(t) = \exp(-\xi\omega_n t)(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t) + C\sin\omega_s t + D\cos\omega_s t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} du/dt = & -\exp(-\xi\omega_n t)(A\omega_D \sin\omega_D t - B\omega_D \cos\omega_D t) \\ & - D\omega_s \sin\omega_s t + C\omega_s \cos\omega_s t - \xi\omega_n \exp(-\xi\omega_n t)(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} d^2u/dt^2 = & \exp(-\xi\omega_n t)[(2A\omega_D\xi\omega_n + B\xi^2\omega_n^2 - B\omega_D^2)\sin(\omega_D t) + \\ & (A\xi^2\omega_n^2 - 2B\omega_D\xi\omega_n - A\omega_D^2)\cos(\omega_D t)] - [C\omega_s^2 \sin(\omega_s t) + D\omega_s^2 \cos(\omega_s t)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$D = P_o/k_{mod}[1 - (\omega_s/\omega_n)^2]/([1 - (\omega_s/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega_s/\omega_n]^2) \quad (7)$$

$$C = P_o/k_{mod}(2\xi\omega_s/\omega_n)/([1 - (\omega_s/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega_s/\omega_n]^2) \quad (8)$$

$$A = u(0) - D \quad (9)$$

$$B = (u'(0) + \xi\omega_n u(0) - \xi\omega_n D - C\omega_s)/\omega_D \quad (10)$$

donde, ω_n es la frecuencia natural del sistema de piso expresada en rad/s, $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ (frecuencia natural amortiguada) y ω_s es la frecuencia de excitación expresada en rad/s.

Al sustituir los valores de las constantes calculadas en la Ec. (6), se puede obtener la respuesta dinámica de un panel de LMCRAV con base en el análisis de un sistema equivalente de un grado de libertad. Las variables principales de la losa por calcular son M_{mod} , K_{mod} , ξ y f_n . Respecto a la fuente de excitación, se especifica la frecuencia de paso y la magnitud de la carga impuesta. La M_{mod} se obtiene a partir de la Ecs.11 o 12 [10],[11]; mientras que K_{mod} se obtiene a partir de la Ec. (13). Por otra parte, ξ puede ser determinada de valores reportados en la literatura, en el caso de este trabajo se utiliza un valor de ξ calculado en una prueba experimental [12].

$$M_{mod} = \iint_A m \phi^2(x, y) M_{total} \quad (11)$$

donde m es la masa por unidad de área, ϕ es la forma modal, M_{total} es la masa total y η es la relación de masa modal. Como se observa, M_{mod} se obtiene a partir del producto de la masa total del sistema por un valor $\eta < 1$ que depende de una forma modal conocida, la cual se obtiene a partir de una función de desplazamientos normalizada al punto de desplazamiento máximo. Una manera práctica para obtener M_{mod} es mediante el análisis de un sistema discreto como lo es un modelo numérico de elementos finitos, como se reporta en [11]:

$$M_{mod} = \sum_{\text{Nodos } i} \delta_i^2 \times dM_i \quad (12)$$

donde δ_i es la deflexión vertical del nodo i normalizado a la deflexión máxima y dM_i es la masa del nodo i en el sistema de piso. Por otra parte, K_{mod} , es un parámetro cuyo cálculo es más complejo, por lo que se puede calcular de manera simplificada como:

$$K_{mod} = (2\pi f_n)^2 M_{mod} \quad (13)$$

Respecto al cálculo de la f_n , se propone utilizar la expresión que proporcionan [13] (Ec. (14)), la cual se basa en el trabajo realizado por [12] y [9]. Esta expresión se basa en el análisis de sistemas de vigas y losas en una dirección e incluye la f_n de los elementos involucrados en el sistema global, como lo es la viga principal y una franja central de losa de ancho unitario.

$$f_n = 0,18 \sqrt{\frac{g}{C_1 \Delta_{viga} + 0,59 C_2 \Delta_{losa}}} \quad (14)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, Δ_{viga} y Δ_{losa} son los desplazamientos de la viga principal y de una franja de losa de ancho unitario, C_1 y C_2 (Ecs. (15) y (16)) son coeficientes que dependen de la relación de claros a_1 (claro corto) y a_2 (claro largo):

$$C_1 = 1,56 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{0,29} \quad (15)$$

$$C_2 = 1,18 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{-0,69} \quad (16)$$

En general, se han resumido los elementos principales para el cálculo de la vibración vertical en losas macizas de concreto reforzado ante el caminar de una persona. La respuesta se puede calcular en términos de desplazamiento, velocidad o aceleración. En el caso de este trabajo se propone calcular la respuesta dinámica en términos de la última, como parámetro práctico para evaluar la vibración. A continuación, se desarrollan 2 ejemplos de aplicación de la metodología antes mencionada, los cuales consisten en el análisis de losas típicas de LMCRAV para uso de oficinas

Descripción de modelos de análisis

En este apartado se estudian dos losas de concreto reforzado. La primera losa (Losa 1) es un modelo hipotético que tiene un claro largo a_2 de 8m y lado corto $a_1 = 4$ m. La segunda losa (Losa 2) es un tablero de losa reportado en [8], el cual forma parte de un sistema multi-tableros. Aunque no fue estudiado experimentalmente, se considera como un ejemplo de tablero de típico de LMCRAV destinado a uso de oficinas. Las dimensiones de la losa son $a_2 = 6.20$ m y $a_1 = 5.60$ m.

En este procedimiento se realiza una comparación entre los resultados calculados con la Ec. (6) y los calculados con modelos numéricos, los cuales se muestran en la Figura 3. En general, los modelos están constituidos de un concreto clase 1, cuyo agregado es tipo basáltico. En el caso de la losa 1, la resistencia a compresión del concreto es $f'_c = 300$ kg/cm², el módulo de elasticidad es $E = 242487$ kg/cm², con base en [13]. En cuanto a la losa 2, la resistencia a compresión del concreto es $f'_c = 460$ kg/cm², el módulo de elasticidad es $E = 292304$ kg/cm², con base en [13]. En el diseño de la Losa 1, se utilizaron cargas distribuidas debidas a carga muerta sobrepuesta con valor de 280 kg/m², y una carga viva máxima de 250 kg/m², de acuerdo con lo especificado en [14] para el uso de oficinas, despachos y laboratorios. Los requerimientos de dimensionamiento de trabes cumplen con los requisitos mínimos para marcos dúctiles [13]. Es importante mencionar que sólo se realizaron análisis debidos a carga gravitacional. En el caso de la Losa 2, las dimensiones de los elementos estructurales ya están definidos. La carga sobre impuesta en este sistema de piso se consideró de 110 kg/m². En ambas losas se consideró un peso propio del concreto de 2400 kg/m³. En la Tabla 1 se muestran los peraltes de losas y trabes cuya base principal fue de 25 cm.

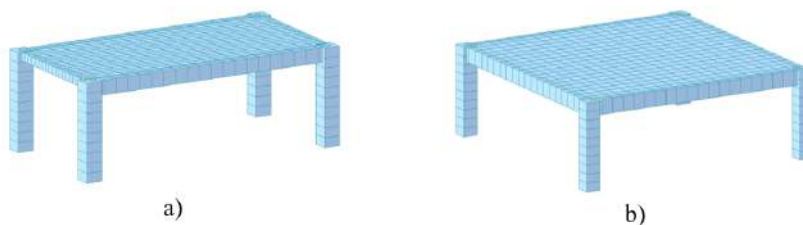


Figura 3: Modelos de losas de análisis.

Evaluación de losas de concreto

1.- Cálculo de la frecuencia natural

El cálculo de la frecuencia natural fundamental de ambas losas se realizó con [13]. En la Tabla 2 se resumen los parámetros derivados de las bajadas de carga correspondientes a cada losa, que constan del cálculo de desplazamientos en la viga principal y en la franja de losa para el posterior cálculo de f_n .

2.- Cálculo de la masa modal M_{mod}

Tabla 1: Peraltes de losas y vigas.

Tipo de losa	Dimensiones			
	e_{losa} (cm)	h_{claro}	a_1 (cm)	a_2 (cm)
Losa 1	11		30	45
Losa 2	13		60	60

La masa modal de un sistema de piso depende de la masa total M_{total} y un factor η . Considerando que la relación de masa modal es $\eta=0.25$, la masa modal calculada para cada losa es como la que se resume en la Tabla 2.

Tabla 2: Cálculo de la frecuencia natural en losas 1 y 2.

Variable	Magnitud	
	Losa 1	Losa 2
c_1	1.56	1.51
c_2	1.18	1.26
Δ_{viga} (cm)	0.15	0.19
Δ_{losa} (cm)	0.06	0.03
f_n (Hz)	10.83	13.03
Masa total (kgs ² /cm)	12.62	20.96
Masa Modal (kgs ² /cm)	3.15	5.24

3.- Cálculo de la rigidez modal K_{mod} .

La rigidez K_{mod} , se calcula con la Ec. (17). En el caso de la Losa 1 se tiene que:

$$K_{\text{mod}} = (2\pi f_n)^2 M_{\text{mod}} = [2\pi(10,83)]^2 (3,15) = 14586 \text{ kg/cm} \quad (17)$$

En el caso de la Losa 2:

$$K_{\text{mod}} = (2\pi f_n)^2 M_{\text{mod}} = [2\pi(13,03)]^2 (5,24) = 35122 \text{ kg/cm} \quad (18)$$

4.- Definición de función de carga

La función de carga utilizada en la solución analítica está representada por $F(t)=P\alpha_i \cos(2\pi i f_s t)$ [9]. En este caso se propone el peso de una persona $P=70$ kg; el valor de i permanece como 1, ya que sólo se involucra la frecuencia más baja del caminar de la persona; el valor de α_i es de 0.5 y la frecuencia de paso f_s es de 2.1 Hz.

5.- Definición de la relación de amortiguamiento

En este caso se propone un valor de la relación de amortiguamiento que corresponde a una losa destinada a uso de oficinas y cuyo valor es $\xi=0.078$ [12]. Cabe, mencionar que en la literatura existen recomendaciones para proponer este valor, por ejemplo [11].

7.- Cálculo de la aceleración

Los coeficientes C y D dependen principalmente de la frecuencia de excitación y de la frecuencia natural de la losa, ambos en términos de la frecuencia angular $\omega=2\pi f$. Por lo tanto, al sustituir todos

los valores de los parámetros mencionados en los pasos 1 a 6 se tiene como resultado los valores de los coeficientes C y D . Por lo tanto, los valores de los coeficientes A y B pueden ser calculados. En general, los parámetros necesarios para el cálculo de la aceleración analítica se resumen en la Tabla 3. Sustituyendo los valores de esta tabla en la Ec. (6) se tiene una respuesta dinámica como la que se muestra en la Figura 4. En este caso la magnitud de interés es la respuesta máxima, cuyos valores son 11.11 y 9.25 cm/s^2 para las Losas 1 y 2, respectivamente.

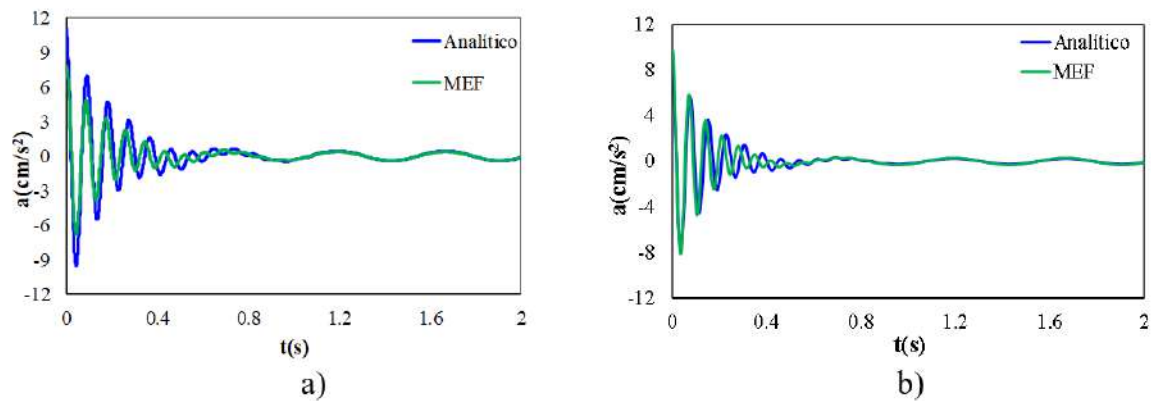


Figura 4: Respuesta dinámica numérica de losas: a) 1 y b) 2.

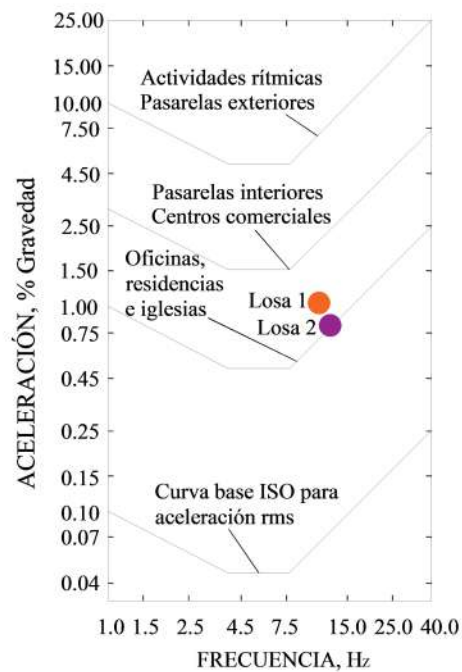


Figura 5: Evaluación de la perceptibilidad de losas de concreto [9].

Tabla 3: Propiedades para obtención de la aceleración.

Variable	Magnitud	
	Losa 1	Losa 2
ξ	0.078	0.078
ω_s (rad/s)	13.19	13.19
ω_n (rad/s)	68.00	81.87
ω_D (rad/s)	67.84	78.61
A (cm)	-0.00250	-0.00140
B (cm)	-0.00020	-0.00010
C (cm)	0.00008	0.00004
D (cm)	0.00250	0.00140

Solución numérica

Considerando que la simulación numérica del caminar humano sobre un sistema de piso mediante la aplicación de una carga armónica puntual ha sido validada anteriormente por [8]. Se aplica esta carga dinámica puntual en los modelos numéricos de la Figura 3, los cuales se analizaron con [15]; teniendo así las respuestas dinámicas como se muestra en la Figura 4. Las respuestas máximas fueron de 10.70 y de 9.50 cm/s² para las Losas 1 y 2, respectivamente. Comparando entre ambas respuestas se observan diferencias entre ambas soluciones de aproximadamente el 3.69 y el 2.6 % en la respuesta máxima. Estas diferencias se deben al error acumulado en la derivación desde el desplazamiento a la aceleración en el modelo numérico. Por lo tanto, se tiene que la solución exacta describe aceptablemente el comportamiento dinámico de los sistemas de piso analizados.

Evaluación de la perceptibilidad ante vibraciones excesivas.

Considerando la necesidad de evitar vibraciones excesivas que potencialmente pueden ocurrir en un sistema de piso, se utiliza un nomograma de perceptibilidad de las vibraciones [9], para evaluar las amplitudes de movimiento aceptables por las personas. Por lo tanto, se evalúan los niveles de vibración de los tableros de losa analizados. Con base en los resultados de la Tabla 4, se grafican los puntos correspondientes a cada losa como se muestra en la Figura 5. Dado que ambos sistemas de piso están destinados a uso de oficinas, se observa que ambas losas exceden la curva límite de vibración permisible, por lo que se requiere disminuir su respuesta dinámica. Por lo tanto, se recomienda rigidizar la estructura, en el caso de losas de concreto reforzado apoyadas sobre vigas, incrementar el momento de inercia de las trabes principales del claro más largo es lo más factible.

Tabla 4: Propiedades para obtención de la aceleración.

Respuesta dinámica		
Losa	f_n (Hz)	a/g (%)
1	10.83	1.13
2	13.03	0.94

CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrollan ejemplos de aplicación del método propuesto por [8] para cálculo de respuestas dinámicas impulsivas de LMCRAV ante el caminar humano. La metodología propuesta proporciona resultados con una aproximación mayor al 85 %, tal como se reporta en [8], y cuyo estudio se basa en la comparación entre resultados analíticos, numéricos y experimentales. Por su parte, el método propuesto por [6] proporciona niveles de aproximación similares, con una expresión bastante simple. Sin embargo, no involucra parámetros esenciales del análisis de vibraciones en sistemas de piso, lo cual es necesario proporcionar a los ingenieros estructurales, principalmente a aquellos que cuentan con pocos o nulos conocimientos de dinámica estructural. Por lo tanto, con el procedimiento propuesto se pretende que el ingeniero estructural adquiera una sensibilidad significativa en el análisis de parámetros que definen la vibración del sistema de piso, lo cual es necesario para desarrollar diseños estructurales o alternativas de mitigación de la vibración que garanticen el confort de los usuarios.

Considerando que la Ec. (14) se basa en la utilización de una ecuación derivada de un sistema de losa en una dirección propuesta en [9], su modificación y adaptación se considera válida para el cálculo de la f_n de losas en dos direcciones apoyada sobre vigas. Esta propuesta se basa en un estudio realizado en [12], que consta un estudio numérico-experimental del comportamiento dinámico de este tipo de sistema de piso. De acuerdo con los resultados del análisis comparativo realizado en este trabajo, se deduce que los valores de M_{mod} , K_{mod} y la f_n calculados con las expresiones analíticas proporcionan resultados razonables en el cálculo de la aceleración de la losa. Es importante resaltar que las variables mencionadas son sensibles a cambios que pueden ocurrir en la distribución de cargas o cambios de geometría del sistema de piso. Por lo que el procedimiento propuesto proporciona resultados aceptables siempre que se garantice una simetría en la distribución de masas y rigideces sobre el área total del sistema de piso. Por otra parte, aunque no se considera el efecto de la actividad de otras personas en el sistema de piso al momento de la excitación, la actividad de una sola persona es la que comúnmente ocasiona las máximas amplitudes de movimiento. Por lo tanto, a pesar de que la expresión analítica propuesta es una solución conservadora para el análisis de la vibración, se pueden calcular valores de aproximación razonable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma de Hidalgo por el apoyo proporcionado en la realización de este trabajo. El segundo autor agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana por las facilidades proporcionadas a la realización de este trabajo y a la empresa MIDAS Information Technology por la licencia académica proporcionada.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Omar Caballero: Conceptualización, Metodología, Curación de datos, Preparación de borrador original, Redacción - Revisión y edición, Visualización. **Gelacio Juárez:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Liliana G. Lizárraga:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Marco A. Escamilla:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Jesús E. Cerón:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Omar S. Areu:** Validación, Redacción - Revisión y edición. **Francisco J. Olguín.** Validación, Redacción - Revisión y edición.

REFERENCIAS

- [1] O. Caballero and G. Juárez. Estudio de las variables que influyen en el control de la frecuencia natural de vibración en losas de concreto reforzado. In *XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán, México, Noviembre, 2016, pp. 1–13.
- [2] G. Juárez and O. Caballero. Variables que influyen en la frecuencia natural de losas macizas de CR apoyadas en dos direcciones. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, vol. 25, No. 4, pp. 561–579, 2020. DOI: 10.24133/riie.v25i4.1863.
- [3] E. E. Ungar and R. W. White. Footfall-induced vibrations of floors supporting sensitive equipment. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 13, pp. 10–13, 1979.
- [4] T. A. Wyatt and A. F. Dier. Building in steel, the way ahead. In *International Symposium: Building in Steel. The Way Ahead*, 1989.
- [5] T. A. Wyatt. Design Guide on the Vibration of Floors. *The Steel Construction Institute, Construction Industry Research and Information Association*, Londres, 1989.
- [6] M. Willford, P. Young, and C. Field. Predicting footfall-induced vibration: part 1. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, vol. 160, No. 2, pp. 65–72, 2007.
- [7] S. C. Kerr. Human induced loading on staircases. Ph.D. dissertation, Mechanical Engineering Department, University College, Londres, 1998.
- [8] O. Caballero-Garatachea, A. G. Ayala-Milián, G. Juárez-Luna, and M. A. Escamilla-García. Procedimiento analítico para el cálculo de respuestas impulsivas en sistemas de piso ante el caminar humano. *DYNA*, vol. 91, No. 232, pp. 86–94, abr. 2024. DOI: 10.15446/dyna.v91n232.111377.
- [9] AISC. Steel Design Guide 11, Floor vibrations due to human activity. *American Institute of Steel Construction*, Chicago, Estados Unidos, 1997.
- [10] A. L. Smith, S. J. Hicks, and P. J. Devine. Design of floors for vibrations: a new approach. *Steel Construction Institute. SCI Publication P354*, Ascot, Reino Unido, 2009.

-
- [11] HIVOSS. Human induced vibration of steel structures. *Research Fund for Coal & Steel, European Commission*, 2007.
 - [12] O. Caballero. Determinación de recomendaciones de diseño de losas de vigueta y bovedilla y losas macizas de concreto reforzado sujetas a vibración. *Tesis Doctoral*, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, Ciudad de México, México, 2020.
 - [13] NTCC-23. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México D.F., 2023.
 - [14] NTCE-23. Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las edificaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México D.F., 2023.
 - [15] MIDAS/GEN. Analysis manual for MIDAS/Gen Ver. 18. *Midas Information Technology Co. Ltd.*

Aproximación del Tiempo de Recuperación de Edificios Dañados por Terremoto

Approximation of Recovery Time for Earthquake-Damaged Buildings

Gutiérrez Trejo, J.^{1*} , Bañuelos García, F.² , Ayala Milián, G.³  (*juan.gutierrez@uaz.edu.mx)

Recibido: 18-06-2024 Aceptado: 06-09-2024

RESUMEN

El tiempo que tarda una edificación en recuperar su funcionalidad cuando esta ha sido afectada por un evento sísmico es un aspecto que hoy en día no ha sido considerado por los despachos de ingeniería estructural. Recientes eventos catastróficos naturales han puesto en evidencia que la pérdida de funcionalidad de las edificaciones, además de afectar a la sociedad en general, también trae consigo cuantiosas pérdidas financieras que se estima recuperar incluso décadas después de haber ocurrido el evento catastrófico. En este trabajo de investigación se

presenta una metodología probabilista para cuantificar el tiempo de recuperación de instalaciones que son propensas a experimentar sismos de magnitud considerable durante su vida útil. Para ejemplificar la metodología se presenta la evaluación de un edificio de concreto reforzado en el que se consideran muros de relleno de mampostería no reforzada, localizado en la CDMX.

Palabras clave: resiliencia sísmica, tiempo de recuperación, pérdida de funcionalidad.

ABSTRACT

The time it takes for a building to recover its functionality when it has been affected by a seismic event is an aspect that nowadays has not been considered by structural engineering companies. Recent natural catastrophic events have shown that the loss of functionality in buildings, in addition to affecting society in general, also brings with it considerable financial losses that are estimated to be recovered even decades after the catastrophic event has occurred. This research work presents a probabilistic

methodology to quantify the recovery time of facilities that are exposed to earthquakes of considerable magnitude during their lifespan. To exemplify the methodology, the evaluation of a reinforced concrete building in which unreinforced masonry infill walls are considered, located in the CDMX, is presented.

Keywords: seismic resilience, recovery time, loss of functionality.

¹Programa de Ingeniería Civil, Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. Ramón López Velarde Núm. 801, Col. Centro, Zacatecas, México, CP. 98000.

²Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México, Cerro de Coatepec S/N, Toluca de Lerdo, Estado de México, C.U., CP. 50110.

³Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Escolar S/N, Ciudad Universitaria, Coyoacán, Ciudad de México, CP. 04510.



INTRODUCCIÓN

El daño que experimentan los elementos no estructurales a causa de un evento sísmico es la principal causa de la disrupción del funcionamiento de las edificaciones, incluso ante sismos frecuentes. Como consecuencia de la pérdida de funcionamiento durante el tiempo en que se efectúan los trabajos de reparación de la instalación afectada se generan las pérdidas financieras indirectas. Por ejemplo, a causa de los daños que originó el sismo de Kobe en Japón en el año 1995, el sector comercial sufrió pérdidas acumuladas durante 10 años, alcanzando los 125 billones de dólares [1]. Por otro lado, el sismo de Axi-chiapán del año 2017 de magnitud M_w 7.1 afectó de forma importante a infraestructura construida en la Ciudad de México (CDMX), provocando el colapso de 44 edificios [2], incluyendo 5,765 viviendas, y 973 escuelas, y se estimó que las pérdidas financieras indirectas junto con el costo de la reconstrucción de la infraestructura dañada serían de aproximadamente 3.4 mil millones de dólares [3].

De acuerdo a lo anterior, es evidente la necesidad de desarrollar metodologías que permitan evaluar el desempeño estructural y no estructural en edificios, ya sean nuevos o existentes, en términos de variables de decisión que sean intuitivas y de fácil interpretación para los inversionistas y tomadores de decisiones, como lo es el tiempo de recuperación.

En el presente trabajo se propone un procedimiento para obtener la distribución de probabilidad del tiempo de recuperación de edificios de concreto reforzado. La metodología está fundamentada en la Técnica de Revisión y Evaluación de Proyectos (PERT) y el Método de Simulación de Montecarlo (MSM). El procedimiento es consistente con la metodología de evaluación del desempeño del Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica del Pacífico (PEER) y con la definición de resiliencia estructural propuesta por el Centro Multidisciplinario de Investigación de Ingeniería Sísmica (MCEER).

ANTECEDENTES

El MCEER definió a la resiliencia estructural como la capacidad que posee un sistema estructural para minimizar los impactos negativos que causan eventos potencialmente destructivos sobre la infraestructura construida y recuperarse en el menor tiempo posible [4]. La resiliencia está parametrizada mediante las siguientes variables de decisión: pérdida de funcionalidad, tiempo de recuperación, pérdidas financieras directas (debido a los daños materiales), pérdidas financieras indirectas (causadas por la pérdida de producción durante el tiempo que se realizan las reparaciones) y, pérdida de vidas humanas. En la Figura 1 se ilustra la pérdida y recuperación de la funcionalidad de una instalación [4]. El eje de las ordenadas indica el porcentaje de pérdida de funcionalidad $LQ(t)$ y el de las abscisas el tiempo de recuperación de su funcionalidad $RQ(t)$.

Por otro lado, el PEER [5] desarrolló una metodología para evaluar el desempeño sísmico de estructuras en términos de variables de decisión, DV , *e.g.*, costos de reparación y tiempo de recuperación. Esta metodología está compuesta por cuatro análisis probabilistas: análisis de peligro sísmico, análisis estructural, análisis de daño y, análisis de las consecuencias del daño en términos de variables de decisión. Las incertidumbres asociadas en cada análisis probabilista se combinan mediante el teorema de la probabilidad total, obteniéndose la tasa media anual de excedencia de la variable de decisión en estudio [5], la cual se obtiene mediante la Ec. (1):

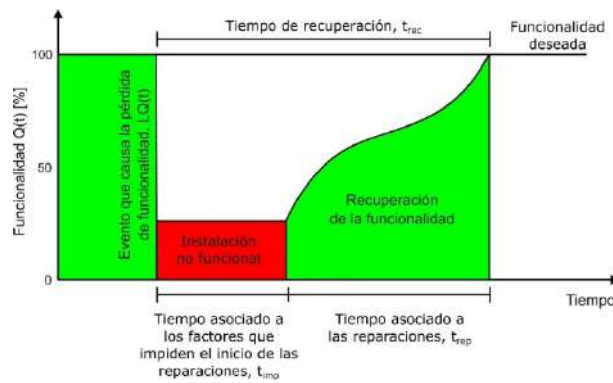


Figura 1: *Esquema general que explica la resiliencia estructural [4].*

$$\lambda(DV > dv) = \int_{im} \int_{dm} \int_{edp} G(dv|dm) dG(dm|edp) dG(edp|im) |d\lambda(im)| \quad (1)$$

Posteriormente, la Agencia Federal de Gestión de Emergencias (FEMA, por sus siglas en inglés) adoptó y enriqueció el esquema de evaluación desarrollado por el PEER, creando la metodología de evaluación del desempeño sísmico denominada FEMA P-58-1 [6, 7]. Para estimar el tiempo de reparación de los elementos dañados propone dos esquemas, uno de reparación en serie y otro en paralelo. A este respecto, las funciones de fragilidad para estimar el tiempo de reparación de los componentes dañados que utiliza esta metodología fueron calibradas asumiendo que los trabajos de reparación son realizados por un solo trabajador [8]. Cuando se emplea el esquema de reparación en serie se acepta que existe un trabajador por componente dañado. Cuando se utiliza el esquema de reparación en paralelo se asume implícitamente que un solo trabajador repara todos los elementos dañados. Estas dos aproximaciones son inconsistentes con lo que ocurre en la realidad, que es organizar cuadrillas con un número específico de trabajadores. Por lo tanto, se concluye que el tiempo de reparación obtenido con el esquema de reparación en serie es muy conservador, y el obtenido con el esquema de reparación en paralelo es poco conservador. De igual manera, esta aproximación permite estimar únicamente el tiempo de reparación, es decir, hace omisión al retraso del inicio de los trabajos de reparación, etapa que contribuye de forma significativa al tiempo total de recuperación total, y por lo tanto a las pérdidas financieras causadas por interrupción de negocios.

En los últimos años en México se han llevado a cabo investigaciones novedosas en tema de optimización de diseño sísmico considerando la resiliencia de forma implícita. Por ejemplo, Santos-Santiago *et al* [9] presentan una metodología de diseño óptimo de edificios considerando demandas sísmicas y de viento, así como el daño acumulado durante el ciclo de vida del sistema estructural. En esta metodología se empleó el FEMA P-58-1 [7] para obtener el tiempo de inactividad de un edificio de 28 pisos diseñado con y sin amortiguadores viscosos y contravientos de acero. Como elemento no estructural se consideró la fachada de vidrio templado. Los resultados indicaron que las pérdidas anuales esperadas se incrementaron un 27.2 % cuando se toma en cuenta el daño acumulado por sismo, demostrando que éste tiene un impacto significativo en la toma de decisiones y por lo tanto en el diseño estructural. Asimismo, al considerar las pérdidas asociadas al tiempo de inactividad, se demostró que éstas fueron menores cuando

se incrementó el espesor del vidrio templado.

Rodríguez-Castellanos *et al* [10] realizaron un estudio de optimización de los costos de reparación, del número de heridos y de las emisiones de dióxido de carbono. Estas últimas dos variables se obtuvieron con la metodología FEMA P-58-1 [7]. El edificio que se optimizó tiene las mismas características que el estudiado por Santos-Santiago *et al* [9]. En este estudio se demuestra que el uso de amortiguadores viscosos permite reducir considerablemente las pérdidas económicas en términos de costos de reparación y de emisiones de dióxido de carbono, con un 65 % y 80 %, respectivamente, en comparación con el edificio que no cuenta con los dispositivos de disipación de energía.

Valenzuela-Beltrán *et al* [11] realizaron un estudio comparativo en el que se obtuvieron las pérdidas económicas derivadas de las reparaciones de un conjunto de edificios de concreto reforzado localizados en suelo firme y suelo blando, en la CDMX. Los edificios evaluados fueron diseñados de acuerdo con las NTC-DS del 2017 [12]. Las pérdidas económicas se estimaron empleando la metodología FEMA P-58-1 [7]. Los resultados de este estudio indicaron que la probabilidad de alcanzar o superar la pérdida total de las estructuras localizadas en suelo firme es prácticamente cero, es decir, estas estructuras son reparables incluso cuando las intensidades sísmicas son mayores a las usadas en su diseño contra colapso. Por el contrario, las estructuras desplantadas en suelo blando exhibieron probabilidades del 10 % de experimentar una pérdida total. Estos resultados demostraron que los edificios desplantados en suelo blando experimentaron mayores pérdidas económicas respecto a los que se encuentran desplantados en suelo firme.

González Calva *et al* [13] realizaron un estudio en el que evaluaron el tiempo de recuperación y pérdida de funcionalidad en términos de valores esperados para evaluar la resiliencia en escuelas públicas localizadas en Puebla, México. En este estudio se incluyó un análisis costo/beneficio, y con los resultados los autores identificaron las escuelas que presentan una resiliencia media, baja y alta. Los resultados indicaron que una cantidad importante de las escuelas evaluadas están poco preparadas en términos de resiliencia sísmica.

En general, se pueden identificar dos enfoques asociados a la resiliencia sísmica. El primero corresponde a mejorar la capacidad resiliente de las edificaciones, equipándolas mediante el uso de sistemas de control de su respuesta lateral, por ejemplo, utilizando amortiguadores viscoelásticos. De esta forma, en los estudios citados anteriormente y en muchos otros se demuestra mediante la metodología FEMA P-58-1 [7], que los costos, tiempos de recuperación y emisiones de dióxido de carbono disminuyen significativamente. El segundo enfoque corresponde a la mejora y/o propuestas alternas a la metodología FEMA P-58-1 [7] para estimar de forma más precisa los costos y tiempos de recuperación. Cabe destacar que hoy en día a nivel nacional son pocos los trabajos en los que se propone una metodología probabilista para estimar el tiempo de recuperación de edificaciones dañadas por sismo. Por esta razón, en este artículo se propone una metodología probabilista para estimar el tiempo de recuperación de la funcionalidad de edificios, ya sean nuevos o existentes, dañados por un terremoto. La metodología propuesta se basa en el método PERT. En esta aproximación se consideran aspectos fundamentales como la cantidad específica de cuadrillas y trabajadores, y la organización en flujo del tiempo que se requieren para reparar un determinado número de elementos. La metodología presentada puede considerarse una extensión de la metodología propuesta por el FEMA P-58-1 [7].

METODOLOGÍA

El tiempo de recuperación t_{rec} de una instalación que ha sido dañada por un evento sísmico puede discretizarse en dos intervalos denominados racionales e irracionales [14]. El primero corresponde al tiempo en que se realizan las reparaciones estructurales y no estructurales. El segundo está asociado a los eventos previos al inicio de las reparaciones: inspección post-sismo, revisión y/o rediseño estructural, planeación de las reparaciones, obtención del financiamiento y permisos gubernamentales para llevar a cabo las reparaciones y/o reforzamiento estructural. La cantidad de factores irracionales depende de la severidad del daño que experimentan los componentes de la instalación en estudio.

Tanto los factores racionales como irracionales involucran incertidumbres importantes; no obstante, evaluar numéricamente los primeros ha sido relativamente más sencillo debido a que en estos se encuentran involucrados procesos de índole ingenieril (*e.g.*, evaluación estructural), mientras que en los segundos intervienen procesos externos a la ingeniería (*e.g.*, obtención de permisos gubernamentales). En la Figura 2 se muestra la propuesta de un esquema simplificado que considera los factores que definen el proceso de recuperación de un edificio dañado por un terremoto.

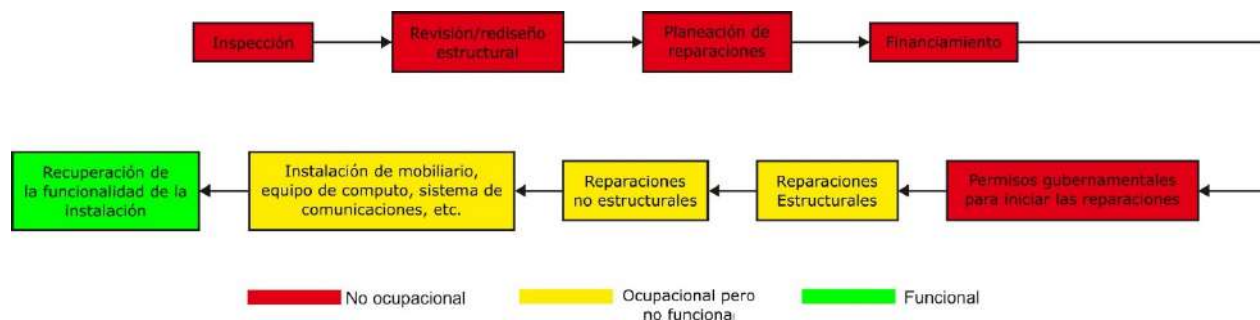


Figura 2: *Secuencia de eventos que se presentan en el proceso de reparación de un edificio dañado por un sismo, adaptado de Gutiérrez [15].*

Grupos de desempeño

Para estimar el tiempo que una edificación queda fuera de funcionamiento, es necesario definir inicialmente un inventario de los elementos estructurales, no estructurales y contenidos que son susceptibles a experimentar daño ante una demanda sísmica. En este estudio se consideran únicamente los elementos estructurales y no estructurales (arquitectónicos), ya que como se demuestra en Konstantinidis y El-Dakhakhi [16], las funciones de fragilidad que presenta el FEMA P-58-3 [17] correspondientes a los contenidos son muy conservadoras y tiene que realizarse un proceso independiente que queda fuera del alcance de este estudio.

Estados de daño de los grupos de desempeño

Existen dos formas prácticas para inferir el daño estructural y no estructural. La primera es recurrir al uso de funciones de fragilidad representativas del daño en términos discretos, *i.e.*, daño ligero, $DS1$, daño moderado, $DS2$, o daño severo, $DS3$. El daño discreto y su correspondiente probabilidad de ocurrir se encuentran en función de variables obtenidas del análisis estructural (parámetros ingenieriles de

demanda, EDP), *e.g.*, las distorsiones de entrepiso. La segunda forma de inferir el daño es similar a la primera, no obstante, es de carácter determinista y se obtiene únicamente el nivel de desempeño global de la estructura, *e.g.*, ocupación inmediata, IO , seguridad de vidas, LS , o prevención al colapso, CP [18]. La metodología propuesta en este estudio emplea funciones de fragilidad para inferir el daño, ya que en ellas se incluyen las incertidumbres inherentes al mismo.

Estimación del daño

Para estimar el estado de daño probable (DS) que desarrolla cada elemento en función de su respectiva respuesta estructural (EDP) se debe considerar la secuencia en la que se desarrollan los estados de daño, *i.e.*, si los estados de daño se presentan en forma secuencial, en forma simultánea o si los estados de daño son mutuamente excluyentes. En el estado de daño secuencial, el elemento debe experimentar primero el $DS1$, después el $DS2$, y así sucesivamente. En el estado de daño simultáneo, el elemento puede experimentar más de un estado de daño al mismo tiempo. En el estado de daño mutuamente excluyente, el elemento puede experimentar solo un estado de daño, sin importar el orden [19]. En Gutiérrez [15] pueden consultarse las ecuaciones paramétricas para estimar la probabilidad de que un elemento determinado presente un nivel de daño específico.

Para cuantificar el tiempo de reparación por elemento, se tiene que relacionar el daño probable que este experimenta con las actividades de reparación que se tienen que efectuar para devolverle su nivel de funcionamiento original, o mejor, si es posible.

Para ello, suponga que existe una función de distribución de probabilidad de tiempo de reparación por elemento $F_{TREP}(TREP \leq t_{rep} | NC, \overline{DS}, edp)$ mediante la cual es posible obtener la probabilidad de que el tiempo de reparación $TREP \leq t_{rep}$ dado un $EDP = edp$, y un estado de daño discreto $[\overline{DS}_{kl} = ds_i | NC, edp, im]$. Recurriendo al método de transformación inversa de una distribución de probabilidad es posible determinar el tiempo de reparación del componente k -ésimo como una variable aleatoria, T_{REP} , como se indica en la Ec. (2):

$$T_{REP} = F_{TREP}^{-1}(U|\theta) \quad (2)$$

donde U es una variable aleatoria distribuida uniformemente que toma valores entre 0 y 1, *i.e.*, $U \sim U(0,1)$, y θ es un vector que contiene los parámetros de la distribución de probabilidad del tiempo de reparación del componente k -ésimo. En este estudio se utilizarán las funciones de distribución de probabilidad del tiempo de reparación unitario para los grupos de desempeño recomendados por el FEMA P-58-3 [17] y que de forma sintetizada se pueden consultar en Gutiérrez [15]. El tiempo de reparación correspondiente al número de unidades u_k pertenecientes al elemento k -ésimo se estima mediante la Ec. (3):

$$\hat{T}_{REP} = T_{REP} \bullet Pr(\overline{DS}_{kl} = ds_i | NC, im) \bullet u_k \quad (3)$$

Aproximación del tiempo de recuperación utilizando el método PERT

En la realidad, los trabajos de reparación son realizados por cuadrillas de trabajo organizadas sistemáticamente con el fin de optimizar el tiempo de ejecución de las actividades involucradas. Optimizar este proceso depende principalmente de los recursos humanos y económicos disponibles y, en general, involucra grandes incertidumbres. En este trabajo se propone una metodología para aproximar el tiempo de reparación de un edificio dañado por sismos futuros. Dicha metodología está basada en la Técnica

de Revisión y Evaluación de Proyectos y el Método de Simulación de Montecarlo (PERT y MSM, respectivamente). El método PERT es una técnica recursiva utilizada para controlar y coordinar proyectos [20]. Para emplear esta técnica el proyecto debe ser dividido en eventos específicos cuya secuencia de ejecución queda terminada por actividades prescritas. Cada evento debe ser numerado de tal forma que las flechas siempre indiquen el evento precedente y el o los sucesores. Esta condición obliga a que todas las actividades precedentes a un evento sean completadas antes de que el evento inicie.

Condiciones para generar los eventos y actividades de reparación

Para optimizar el tiempo de reparación de cada grupo de desempeño se recurrirá al método PERT, descrito en la sección anterior. Para construir las actividades y eventos se proponen las siguientes reglas:

1. Proponer un número de cuadrillas y una cantidad realista de trabajadores dentro de cada cuadrilla para efectuar las reparaciones de cada grupo de desempeño según la severidad de un estado de daño en particular.
2. Asignar en la misma proporción la cantidad de elementos que se encuentran en el mismo estado de daño, n_{DS_k} , al número de cuadrillas asignadas para reparar los elementos en el estado de daño $DS = ds_k$.
3. Para definir las actividades considérese el siguiente evento. La cuadrilla c_k reparará la cantidad de elementos del conjunto $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]$, de los cuales un subconjunto se localiza en la planta r y el resto de los elementos, m , en la planta q , donde $r < q$. Entonces, las actividades que realizará la cuadrilla c_k serán A_i^r y A_{i+1}^q , donde el subíndice indica el número de actividad y el superíndice el número de la planta del edificio. Estas actividades de reparación se deben realizar de forma secuencial por su cuadrilla correspondiente ya que la primera actividad contiene los primeros x elementos a reparar y la segunda los siguientes y elementos, correspondientes a las plantas q y r , respectivamente. Por lo tanto, las actividades que debe realizar la cuadrilla c_k pueden definirse mediante la Ec. (4):

$$A_i^j (PG_l, \overline{DS}_{kl} = ds_i, e_i, FL_m, n_w | NC, im) \rightarrow c_k \quad (4)$$

4. Para todos los grupos de desempeño las reparaciones se iniciarán con las actividades cuyos elementos hayan desarrollado el estado de mayor daño. Una vez finalizadas estas actividades se prosigue a realizar las actividades cuyos elementos se encuentren en el estado de daño menor siguiente.
5. Es factible programar actividades en paralelo, ejecutadas por dos o más cuadrillas distintas, siempre y cuando dichas actividades estén definidas por reparaciones de elementos en el mismo estado de daño y correspondan al mismo grupo de desempeño.
6. Asimismo, como hipótesis se acepta que no existen interrupciones entre la reparación de elementos. En general, el tiempo de ejecución de la actividad A_i^j , dado que la estructura no colapsa ante una intensidad sísmica im y a que los elementos en estado de daño DS , pertenecientes a un grupo de desempeño específico PG , sean reparados por $n_{w_{c_k}}$ pertenecientes a la cuadrilla c_k , se obtiene mediante la Ec. (5):

$$\tilde{T}_{REP,c_k} = \frac{1}{nw_{c_k}} \sum_{\forall \mathbf{A}_i^j \in c_k} \hat{T}_{REP}(\mathbf{A}_i^j | NC, im, c_k) \quad (5)$$

El tiempo de inicio de algunas de las actividades depende de la finalización de una o más actividades predecesoras. En este caso, el tiempo de inicio de dicha actividad corresponde al tiempo de reparación máximo de las actividades predecesoras se calcula con la Ec. (6):

$$TI = \max \left(T_{\mathbf{A}_1^j, pred}, T_{\mathbf{A}_2^j, pred}, \dots, T_{\mathbf{A}_n^j, pred} \right) \quad (6)$$

El tiempo de finalización $TF_{\mathbf{A}_i^j}$ de la actividad $\mathbf{A}_i^j$ se calcula como la suma del tiempo inicial TI más el tiempo de reparación $\tilde{T}_{REP,c_k}$. El tiempo de reparación máximo de todo el proyecto de reparación corresponde al tiempo de finalización máximo, y se obtiene utilizando la Ec. (7):

$$T_{REP\max} = \max \left(TF_{\mathbf{A}_1^j}, TF_{\mathbf{A}_2^j}, \dots, TF_{\mathbf{A}_n^j} | NC, im \right) \quad (7)$$

Factores de retraso del inicio de las actividades de reparación

Como se mencionó anteriormente, existen eventos denominados factores irracionales que impiden el inicio de los trabajos de reparación. Comerio [14] identificó los factores irracionales de mayor relevancia: inspección post-sismo, revisión estructural, posible rediseño y reforzamiento estructural, gestión de financiamiento para pagar las reparaciones, proceso de licitación y, gestión de permisos gubernamentales para realizar las reparaciones.

En el presente estudio se emplean las distribuciones de probabilidad para evaluar el tiempo asociado a cada factor irracional propuestas en la Iniciativa de Diseño Antisísmico Basado en la Resiliencia para la Próxima Generación de Edificios (REDITM Rating System [25]). Para determinar el tiempo asociado a cada factor irracional se realiza la transformada inversa de la distribución de probabilidad en cuestión. Los parámetros que definen la distribución de probabilidad de los factores irracionales se pueden consultar en [15 y 21]. Debido a que existen incertidumbres importantes en la secuencia en que se presentan los factores irracionales, en este artículo se utilizará la secuencia indicada en la Figura 2.

CASO DE ESTUDIO

En esta sección se presenta la evaluación del tiempo de recuperación de un edificio hipotético de concreto reforzado en el que se incluyen los muros de mampostería de relleno no reforzada. El uso del edificio es de oficinas, y está conformado por siete niveles y tres claros en cada dirección perpendicular. La altura de cada entrepiso es de 4 m, la dimensión de los claros es de 6,5 m. Para evaluar la resiliencia del edificio se consideraron siete grupos de desempeño: columnas, conexiones columna-trabe, muros de relleno de mampostería no reforzada en los marcos de la periferia, muros divisorios de Tablaroca, situados del segundo al último nivel, ventanas exteriores instaladas en toda la fachada del edificio, plafones y aspersores. En la Figura 3 se indican los ejes principales de la estructura. En Gutiérrez [15] se pueden consultar los parámetros empleados en el diseño estructural, descripción genérica del daño, actividades de reparación de los grupos de desempeño, parámetros que caracterizan las distribuciones de probabilidad de

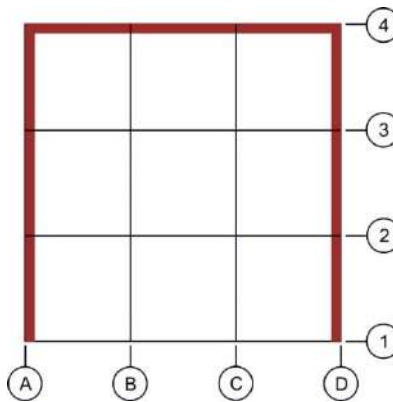


Figura 3: Vista en planta del edificio en estudio.

los estados de daño cada PG y del tiempo de reparación unitario, así como la distribución de probabilidad asociada a los factores que impiden el inicio de las reparaciones.

En años recientes (2017, 2020 y 2023) se han publicado varias actualizaciones de las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo. No obstante, seguramente hoy en día se ha diseñado un porcentaje de edificios mucho mayor empleando las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del 2004 [22]. Por esta razón se evaluará el tiempo de recuperación de un edificio hipotético diseñado con la versión del 2004 de las NTC-DS [22]. Se consideró que el edificio se encuentra desplantado en la estación SCT de la CDMX (Zona IIIb, suelo blando). De acuerdo con la estructuración del edificio se determinó que a esta le corresponde un factor de comportamiento sísmico de $Q = 2$. Se empleó una distorsión de 0.002 para limitar daños en elementos no estructurales, y una de 0.015 para el estado límite de prevención al colapso. Con el diseño estructural propuesto el periodo fundamental del edificio es de 0,61 s.

En la implementación y validación de la metodología propuesta se utilizaron tres niveles de peligro sísmico cuyo periodo de retorno corresponde a los 125, 500 y 1500 años. Debido a que en este estudio se realizaron análisis dinámicos no lineales de un modelo estructural tridimensional la demanda computacional resulta bastante excesiva, motivo por el cual se emplearon un conjunto de 20 pares de acelerogramas sintéticos asociados a cada nivel de peligro sísmico.

Para generar los registros sísmicos sintéticos se utilizó el modelo de Kohrs-Sansorny *et al.* [23], el cual está basado en la Función Empírica de Green, y a diferencia de los modelos propuestos por Joyner and Boore [24], Wennerberg [25] y Ordaz *et al.* [26], permite generar sismos artificiales tomando en cuenta el proceso de liberación de energía, propagación de la ruptura de la falla tectónica, variación del contenido de frecuencia, duración del temblor en función de la magnitud del momento sísmico y caída de esfuerzos. Esto permite tomar en cuenta el daño por fatiga en los elementos estructurales debido a los ciclos de carga adicionales causados por el incremento de contenido de frecuencia en los registros sísmicos generados por sismos de magnitudes importantes.

El análisis dinámico no lineal se realizó en el programa de código abierto OpenSees [27]. El modelado de las columnas y trabes se efectuó utilizando un modelo de fibras junto con el modelo constitutivo de Chang y Mander [28] para el concreto, y el de Giuffrè-Menegotto-Pinto [29] para el acero de refuerzo. La

rigidez de los muros de mampostería de relleno no reforzada se modeló con elementos barra dispuestos en diagonal y su comportamiento inelástico con la metodología propuesta por Kadysiewski y Mosalam [30].

Análisis de los resultados

Por cuestiones de longitud máxima de este artículo a continuación se describen los resultados del análisis de evaluación de la resiliencia asociada al nivel de peligro sísmico de 1,500 años de periodo de retorno. En la Figura 4 se presentan en color gris las distorsiones de entrepiso correspondientes a cada uno de los veinte sismos sintéticos considerados en este nivel de peligro sísmico, y en color negro se presentan las distorsiones promedio de entrepiso. La línea de color verde corresponde a la distorsión máxima de entrepiso para el estado límite de servicio (0.002), mientras que la línea de color rojo indica la distorsión máxima de entrepiso para el estado límite de prevención al colapso (0.015).

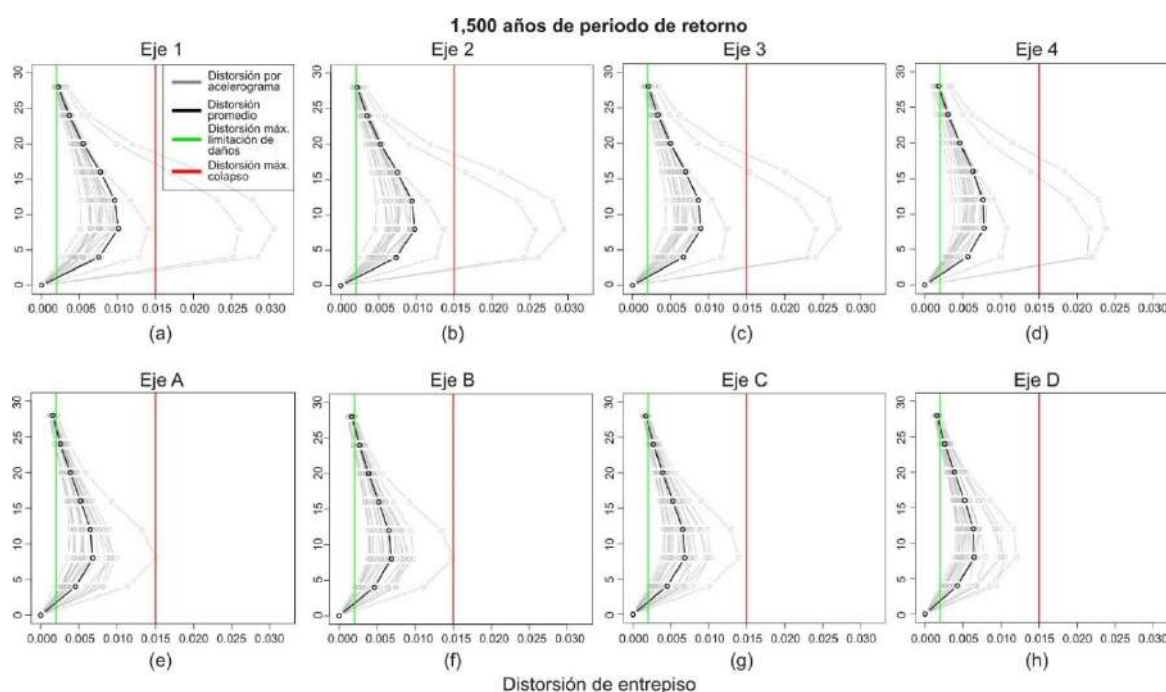


Figura 4: *Distorsiones de entrepiso que experimentan los ejes para los registros sísmicos asociados a una intensidad sísmica de 1,500 años de periodo de retorno.*

En la Figura 5 se ilustra el daño desarrollado y su correspondiente probabilidad para todos los grupos de desempeño.

Haciendo referencia a la Figura 4 se observa que la distorsión promedio se encuentra por debajo de la máxima admisible para el estado límite de prevención al colapso de 0.015. No obstante, algunas realizaciones sísmicas sí ocasionan que se supere la distorsión asociada a la de prevención al colapso. Para este caso las columnas no experimentaron daños, sin embargo, las conexiones en los primeros tres pisos desarrollaron daños ligeros, con probabilidades de 0.5 a 0.75. El estado de daño ligero en las conexiones corresponde al agrietamiento sin desconchamiento del elemento. El acero de refuerzo tampoco presenta daño. Este estado de daño se repara mediante el reemplazo del recubrimiento de concreto. En la Figu-

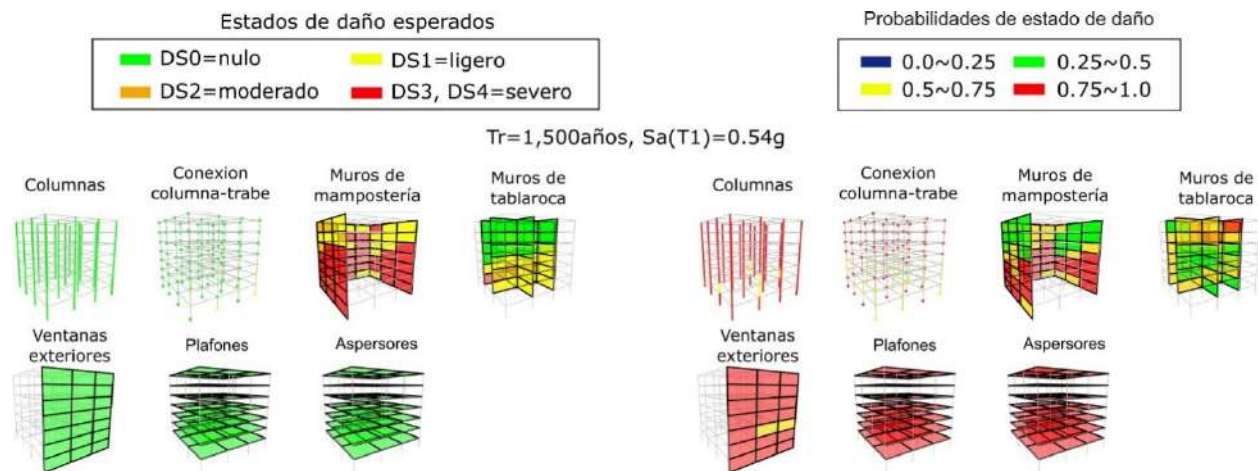


Figura 5: Estados de daño y sus respectivas probabilidades asociadas a intensidades sísmicas de 1,500 años de periodo de retorno.

ra 5 se observa que una cantidad importante de conexiones que se localizan en la parte frontal derecha experimenta estado de daño ligero. Esto indica que el edificio experimenta torsión en planta.

Respecto a los elementos no estructurales, los que experimentaron daños fueron los muros de mampostería y los muros de Tablaroca. Los primeros experimentaron daños severos en los primeros cuatro pisos con una probabilidad de 0.75 a 1.0. En los últimos dos pisos desarrollaron daños ligeros con una probabilidad de 0.5 a 0.75. El estado de daño en estos componentes está asociado con el desarrollo de grietas diagonales de ancho considerable, aplastamiento y desprendimiento de material en las esquinas de los muros. Las actividades de reparación asociadas a este nivel de daño corresponden a la sustitución de los componentes. Los muros de Tablaroca localizados del segundo al cuarto piso experimentaron daños ligeros con una probabilidad de 0.5 a 0.75, y algunos elementos desarrollaron daño severo con una probabilidad de 0.75-1.0. El daño en este tipo de elemento corresponde al agrietamiento junto con aplastamiento ligero en sus esquinas. Las reparaciones de este nivel de daño están asociadas con la reparación de las grietas y aplicación de pintura al elemento. El estado de daño severo corresponde al pandeo de los tornillos de conexión y desarrollo de deformaciones importantes en las guías del panel. Cuando se presenta este estado de daño se deben de reemplazar los elementos.

La simulación de la reparación de los grupos de desempeños que integran al edificio se realizó optimizando el tiempo de reparación y los recursos humanos mediante el método PERT, de acuerdo con la metodología planteada anteriormente. Como ya se mencionó, es necesario cuantificar el tiempo asociado a los factores irracionales. En la Figura 2 se presenta una propuesta del orden genérico en que se deben presentar estos eventos.

En la Figura 6 se ilustra la distribución de probabilidades del tiempo correspondiente a los factores irracionales, la del tiempo de reparación y tiempo de recuperación total, para los tres niveles de peligro sísmico considerados. Para un nivel de confianza del 90 % y para el nivel de peligro sísmico de 125 años de periodo de retorno el tiempo de recuperación es de 14 días. Las actividades de recuperación consisten en la inspección post-sísmica del edificio y de la ejecución de las reparaciones. Debido a que no se

presentaron daños importantes en los elementos estructurales y no estructurales se aceptó que se puede despreciar el tiempo correspondiente al rediseño/reforzamiento estructural, obtención de financiamiento económico y de permisos gubernamentales. En relación con los niveles de peligro sísmico de 500 y 1,500 años se consideran todos los eventos de la Figura 2. El tiempo de recuperación total para estas intensidades es de 122 y 523 días respectivamente.

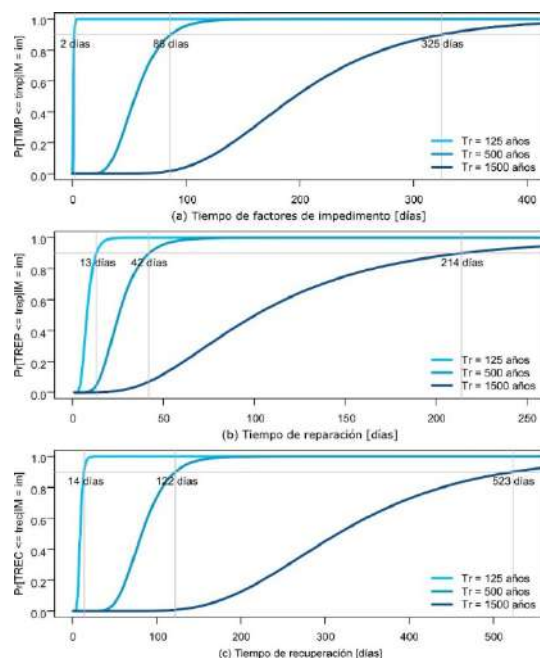


Figura 6: Distribuciones de probabilidad asociadas al tiempo de (a) retraso, (b) reparación, y (c) recuperación total.

El impacto que tienen los factores irracionales sobre el tiempo de recuperación total es de principal importancia. Para el análisis asociado a los 125 años de periodo de retorno, el tiempo de retraso consume un 13 % (2 días) del tiempo de recuperación total, un 67 % (86 días) y 60 % (325 días) para los niveles de peligro sísmico de 500 y 1,500 años. Es evidente que la contribución de los factores irracionales contribuye de forma importante a las pérdidas financieras indirectas. Una alternativa para reducir su impacto podría ser equipar a la estructura mediante un sistema de control de la respuesta sísmica, por ejemplo, contravientos restringidos al pandeo, aisladores de base, etc.

Finalmente, cabe destacar que el edificio fue diseñado empleando las NTC-DS del 2004 [26], en donde se recomiendan distorsiones de entrepiso límite de 0.002 y 0.015 para el estado límite de servicio y prevención al colapso, respectivamente. En la versión más reciente de las NTC-DS del año 2023 [?], también se recomiendan dichos valores, no obstante, las ordenadas espectrales para el estado límite de prevención al colapso son del orden del 90 % mayores (para el periodo fundamental de la estructural de 0.61s). Es decir, si se diseñara el edificio con las NTC-DS del 2023 [31], lo más probable es que los daños tanto en los elementos estructurales como no estructurales se reduzcan considerablemente ante intensidades sísmicas superiores a los 500 años de periodo de retorno.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una metodología para estimar la distribución de probabilidades del tiempo de recuperación que tardaría un edificio que ha experimentado daños estructurales y no estructurales a causa de un evento sísmico. Dicha metodología es consistente con la definición que propone el MCEER de resiliencia estructural y con el esquema de evaluación del desempeño estructural que propone el PEER. En general se tienen las siguientes conclusiones particulares:

- La metodología propuesta puede considerarse una extensión de la metodología del FEMA P-58-1 [9], la cual propone dos esquemas de reparación, uno en serie y otro en paralelo; no obstante, ninguna de las dos aproximaciones considera el tiempo de impedimento del inicio de las reparaciones.
- La metodología propuesta está basada en un esquema recursivo, en el que se incluye la cantidad de personal para realizar las reparaciones. Esto permite cuantificar de una manera más realista el tiempo de reparación. Asimismo, con esta propuesta se eliminan las inconsistencias de los esquemas de reparación en serie y en paralelo del FEMA P-58-1 [9].
- Reducir el tiempo de recuperación mediante el mejoramiento del desempeño estructural conduce a reducir de forma implícita el riesgo asociado a la pérdida de vidas humanas, pérdida de funcionalidad y pérdidas económicas directas e indirectas.
- De acuerdo con el ejemplo presentado, mientras la instalación experimente mayor cantidad de daño estructural y no estructural, el tiempo que impide el inicio de las reparaciones tendrá un mayor impacto en el tiempo total de recuperación, y por lo tanto en las pérdidas económicas indirectas.
- Por otro lado, la evaluación del tiempo de recuperación puede ser utilizada para definir la prima pura que se debe pagar a las aseguradoras tomando en cuenta las pérdidas financieras indirectas que se dan en este lapso de tiempo.

Las limitantes que tiene el presente trabajo son las siguientes:

- Los modelos no lineales consumen una cantidad importante de tiempo, principalmente cuando la estructura incursiona de forma significativa en el rango no lineal. Por esta razón se presentó la evaluación del tiempo de recuperación de una sola edificación. No obstante, empleando modelos estructurales simplificados es posible evaluar el tiempo de recuperación de un inventario de edificios. Esto permitiría conocer el tiempo de recuperación en términos probabilistas de una comunidad o ciudad.
- Las funciones de distribución de probabilidad para estimar tanto el tiempo de reparación unitario y la cantidad de trabajadores por cuadrilla para reparar los distintos niveles de daño discreto que experimentan tanto los elementos estructurales como no estructurales corresponden a parámetros calibrados con valores obtenidos en Estados Unidos. Por lo tanto, es conveniente que se desarrollen

funciones de fragilidad para estimar el daño tanto en elementos estructurales como no estructurales, distribuciones de probabilidad de costos y tiempos de recuperación, cantidad de trabajadores y número de cuadrillas para reparar elementos dañados, con parámetros y criterios mexicanos.

- La metodología presentada en este documento no permite calcular las pérdidas económicas derivadas del impacto al medio ambiente producto de la reparación de la instalación, por lo que en investigaciones posteriores tendrá que tomarse en cuenta, ya que como se describió en la sección de antecedentes, dicha variable genera costos adicionales que no pueden ser despreciados.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor de este artículo agradece al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías por la beca otorgada para realizar sus estudios de doctorado. El primer y tercer autor agradecen el apoyo económico brindado por el proyecto titulado “Optimización del procedimiento de evaluación y diseño sísmico basado en control de daño y variables de decisión de la resiliencia” patrocinado por El Instituto Para la Seguridad de las Construcciones en la Ciudad de México.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Juan Gutiérrez: Conceptualización, metodología y preparación del borrador original. Francisco Bañuelos: Conceptualización, validación y edición. Gustavo Ayala: Conceptualización, supervisión y redacción.

REFERENCIAS

- [1] T. Toyoda. Economic impacts of Kobe earthquake: A quantitative evaluation after 13 years. In *Memorias de la 5th International Information System for Crisis Response and Management (ISCRAM) Conference*, ISCRAM, Washington, DC, EUA, 2008.
- [2] F. Galvis, E. Miranda, P. Heresi, H. Dávalos, and J. Silos. Preliminary statistics of collapsed buildings in Mexico City in the September 19, 2017 Puebla-Morelos Earthquake. Reporte Técnico, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental John A. Blume, Universidad de Stanford, Stanford, CA, USA, 2017.
- [3] GCDMX and 100RC. Aprender del sismo para ser más resilientes. Colaboración entre el Gobierno de la Ciudad de México y el Programa 100 Ciudades Resilientes de la Fundación Rockefeller, 2018.
- [4] M. Bruneau, S. E. Chang, R. T. Eguchi, G. C. Lee, T. D. O’Rourke, A. M. Reinhorn, M. Shinozuka, K. Tierney, W. A. Wallace, and D. von Winterfeldt. A framework to quantitatively assess and enhance the resilience of communities. *Earthquake Spectra*, vol. 19, no. 4, pp. 733–752, 2003. DOI: 10.1193/1.1623497.
- [5] A. Cornell and H. Krawinkler. Progress and challenges in seismic performance assessment. *PEER Center News*, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Berkeley, CA, USA, 2000.

-
- [6] FEMA. Seismic performance assessment of buildings, Volume 1-Methodology (FEMA P-58-1). Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, USA, 2012a.
- [7] FEMA. Seismic performance assessment of buildings, Volume 1-Methodology (FEMA P-58-1). Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, USA, 2018a.
- [8] D. Y. Yoo. Repair time model for different building sizes Considering the earthquake hazard. Tesis de maestría, California State University, Long Beach, CA, USA, 2016.
- [9] M. A. Santos-Santiago, S. E. Ruiz, and L. Cruz-Reyes. Optimal design of buildings under wind and earthquake, considering cumulative damage. *Journal of Building Engineering*, vol. 56, 2022. DOI: 10.1016/j.jobbe.2022.104760.
- [10] A. Rodríguez-Castellanos, M. Niño-Lázaro, S. E. Ruiz, and M. A. Santos-Santiago. Diseño sísmico sustentable de estructuras equipadas con disipadores viscosos. *Revista de Ingeniería Sísmica*, no. 112, pp. 72–100, 2024. DOI: 10.18867/ris.112.638.
- [11] F. Valenzuela-Beltrán, J. R. Gaxiola-Camacho, M. D. Llanes-Tizoc, V. Baca, J. M. Leal-Graciano, and A. Reyes-Salazar. Seismic loss assessment of code-compliant moment-resisting RC buildings located on different soil conditions of Mexico City. *Engineering Structures*, vol. 300, 2024. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117195.
- [12] GCDMX. Normas técnicas complementarias para el diseño por sismo. Núm. 220 Bis, Gaceta Oficial de la Ciudad de México, MX, 2017.
- [13] C. González Calva, M. Niño-Lázaro, and G. Ayala Milián. Definición de tiempos de recuperación y pérdida de funcionalidad esperada para la evaluación de la resiliencia sísmica en escuelas públicas de México. *Revista de Ingeniería Sísmica*, no. 112, pp. 28–54, 2024. DOI: 10.18867/ris.112.636.
- [14] M. C. Comerio. Estimating downtime in loss modeling. *Earthquake Spectra*, vol. 22, no. 2, pp. 349–365, 2006. DOI: 10.1193/1.2191017.
- [15] J. Gutiérrez. Seismic resilience assessment of urban buildings. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, MEX, 2021.
- [16] D. A. Konstantinidis and W. El-Dakhakhi. Evaluation of ASCE 43-05 seismic design criteria for rocking objects in nuclear facilities. *Journal of Structural Engineering*, vol. 11, no. 142, pp. 04016110–1–04016110–13, 2016. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001581.
- [17] FEMA. Seismic performance assessment of buildings, Volume 3-Supporting Electronic Materials and Background Documentation (FEMA P-58-3). Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, USA, 2018b.
- [18] ASCE. Seismic evaluation and retrofit of existing buildings (ASCE 41-13). American Society of Civil Engineers, Reston, VA, USA, 2013.

-
- [19] K. A. Porter. Assembly-based vulnerability of buildings and its uses in seismic performance evaluation and risk-management decision-making. Tesis de Doctorado, Universidad de Stanford, Stanford, CA, USA, 2000.
- [20] S. B. Richmond. Operations research for management decisions. Editorial John Wiley and Sons, Englewood, NJ, USA, 1969.
- [21] I. Almulfti and M. Willford. Resilience-based earthquake design initiative for the next generation of buildings: REDiTM Rating System. ARUP, San Francisco, CA, EUA, 2013.
- [22] GCDMX. Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. Tomo I, No. 103-BIS, Gaceta Oficial del Distrito Federal, MX, 2004.
- [23] C. Kohrs-Sansorny, F. Couboulex, M. Bour, and A. Deschamps. A two-stage method for ground-motion simulation using stochastic summation of small earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 95, no. 4, pp. 1387–1400, 2005. DOI: 10.1785/0120040211.
- [24] W. Joyner and D. Boore. On simulating large earthquakes by Green's function addition of smaller earthquakes. *Earthquake Source Mechanics*, vol. 37, pp. 269–274, 1986. DOI: 10.1029/GM037p0269.
- [25] L. Wennerberg. Stochastic summation of empirical Green's functions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 80, pp. 1418–1432.
- [26] M. Ordaz, J. Arboleda, and S. Singh. A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 85, no. 6, pp. 1635–1647.
- [27] S. Mazzoni, F. McKenna, M. H. Scott, G. L. Fenves, et al. Open system for earthquake simulation (OpenSees). Pacific Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, CA, USA, 2007.
- [28] G. A. Chang and J. B. Mander. Seismic energy-based fatigue damage analysis of bridge columns: Part 1-Evaluation of seismic capacity. Informe Técnico, NCEER-94-0006, Universidad Estatal de Nueva York, Búfalo, NY, USA, 1994.
- [29] A. Giuffrè and P. E. Pinto. Il comportamento del cemento armato per sollecitazioni cicliche di forte intensità. *Giornale del Genio Civile*, Roma, ITA, 1970.
- [30] S. Kadysiewski and K. M. Mosalam. Modeling of unreinforced masonry infill walls considering in-plane and out-of-plane interaction. Reporte Técnico, Núm. 2008/102, Pacific Earthquake Engineering Research, Universidad de California, Berkeley, CA, USA, 2009.
- [31] GCDMX. Norma técnica complementaria para el diseño por sismo. No. 1229, Gaceta Oficial de la Ciudad de México, MX, 2023.

Efecto de las Vibraciones Ambientales y Forzadas sobre las Estructuras y los usuarios

Effect of Environmental and Forced Vibrations on Structures and Users

Escamilla-García, M.A.^{1*} , Méndez-Romero, H.² , Ayala-Milián, A.G.³ , Caballero-Garatachea, O.¹ ,
Bañuelos-García, F.H.⁴  (*mescamillag21@gmail.com)

Recibido: 14-06-2024 Aceptado: 26-09-2024

RESUMEN

En los últimos años el conocimiento sobre los efectos de las vibraciones en estructuras ha aumentado; sin embargo, la comprensión sobre su efecto en los usuarios no ha mostrado mejoras significativas. Actualmente, la información sobre la influencia en confort humano sigue siendo relativamente escasa, debido a esto, en el presente artículo se describe un estudio experimental en donde se utilizó normativa internacional para medir los niveles de tolerancia en las estructuras y en los humanos. Para ilustrar

la influencia de las vibraciones en la salud estructural y en los usuarios se presenta el ejemplo de la super-estructura de una plataforma marina donde se detectaron vibraciones anómalas que afectaron las actividades de usuarios.

Palabras clave: salud estructural, vibraciones ambientales, vibraciones forzadas, propiedades dinámicas, confort de los usuarios.

ABSTRACT

In recent years, knowledge about the effects of vibrations on structures has increased; however, understanding of their effect on users has not shown significant improvements. Currently, information on the influence on human comfort remains relatively scarce, due to this, this article describes an experimental study where international standards were used to measure tolerance levels in structures and humans. To illustrate the influence of vibrations on

structural health and on users, the example of the superstructure of an offshore platform is presented, where anomalous vibrations were detected that affected user activities.

Keywords: structural health, environmental vibrations, forced vibrations, dynamic properties, user comfort.

¹Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5 S/N, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, CP 42184.

²Ingeniería y Consultoría, Norte 23 No 310, Valle de Chalco Solidaridad, Estado de México, México, CP 56617.

³Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Avenida Universidad 3000, Ciudad de México, México, CP 04510.

⁴Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México, Paseo Universidad S/N, Toluca, Estado de México, México, CP 50130.



INTRODUCCIÓN

En la actualidad el monitoreo de la salud estructural, evaluación de los efectos de las vibraciones ambientales y forzadas en una estructura, se ha convertido en una consideración importante en la práctica profesional de la ingeniería. En algunos casos es esencial considerar su influencia en los sistemas de piso, principalmente cuando estos son expuestos a vibraciones fuertes inducidas por equipos electromecánicos de sistemas de bombeo, los cuales, pueden afectar a la seguridad estructural, el confort y las actividades de los usuarios.

No obstante, que el monitoreo de la salud estructural ha sido muy aceptado en la ingeniería estructural práctica debido a que estos estudios proporcionan información relevante sobre los cambios de la rigidez de la estructura, la fatiga de los elementos estructurales, entre otros. En la actualidad las investigaciones sobre el efecto de las vibraciones en los seres humanos dentro de un edificio son relativamente escasos, tomando como referencia los trabajos sobre el monitoreo de la salud estructural. Debido a esto los índices de tolerancia, para medir el confort de los usuarios de un edificio, propuestos por las normas actuales, son poco conocidos en la ingeniería práctica profesional.

En el presente artículo se presentan los resultados de una investigación sobre el efecto de las vibraciones en las estructuras y en la percepción de sus usuarios. Se realizó una revisión de la normativa internacional especializada vigente respecto a los niveles de seguridad y la tolerancia en los usuarios; asimismo, una síntesis sobre la magnitud de la vibración a la que esta puede influir en el correcto funcionamiento de una estructura y en las actividades de las personas y, finalmente, para ilustrar la influencia de las vibraciones forzadas y ambientales en la salud estructural y en el confort humano se presenta un ejemplo práctico en donde los trabajadores de una plataforma petrolera detectaron desplazamientos aparentemente fuera de lo normal y vibraciones anómalas, las cuales poco a poco afectaron su confort, el rendimiento en sus actividades diarias y su sensación de seguridad. Los resultados obtenidos del estudio experimental se compararon con los umbrales máximos de tolerancia establecidos en normatividades internacionales vigentes. Para el estudio de vibraciones se utilizaron 6 acelerómetros tridimensionales, Figura 1. Los sensores se ubicaron en diferentes puntos de la estructura, particularmente en donde los usuarios detectaron las aceleraciones máximas, de acuerdo con su percepción.

NORMAS PARA MEDIR LOS EFECTOS DE LAS VIBRACIONES EN LOS USUARIOS DE LAS ESTRUCTURAS

La sensibilidad humana a las vibraciones puede variar drásticamente de una persona a otra, por lo que estimar sus efectos en los usuarios se ha convertido en una tarea demasiado complicada para la práctica profesional de la ingeniería. Investigaciones han detectado que el cuerpo humano percibe aceleraciones de 0.5 % g, [1]. La reacción humana a una vibración dentro de un edificio depende de factores físicos, propios de la intensidad de las vibraciones, *e.g.*, la amplitud del desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la duración de las vibraciones y la frecuencia de vibración. Sin embargo, la percepción humana a las vibraciones también puede depender de factores ajenos a la ingeniería estructural como son: la posición de los usuarios en el momento que se presenta la vibración, la dirección de incidencia de la vibración respecto a la columna vertebral [2], Figura 2.

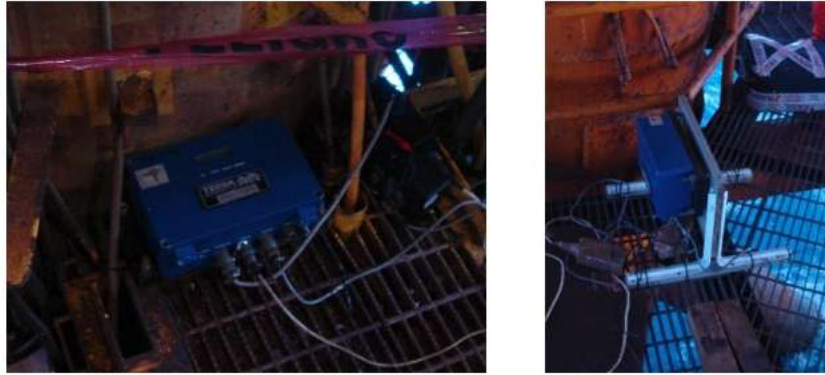


Figura 1: *Equipos de medición utilizados en el estudio, acelerómetros tridimensionales.*

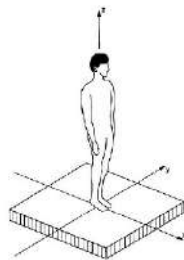


Figura 2: *Posturas y ejes coordenados de referencia para estimar el efecto de las vibraciones en los usuarios de un edificio, [2].*

Otros factores que influyen significativamente son la actividad que esté desarrollando el usuario, la edad de las personas, la frecuencia y hora de ocurrencia de las vibraciones, la costumbre de percibirlas, entre otras. Para considerar estos factores algunas normas especializadas internacionales BS 6472 y AS 2670 [2, 3] han propuesto procedimientos para evaluar el efecto de las vibraciones en los usuarios de los edificios, en las cuales se estiman los límites de tolerancia asociados a una media cuadrática, RMS, de las vibraciones registradas y no a umbrales máximos, los cuales no siempre alteran el confort de los usuarios.

Considerar el efecto de las vibraciones en el diseño de estructuras es relativamente reciente (finales del siglo pasado) sin embargo, existen algunas especificaciones que miden su efecto en el ser humano desde mediados del siglo XX [4, 5]. Este documento propone umbrales máximos de aceleración para diferentes niveles de tolerancia de los usuarios, considerando estructuras con frecuencia fundamentales menores a 10 Hz. Cuando el edificio presenta frecuencias superiores a 10 Hz los valores máximos se expresan en velocidades.

La norma alemana DIN 4150-2 [6] es una de las especificaciones más utilizadas en el mundo, principalmente se utiliza en países donde no cuentan con una normatividad local. La percepción de las vibraciones en el ser humano, dentro de los edificios se estiman en un rango de frecuencias acotadas entre valores de 1 y 80 Hz. Esta norma usa una ecuación que ofrece a los analistas una idea aproximada si los efectos de las vibraciones pueden ser perjudiciales para la salud o confort de los usuarios. La sensación de la vibración en los usuarios se estima mediante un factor adimensional llamado $KB_{\text{máx}}$, el cual se calcula de la velocidad máxima de la partícula y su frecuencia asociada, Ec. (1) [6]. El valor de $KB_{\text{máx}}$ se compara con el valor de tolerancia (A_o) propuesto por la norma y mostrado en la Tabla 1.

$$KB = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_{\text{máx}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} ; \quad KB_{\text{máx}} = KBcF \quad (1)$$

donde $v_{\text{máx}}$ es velocidad máxima de la partícula en mm/s, f es frecuencia de vibrar de la estructura en Hz, f_0 es frecuencia de referencia en Hz, cF es factor que depende de la resonancia, KB es factor asociado a la percepción de la vibración de los usuarios.

Tabla 1: Valores límite para estimar la tolerancia humana a las aceleraciones, [6]

Tipo de estructura	A_o (día) adimensional	A_o (noche) adimensional
Edificio con fines comerciales	6	0.6
Edificio con fines comerciales y similares	6	0.4
Otras estructuras	5	0.3
Edificios de vivienda	3	0.2
Edificios que necesitan una protección especial	3	0.15

Las normas internacionales ISO 2631-1 y 2631-2, [7, 8], establecen límites para la percepción humana asociados a las aceleraciones. Los criterios de aceptación humana hacia las vibraciones dependen del

tiempo de exposición y de la posición relativa entre la columna vertebral del individuo y la dirección de la oscilación. Para la sensación de confort esta norma presenta los niveles de percepción humana expresados en la Tabla 2.

Tabla 2: Valores guía para estimar percepción humana a las aceleraciones

Grado de confort	Aceleración (m/s ²)
Confortable	< 0,315
Poco confortable	0.315 – 0.63
Muy inconfortable	0.50 – 1.0
Molesto	0.80 – 1.60
Muy molesto	1.25 – 2
Insoportable	> 2,0

La Norma Australiana AS 2670-1 y 2670-2 [9, 10] propone límites de exposición humana ante vibraciones, en los cuales la percepción de las vibraciones dentro de los edificios depende de la dirección del movimiento (horizontal o vertical), la frecuencia vibrar y de las aceleraciones de vibración registradas. Esta norma propone una curva base graficada en escala logarítmica (Figura 3), que debe ser multiplicada por un factor para determinar si los umbrales de aceleración registrados son valores admisibles (Tabla 3).

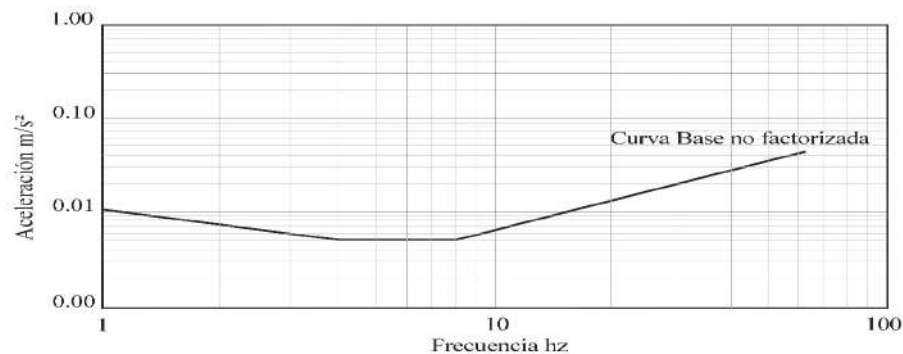


Figura 3: Curva para definir el nivel permisible de vibraciones asociadas a el confort de los usuarios del edificio, [9, 10].

Tabla 3: Factor que multiplica la curva base para diferentes usos de edificaciones

Uso de la edificación	Turno	Vibración (unidimensional)	
		Vibración continua	Vibración transitoria
Áreas de trabajo crítico e.g., Quirófanos de hospitales, laboratorios de precisión	Día	1	1
	Noche	1	1
Residencial	Día	2-4	30-90
	Noche	1.4	1.4-20
Oficinas	Día	4	60-128
	Noche	4	60-128
Edificios industriales	Día	8	90-128
	Noche	8	90-128

NORMATIVIDAD PARA MEDIR EL EFECTO DE LAS VIBRACIONES EN LA ESTRUCTURA

La norma DIN 4150-3 [11] propone valores indicativos para evaluar el efecto de las vibraciones en estructuras sometidas a acciones externas. Los límites de tolerancia propuestos por esta norma utilizan los umbrales máximos de la aceleración, la disminución de rigidez y resistencia de los sistemas de piso. La norma DIN 4150-3 [11] generalmente es utilizada en diversos países que no cuentan con normatividad para conocer el efecto de las vibraciones en la salud estructural. Esta norma se basa en los siguientes criterios de aceptación: 1) vibraciones estructurales de corta duración y 2) vibraciones de larga duración.

La Tabla 4 y la Figura 4 muestran los valores máximos de velocidad para evaluar cimentaciones y niveles superiores, asociados a diferentes usos de edificios y válidos para intervalos de corta duración [10]. Si los umbrales máximos de velocidad estimados son mayores a los estados límite establecidos los efectos dinámicos son considerados como no deseables, lo que puede provocar daños en la estructura y pérdida de funcionalidad, lo que perjudica significativamente las actividades del usuario. En la Tabla 5 se muestran los umbrales límite asociados a velocidades en el plano horizontal del piso de azotea para evaluar los efectos en las estructuras con periodos de vibraciones de larga duración [11].

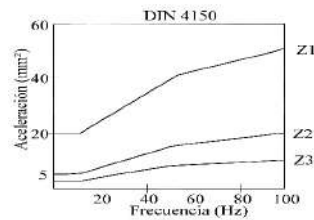


Figura 4: Velocidades máximas para evaluar la salud estructural,[11].

Tabla 4: Valores máximos para velocidad de partícula

Tipo de estructura	Velocidad (mm/s)			
	1-10 Hz	Cimentación		Niv. superior Cualquier frecuencia
		Frecuencia fundamental 10-50 Hz	50-100 Hz	
Edificaciones Industriales, oficinas y similares o con diseños robustos, Z1	20	20-40	40-50	40
Edificaciones residenciales y construcciones similares, Z2	5	50-15	15-20	15
Edificios no incluidos en los puntos anteriores, Z3	3	3-8	8-10	8

Tabla 5: velocidad máxima recomendada para intervalos de larga duración

Tipo de estructura	Velocidad (mm/s)
Edificios con usos comerciales e industriales	10
Edificaciones de uso habitacional	5
Estructuras no clasificadas en las anteriores, muy sensibles, monumentos históricos	2.5

La norma internacional ISO 4866 [12] ha sido una base técnica para el desarrollo de normas en ciudades y países que no cuentan con los recursos necesarios para la elaboración de normas asociadas a sus propias investigaciones. La medición de los umbrales de vibraciones y/o estados límite se asocian al

estudio del problema de vibraciones, en donde se revisa el confort de los usuarios de las estructuras y la salud estructural de la edificación, control de umbrales máximos de vibración establecidos por diferentes agencias y documentación de acciones dinámicas

Uno de los puntos importantes en esta norma es que la duración de las vibraciones se considera relevante, lo cual solo se ha puesto en práctica en algunas de las normas actuales como: BS 6472, DIN 4150-3 y ISO 4866 [2, 11, 12]. La norma internacional ISO 4866 [12] clasifica la duración de la señal en vibración continua y transitoria. Para su cálculo se define una constante de tiempo donde se presenta resonancia, dada por la Ec. (2) [11].

$$r = 0,5 r f_r \quad (2)$$

donde r es una constante de tiempo y representa la influencia del amortiguamiento y depende de la excitación, f_r es la frecuencia de resonancia. Si el umbral de vibración es mayor de 5 veces r se considera que la vibración es continua y si es menor la vibración es transitoria. En el caso de las explosiones las vibraciones producidas se consideran transitorias.

MATERIALES Y MÉTODOS

En este artículo se presentan los resultados obtenidos de una investigación sobre el efecto de las vibraciones en las estructuras y sus usuarios producidas por el oleaje y equipos electromecánicos. Se presentan los resultados de la evaluación de las propiedades dinámicas de una plataforma marina estudiada por Méndez en 2015 [13], en la cual los usuarios de la estructura observaron movimientos anómalos y desplazamientos laterales que producen oscilaciones visibles en la tubería de perforación de la mesa rotaria. La amplitud de estos movimientos provocó algunas alteraciones en las actividades de la plataforma.

Con el objetivo de tener una idea más clara del tipo de problema y de por dónde atacarlo, pero sobre todo de entender la influencia de la vibración en los seres humanos, se realizó una encuesta a los técnicos que operan maquinaria en la plataforma en las áreas y horarios que se percibieron con más intensidad las vibraciones. En Figura 5 se muestran algunas de las preguntas realizadas y los porcentajes de cada una de sus respuestas.

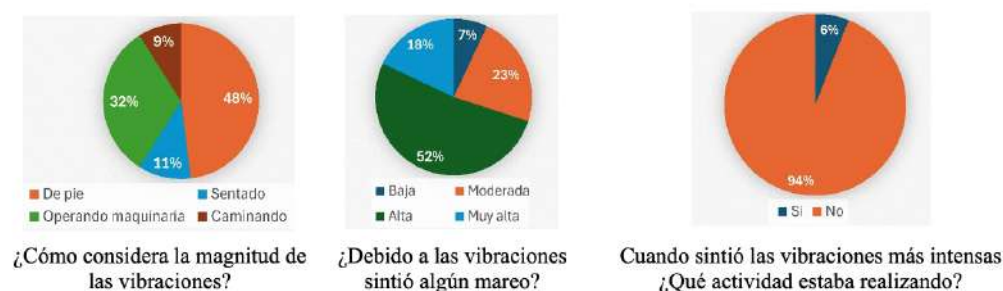


Figura 5: Resultados de encuestas realizadas a usuarios de la plataforma.

De los resultados de las encuestas se observó una relación entre las características estructurales del área donde se perciben las vibraciones, los equipos de bombeo y la percepción de los usuarios, proporcionando

a los evaluadores de la estructura una idea más clara de la problemática y así establecer una estrategia para solucionar el problema.

El mal funcionamiento de la plataforma se asoció a diferentes hipótesis, la más razonable, de acuerdo con lo visto por el personal técnico de la estructura, fue la vibración excesiva que se genera en la cubierta del segundo nivel, área donde se ubican varios sistemas de bombeo. Sin embargo, debido al desconocimiento en la fuente y las características de la vibración forzada ocasionada por los sistemas electromecánicos, particularmente los sistemas de bombeo, y como se trasmite al edificio, la investigación se dividió en 2 fases. En la primera etapa, se hizo un recorrido físico de la infraestructura en estudio donde se buscó conocer a detalle la estructura y sus componentes principales; en la segunda, se realizó el registro de aceleraciones generadas por el sistema de bombeo en las cubiertas superiores. En esta actividad se buscó conocer y estimar los diferentes parámetros para calibrar los acelerómetros que se utilizarían en el estudio formal de vibraciones. Adicionalmente a esto se verificaron las restricciones de los apoyos de los equipos de bombeo con el objetivo de entender si existía una relación entre las vibraciones y el mal funcionamiento detectado por los técnicos y operadores de la plataforma. La estructura analizada es una plataforma marina de perforación de acero estructural de 2 niveles (Figura 6) localizada en la sonda de Campeche.



Figura 6: *Plataforma marina estudiada en esta investigación [13].*

El estudio de las señales registradas se realizó mediante un análisis de Fourier. Para estimar los registros de aceleraciones se utilizaron 6 sensores tridimensionales marca Terra “Technology” con un intervalo de registro entre 0.25 y 2 veces la aceleración de la gravedad como los mostrados en la Figura 1.

Para identificar las propiedades dinámicas de la estructura se utilizaron los 6 acelerómetros registrando en sincronía, se distribuyeron en las diferentes cubiertas. Para el estudio de vibraciones ambientales y forzadas se realizaron 7 arreglos. En el arreglo 1, se realizó una distribución vertical de acelerómetros, algunos de ellos se colocaron en la superestructura y otros en subestructura (zona de embarcadero); en el arreglo 2, los sensores se distribuyeron en la cubierta N1, ubicada a 15.85 m sobre la superficie libre del agua, SLA; en el 3, los sensores se colocaron en la cubierta N2 ubicada a 24.69 m SLA; en el 4, los sensores se colocaron en la torre de perforación, distribuidos de forma vertical; en el arreglo 5, los sensores se ubicaron en la subestructura de la plataforma, área de acceso al embarcadero de la plataforma, sensores ubicados a 6.7 m SLA; en arreglo 6, los sensores se colocaron en la cubierta superior y la torre de perforación y en el arreglo 7, se colocaron los equipos en los niveles inferiores de la torre de perforación.

De los diferentes registros de aceleraciones obtenidos se estimaron las propiedades dinámicas de la estructura *e.g.*, frecuencias y porcentaje del amortiguamiento crítico. Del análisis de señales se obtuvieron los desplazamientos relativos, con los que se evaluó el daño en la superestructura y torre de perforación, considerando la norma DIN [11]. Se utilizaron los umbrales máximos de las aceleraciones para definir el efecto de las vibraciones en los usuarios, de acuerdo con la normatividad internacional vigente, en este caso se utilizó la australiana AS 2670-1 y 2670-2 [9, 10], debido a que se consideró la opción más adecuada de acuerdo con la problemática detectada.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Propiedades Dinámicas de la Cubierta

Del análisis de señales se obtuvieron las propiedades dinámicas de la estructura. En la Figura 7 se muestran las frecuencias fundamentales de vibrar de la plataforma en estudio y en la Tabla 6 se muestran las frecuencias de vibrar asociadas al primer modo, proyección en la dirección longitudinal y transversal de la estructura. Se presentan las frecuencias del cuerpo principal de la plataforma y la torre de perforación. Las frecuencias del cuerpo principal se obtuvieron del análisis de señales de los arreglos 1, 2 y 3 y las frecuencias de la torre de perforación de los arreglos 5, 6 y 7.

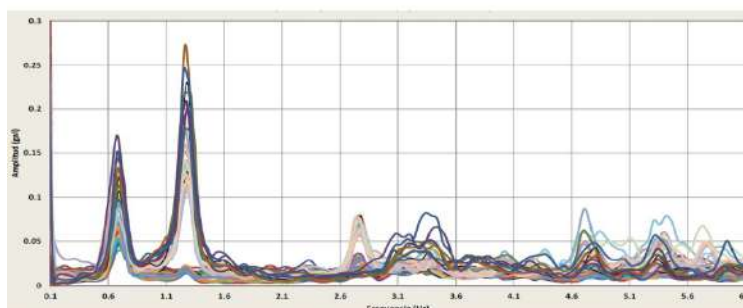


Figura 7: *Envolvente de los espectros de Fourier en el arreglo No 6, dirección longitudinal.*

Tabla 6: Frecuencias de la estructura estimadas del obtenidos del estudio de vibraciones

Arreglo	Dirección longitudinal Hz		Dirección Transversal Hz	
	Plataforma	Torre	Plataforma	Torre
No. 6	0.679	1.26	0.664	1.51
No. 7	0.682	1.29	0.679	1.53
Promedio	0.681	1.275	0.672	1.520

Para definir el porcentaje de amortiguamiento se utilizó el método propuesto por Kawasumi y Shima [14]. Se eligieron las señales de mejor calidad, donde se observó con mayor claridad las propiedades

dinámicas de la estructura. Principalmente se utilizaron los espectros de potencia estimados de señales registradas en sensores ubicados en centro de la cubierta y generados en los primeros arreglos de medición. Se realizó un promedio del análisis de 10 espectros de potencia en ambas direcciones, 5 en dirección longitudinal y 5 en dirección transversal.

Para el cálculo del porcentaje de amortiguamiento crítico de la torre de perforación se utilizaron los espectros de potencia obtenidos de las señales registradas en los equipos ubicados en zona superior de la torre. Los porcentajes de amortiguamiento crítico, en sus 2 componentes longitudinal y transversal se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7: Fracción de Amortiguamiento del cuerpo principal de la estructura

Dirección	
Longitudinal (Hz)	Transversal (Hz)
5.0 a 5.5	6.0 a 6.5

Revisión del efecto de las vibraciones en la estructura

Para evaluar el posible daño en la estructura se calcularon los desplazamientos relativos del cuerpo principal de la estructura y los de la torre de perforación. Para estos desplazamientos entre las cubiertas de la plataforma marina se estimaron los desplazamientos absolutos de los diferentes arreglos para un mismo instante de tiempo, siendo de interés el instante en el que se produce el desplazamiento máximo.

En las Tablas 8 y 9 se muestran los desplazamientos relativos máximos de la plataforma (Cubierta inferior y superior). Se observa que sus valores máximos son muy pequeños, tomando como referencia los establecidos en la norma DIN [11] por lo cual se concluye que la plataforma marina estudiada no presenta un daño significativo que ponga en peligro la salud de la estructura o la de sus ocupantes.

Tabla 8: Desplazamientos relativos, Arreglo 1. (Cálculo de desplazamientos laterales, para las direcciones longitudinal.

Desplazamiento lateral en dirección Longitudinal		
No. de Disparo	Desplazamiento Absoluto (cm)	
	Cubierta No.1	Cubierta No.2
	Elev. (+) 15.850 m	Elev. (+) 24.689 m
1	0.8289	0.0058
2	0.1852	0.0115
3	0.5886	0.0212
4	0.0046	0.7956
5	0.0066	0.2447

Tabla 9: Desplazamientos relativos, Arreglo No.1. (Cálculo de desplazamientos laterales, para las direcciones transversal.

Desplazamiento lateral en dirección transversal (3)			
No. de Disparo	Desplazamiento (cm)		Desplazamiento Relativo (cm)
	Cubierta No.1 15.850 m (SLA)	Cubierta No.2 24.689 m (SLA)	
1	1.3656	0.0758	0.00146
2	0.0056	0.2398	0.00026
3	0.0102	1.1958	0.00134
4	0.0008	0.1076	0.00012
5	0.0073	0.2668	0.00029

Los desplazamientos relativos de la torre de perforación se calcularon de cada registro, los máximos se obtuvieron de los arreglos 6 y 7. Los desplazamientos laterales absolutos registrados en los diferentes arreglos también son pequeños de acuerdo con lo establecidos en las normas [10, 11]. En el arreglo 6 se registró 0.57 cm en dirección longitudinal y 0.43 cm en transversal, y en arreglo 7 se midió 0.65 cm en sentido longitudinal y 0.60 cm transversal. En las Tablas 10 y 11 se muestran los valores de los desplazamientos relativos de la torre con respecto a la cubierta.

Tabla 10: Desplazamientos relativos obtenidos en la torre de perforación, Arreglo No.6.

Desplazamiento lateral dirección Longitudinal (2)		Desplazamiento lateral dirección Transversal (3)	
Equipo	Despl. relativo	Equipo	Despl. relativo
E1	0.000187	E1	0.000165
E2	0.000216	E2	0.000155
E3	0	E3	0
E4	0.000227	E4	0.000170
E5	0.000224	E5	0.000169
E6	0.000221	E6	0.000137

Tabla 11: Desplazamientos relativos obtenidos en la torre de perforación, Arreglo No.7.

Desplazamiento lateral dirección Longitudinal		Desplazamiento lateral dirección Transversal	
Equipo	Despl. relativo	Equipo	Despl. relativo
E1	0	E1	0
E2	0.000258	E2	0.000235
E3	0.000249	E3	0.000232
E4	0.000261	E4	0.000239
E5	0.000234	E5	0.000236
E6	0.000258	E6	0.000240

Se observa de la Tablas 10 y 11 que valores máximos son menores a los establecidos en las normas por lo cual se concluye que la torre de perforación no presenta un daño significativo que ponga en peligro la salud de la estructura.

Revisión de estados límite de vibraciones para confort humano

La vibración excesiva en estructuras puede dar lugar a efectos perjudiciales para los usuarios y es deseable que sea evaluada utilizando criterios de aceptación. En este trabajo, la revisión de estados límite se basó en el criterio establecido por la norma australiana AS 2670-3 [3], en la cual se revisan de los efectos de las vibraciones en los usuarios considerando un intervalo de frecuencias entre 1 a 80 Hz. Se consideraron los datos obtenidos del estudio de vibración como la frecuencia fundamental del cuerpo principal de la estructura, Tabla 12.

Tabla 12: Frecuencias naturales de vibrar de estructura y torre de perforación.

Campaña de medición	Frecuencias identificadas asociadas a los modos dominantes			
	Dirección longitudinal (Hz)		Dirección transversal (Hz)	
	Plataforma	Torre	Plataforma	Torre
Primera	0.62	1.26	0.65	1.51
Segunda	0.68	1.275	0.67	1.52

Se graficaron las frecuencias vs las aceleraciones máximas para determinar si los niveles de vibración son aceptables (Figura 7). La aceleración pico se presenta en la dirección longitudinal de la plataforma. De acuerdo con la norma australiana AS 2670-1 y 2670-2[9, 10] se rebasa el límite permisible de los usuarios. Los valores de aceleración pico registrados en la torre de perforación superan los umbrales permisibles; sin embargo, en este caso de estudio se superan los límites en ambas direcciones asociadas

a las frecuencias de sus modos traslacionales. En conclusión, el caso de estudio de la plataforma marina, si excede los límites permitidos para el confort humano de acuerdo con las normas AS 2670-2 y DIN 4150-3 [9, 10]. En la Tabla 13 y Figura 8 se presentan las comparativas de los niveles de aceleración medidos contra los permisibles de las señales en el tiempo.

Tabla 13: comparativas de los niveles de aceleración de las señales.

Campaña medición	de	Aceleraciones máximas registradas				acc. max AS2670 mm/s ²
		Dirección longitudinal Hz		Dirección transversal Hz		
		Plataforma	Torre	Plataforma	Torre	
Primera		0.0108	0.1732	0.0255	0.3732	0.045
Segunda		0.1155	0.1381	0.0181	0.1933	0.045

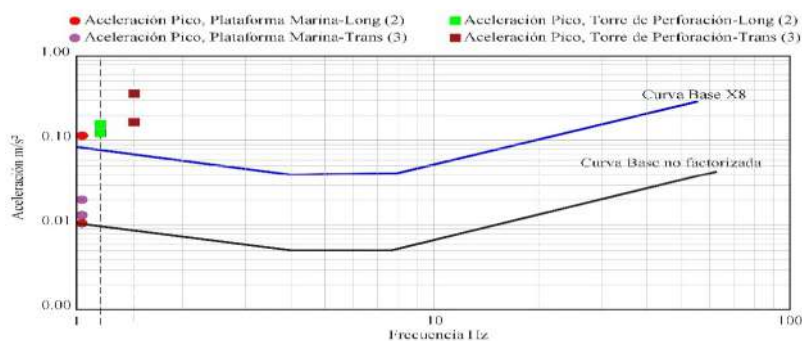


Figura 8: Aceleraciones permisibles para la comodidad de los usuarios,[9, 10].

CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos en la presente investigación se concluye lo siguiente.

Los desplazamientos relativos, producto de las vibraciones ambientales y forzadas en el cuerpo la estructura y su torre de perforación, no generan evidencia de daño en la estructura.

Los umbrales máximos de aceleración registrados, en algunos puntos de la plataforma, particularmente en la zona donde se ubican los sistemas de bombeo, sobrepasaron los límites de aceptación propuestos por una normatividad internacional, lo cual indica que estas vibraciones registradas generan molestia constante a los usuarios y por consiguiente un sentimiento de inseguridad.

Del conjunto de señales registradas se observó que las vibraciones que más influyen en los valores máximos que afectan el confort de los usuarios son producto de vibraciones forzadas provocadas por los sistemas de bombeo.

Con los resultados de las encuestas realizadas a los usuarios se concluye que las vibraciones que percibieron con mayor intensidad fueron las provocadas por los equipos de bombeo y su incidencia en el cuerpo fue a través de las extremidades inferiores, vía los sistemas de piso.

De las vibraciones ambientales producidas por el oleaje se concluye que en este caso éstas no tienen la magnitud necesaria para afectar el confort de los usuarios en este estudio.

Finalmente se observó que los datos obtenidos de las encuestas realizadas a los usuarios son esenciales, particularmente cuando las vibraciones son producidas por diferentes mecanismos que producen vibraciones con diferentes frecuencias durante las 24 horas y ofrecen una guía de la percepción de las vibraciones, la magnitud, las zonas afectadas, los horarios y lo más importante la posible fuente de las vibraciones. Con estos datos se puede plantear una estrategia para los trabajos de campo y la planeación de la solución.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la empresa Grupo Especializado en Obras Marítimas S.A. de C.V y a Petróleos Mexicanos (PEMEX) por su apoyo en la realización del proyecto, base este artículo.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Marco Antonio Escamilla García: Conceptualización, Investigación, Metodología, Software, Curación de datos, Redacción- Preparación del borrador original y Edición. **Herlindo Méndez Romero:** Metodología, Software y Curación de datos, **Gustavo Ayala Milián:** Supervisión, Revisión y Edición. **Omar Caballero Garatachea:** Software, Validación y Revisión. **Francisco Héctor Bañuelos García:** Supervisión, Revisión y Edición.

REFERENCIAS

- [1] D. E. Allen. Building Vibrations from Human Activities. *Concrete International, Design and Construction, American Concrete Institute*, vol. 12, no. 6, pp. 66–73, 1990.
- [2] BS 6472. Evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz). British Standards Institute, Londres, Reino Unido, 2008.
- [3] AS 2670. Evaluation of human exposure to whole body vibration. Part 3: Evaluation of exposure to whole body x axis vertical vibration in the frequency range 0.1 to 0.63 Hz. Standards Australia, Sydney, Australia, 1990.
- [4] Ministry of Metallurgy and Chemical Engineering. Instruction I 200-54, Planning and calculation of building structures for dynamic loading from machinery. URSS, 1955.
- [5] A. M. Eiband. Human Tolerance to Rapidly Applied Accelerations: A Summary of the Literature. NASA Memo 5-19-59E, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C., 1959.
- [6] DIN 4150-2. Vibrations in buildings, Effects on persons in buildings. Part 2. Deutsches Institut für Normung, Berlín, Alemania, 2022.

-
- [7] ISO 2631-1. Mechanical vibration and shock. Evaluation of human exposure to whole-body vibration, Part 1: General requirements. International Organization for Standardization, Ginebra, Suiza, 2010.
 - [8] ISO 2631-2. Evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 2: Continuous and shock-induced vibrations in buildings. International Organization for Standardization, Ginebra, Suiza, 2003.
 - [9] AS 2670. Evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1: General requirements. Standards Australia, Sydney, Australia, 2001.
 - [10] AS 2670. Evaluation of human exposure to whole body vibration. Part 2: Continuous and shock-induced vibration in buildings (1 to 80 Hz). Standards Australia, Sydney, 1990.
 - [11] DIN 4150-3. Structural vibration, Effects of vibration on structures. Part 3. Deutsches Institut für Normung, Berlín, Alemania, 2016.
 - [12] ISO 4866. Mechanical vibration and shock. Measurement and evaluation of vibration effects on building, Guidelines for the Measurement of Vibrations and Evaluation of Their Effects on Structures. International Organization for Standardization, Ginebra, Suiza, 2010.
 - [13] R. H. Méndez. Identificación de las propiedades dinámicas de una plataforma marina de perforación, basada en el monitoreo de vibraciones. Tesis de Maestría en Ingeniería (Estructuras), Posgrado en Ingeniería, UNAM, México, 2015.
 - [14] H. Kawasumi and E. Shima. Some Applications of a Correlator to Engineering Problems. In *III World Conference Earthquake Engineering*, vol. 2, Nueva Zelanda, 1965.

Evaluación de las diferentes configuraciones de Amortiguadores de Fluido Viscoso Lineal en el comportamiento sísmico para el Valle de México

Evaluation of different arrangements with Linear Fluid Viscous Dampers on seismic performance for Valley of Mexico

Bañuelos-García, F.H.^{1*} , Gutierrez-Trejo, J.² , De La Colina, J.¹  (*hbanuelosg589@profesor.uaemex.mx)

Recibido: 01-08-2024 Aceptado: 26-09-2024

RESUMEN

Este artículo presenta una evaluación del desempeño para distintas configuraciones y distribuciones de amortiguadores de fluido viscoso lineal para una estructura de acero de 9 niveles. El diseño de los amortiguadores se realizó mediante los manuales técnicos más utilizados para este tipo de dispositivos. El desempeño del modelo considerado se determinó a través de un análisis dinámico no lineal paso a paso. como demanda sísmica se utiliza la

componente EW del registro SCT del temblor de Michoacán de 1985. De los resultados obtenidos se presentan conclusiones para el diseño de amortiguadores de fluido viscoso.

Palabras clave: amortiguadores de fluido viscoso lineal, desempeño sísmico, análisis dinámico no lineal paso a paso.

ABSTRACT

This paper presents a performance evaluation for different configurations and distributions of linear fluid viscous dampers for a 9-storey steel structure. The design of the dampers was carried out using the most used technical manuals for this type of devices. The performance of the model considered was determined through a nonlinear time history analy-

sis. The EW component of the SCT record of the 1985 Michoacan earthquake is used as seismic demand. From the results obtained, conclusions for the design of viscous fluid dampers are presented.

Keywords: linear viscous fluid dampers, seismic performance, nonlinear time history analysis.

¹Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México, Cerro de Coatepec S/N, Ciudad Universitaria, Toluca 50110, México.

²Programa de Ingeniería Civil, Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. Ramón López Velarde Núm. 801, Col. Centro, Zacatecas, México, CP 98000.



INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del diseño sísmico actual se enfoca en garantizar distintos niveles de resiliencia de una estructura ante las distintas acciones sísmicas que puedan presentarse durante su vida útil. No obstante, existen situaciones en donde para satisfacer estos niveles de resiliencia es necesario modificar significativamente las características de los elementos estructurales como es el caso de la geometría de los elementos estructurales. Incluso en muchos de los casos no siempre es posible modificar el diseño preliminar, o bien no es posible modificar las dimensiones de los elementos estructurales debido a las recomendaciones de los códigos de diseño actuales. Por lo que surge la necesidad de agregar elementos suplementarios a partir de los cuales pueda satisfacer estos niveles de resiliencia.

Por tal motivo han cobrado gran relevancia los disipadores de energía, con el uso de estos dispositivos es posible disipar parte de la energía que entra derivada de una acción lateral como es el caso de un sismo [1]. A partir de la inclusión de este tipo de dispositivos en las estructuras es posible reducir los desplazamientos y por consiguiente el daño en la estructura. Existen muchos tipos de disipadores de energía, y en general se pueden clasificar de acuerdo con el parámetro de ingeniería por el cual se activen, desplazamientos (e.g., ADAS), velocidades y desplazamientos (e.g., amortiguadores viscoelásticos), fuerzas inerciales (e.g., amortiguadores de masa sintonizados), y velocidades (amortiguadores de fluido viscoso). Estos últimos tienen la característica de que solo tienen como variable de diseño el amortiguamiento, por lo que las propiedades dinámicas de la estructura no se modifican de forma significativa. Lo cual ha quedado demostrado tanto de forma analítica como experimental [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11].

La inclusión de los FVDs en la estructura conduce a una matriz de amortiguamiento no clásica, lo cual genera modos y frecuencias complejas cuando se ejecuta el análisis modal espectral convencional; tal y como indican los códigos de diseño actuales. Para lo cual se han desarrollado procedimientos con los cuales es posible realizar un análisis modal espectral de una estructura con este tipo de dispositivos como es el caso de: Liang and Lee [12] y Soong and Grigoriu [13], Soong and Constantinou [14], entre otros. En a pesar de la efectividad de estos procedimientos no son del todo prácticos, ya que para poder aplicarlos es necesario considerar adicionalmente el espectro de velocidades relativas, el cual no se define en la mayor parte de los códigos de diseño actual. Por tal motivo se han desarrollado distintos procedimientos con los cuales es posible aproximar el comportamiento de estos dispositivos como amortiguamiento clásico, tal es el caso de: Constantinou y Symans [15]. Los cuales son la base de muchos de los documentos técnicos actuales para el diseño de FVDs como es el caso de: FEMA 356 [16], FEMA P-1050-1 [17], ASCE 7-22 [18], entre otros.

Dado que al aumentar el amortiguamiento mediante los FVDs es posible satisfacer el nivel de resiliencia considerado ahora el problema es como distribuir los dispositivos en la estructura. Existen muchos estudios en donde se evalúa distintos arreglos de los amortiguadores de fluido viscoso (FVD), como es el caso de Landi et al. [19], Siami Kaleybar and Tehrani [20], entre otros, sin embargo, este estudio no se ha realizado para sismos como los que afectan la valle de México. Por lo que en este artículo se presenta una evaluación tanto del arreglo como de la distribución de los FVDs para un marco de acero de 9 niveles, como demanda sísmica se utiliza la componente EW del registro SCT del temblor de Michoacán de 1985.

COMPORTAMIENTO DE LAS FVDs

Los amortiguadores de fluido viscoso han sido utilizados ampliamente para reforzar y diseñar nuevas estructuras. Este dispositivo consiste en una cabeza de pistón con orificios contenida en un cilindro lleno de un fluido altamente viscoso, que está compuesto de silicona o de un tipo de aceite. El fluido en el cilindro es casi incompresible, y cuando el dispositivo se somete a una fuerza de compresión, el volumen de fluido dentro del cilindro disminuye debido al movimiento del área del vástago del pistón. La disminución del volumen da lugar a una fuerza de restauración. Esta fuerza indeseable se evita utilizando un acumulador. Un acumulador funciona recogiendo el volumen de fluido que es desplazado por el vástago y almacenándolo en la zona de reposición. Cuando el vástago retrocede, el vacío creado extrae el fluido. La Figura 1 presenta un esquema de la FVD.

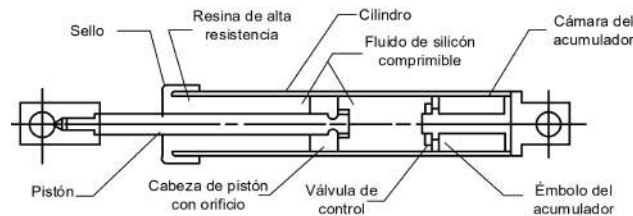


Figura 1: *Componentes de un Amortiguador de Fluido Viscoso.*

El comportamiento de los FVD se representa normalmente por el de los amortiguadores de Maxwell, ver Figura 2, Ec. (1).

$$F = C |\dot{u}|^{\alpha} \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad (1)$$

donde

F = Fuerza que proporciona el disipador

C = Coeficiente de amortiguamiento

$\dot{u}$ = Velocidad

α = Exponente de velocidad que determina el grado de no linealidad del dispositivo

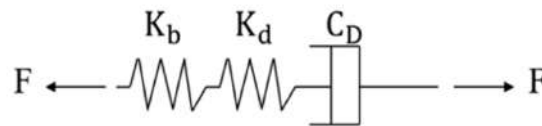


Figura 2: *Modelo de Maxwell [21].*

Diseño de los amortiguadores lineales

Para poder realizar el diseño de FVDs utilizando un espectro como acción sísmica se debe de considerar que el comportamiento de estos dispositivos puede aproximarse como amortiguamiento clásico.

Existen muchos procedimientos para determinar el comportamiento de estos dispositivos como amortiguamiento clásico [22]. Sin embargo, los más utilizados son los que se recomiendan en: FEMA 356 [16], FEMA P-1050-1 [17], ASCE 7-22 [18]. La Ec. (2) es aplicable para LFVDs:

$$\xi_{DPLi} = \frac{T_i \sum_{j=1}^{nd} (C_{Lj}) (f_j) (\phi_{rj,1})^2}{4 \pi (\sum_{i=1}^{ns} m_i \phi_i^2)} \quad (2)$$

donde

ξ_{DPLi} = Relación de amortiguamiento clásico suplementario del modo de vibración i correspondiente a LFVDs

T_i = Periodo natural de vibración del modo i

θ_j = Ángulo del amortiguador viscoso j

ϕ_i = Coordenada modal horizontal del modo i

$\phi_{rj,1}$ = Distorsión modal del amortiguador j correspondiente al modo de vibración i

C_{Lj} = Coeficiente de amortiguación del LFVD en el piso j

f_j = Configuración del amortiguador j , ver Figura 3

m = Masa del piso j

nd = Número de dispositivos

ns = Número de entrepisos

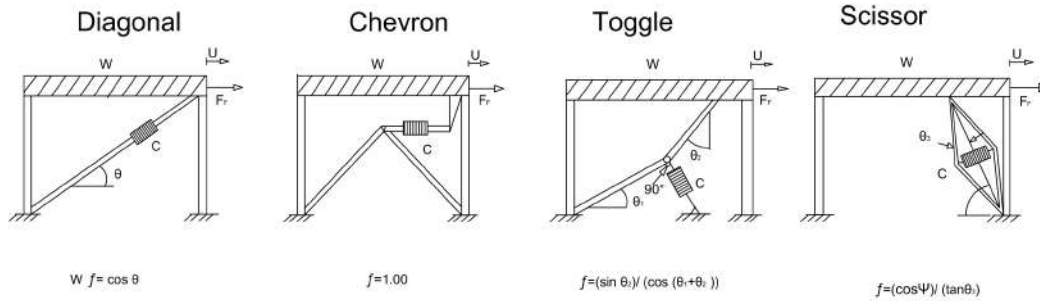


Figura 3: Configuraciones de los FVDs.

Distribución de los FVDs

En el diseño práctico de estructuras con amortiguadores se considera que todos los dispositivos tienen el mismo coeficiente de amortiguamiento. Sin embargo, no siempre es lo más adecuado, ya que pueden presentarse valores muy grandes. Además, la acción sísmica no actúa igual en todos los entrepisos, esto particularmente cuando se presenta irregularidades en planta, así como pisos blandos. [23], [24]. Por lo tanto, la distribución uniforme (UD) puede no proporcionar una proporción adecuada de los coeficientes de amortiguamiento a lo largo de la altura de las estructuras.

Por tal motivo lo más adecuado es que el coeficiente de amortiguamiento de cada entrepiso sea calculado en función de un Parámetro de Ingeniería (IP). Modificando la Ec. (2) para que el coeficiente

de amortiguamiento de cada dispositivo por entrepiso sea calculado en función de un IP, la ecuación quedaría como Ec. (3) y Ec. (4):

$$C_{\alpha T} = \frac{(\xi_{DPN Li}) \cdot (\rho_j) \cdot 4\pi \cdot \sum_{j=1}^{ns} (m_j) \cdot (\phi_{j,i})^2}{T_i \sum_{j=1}^{nd} \cdot (f_j)^{(2)} \cdot (\phi_{rj,i})^{(2)} \cdot (\rho_j)} \quad (3)$$

$$C_{\alpha j} = \frac{\rho_j}{\sum_{j=1}^{ns} \rho_j} C_{\alpha T} \quad (4)$$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En este trabajo, se analiza un modelo de 9 niveles de acero con amortiguadores viscosos lineales (Ver Figura 4). Las propiedades nominales para el marco plano son las siguientes: esfuerzo a la fluencia $f_y = 344703.8 \text{ kN/m}^2$, módulo de elasticidad de $E_s = 1.96 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$. Basado en resultados preliminares de diseño, se presentan los perfiles y la geometría del modelo de 9 niveles. Ver Figura 4.

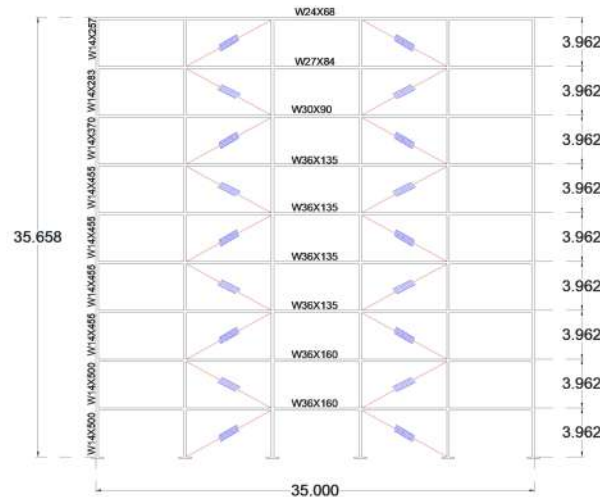


Figura 4: Geometría del modelo (dimensiones en m).

Acción sísmica

Para validar la efectividad de cada parámetro de ingeniería, la acción sísmica considerada en los casos de estudio fue un conjunto de espectros de respuesta correspondientes al registro de la componente SCT E-W del sismo de Michoacán de 1985, para evaluar directamente el desempeño de los modelos.

Distribución y cálculo de los FVDs

Para evaluar la influencia del amortiguamiento adicional al modelo se le asigna una relación diferente del $\xi_d = 10 \%$. En el caso del amortiguamiento inherente, se asignó un valor del $\xi_0 = 2 \%$ correspondiente para estructuras de acero.

Con respecto a la distribución de los amortiguadores en la estructura, se colocó cuando menos dos por nivel, de forma secuencial y simétrica, tal y como se puede apreciar en la Figura 4. Para cada modelo,

se diseñaron los FVDs para la distribución uniforme, y en función de la rigidez, distorsión modal, fuerza cortante y energía elástica; además de cuatro configuraciones del amortiguador: diagonal, Chevron, Toggle, and Scissor.

El cálculo de los coeficientes de amortiguación de los dispositivos se realiza mediante la Ec. (3) y la Ec. (4). Las disposiciones de los FVDs se modelaron en Opensees [25], para la configuración diagonal se utilizó el elemento "twoNodeLinkz" el material "ViscousDamper". En el caso de los FVDs chevron, toggle y scissor se utilizó el elemento "twoNodeLinkz" el material "Viscous". Los contravientos son modelados usando el comando ".elasticBeamColumn" que son libres de momento en ambos extremos [20].

Análisis no-lineal historia-tiempo

Para evaluar el cálculo del coeficiente de amortiguamiento y la disposición de los FVDs, se calcularon las derivas entre plantas mediante análisis no-lineal historia-tiempo para todas las estructuras. Estos análisis se realizaron con el OpenSees [25] con las siguientes consideraciones:

- a) Comportamiento histerético estable bilineal elasto-plástico para todas las vigas y columnas.
- b) Las articulaciones plásticas se modelaron como elementos elásticos rotacionales de longitud cero, sin considerar el deterioro de la rigidez.
- c) Se consideró la interacción carga axial - momento.
- d) Matriz de amortiguamiento no proporcional correspondiente a los FVD.
- e) Las columnas de gravedad y los correspondientes efectos P-Delta se idealizaron utilizando una columna inclinada [26], [27].
- f) La integración de las ecuaciones de movimiento no lineales se realizó mediante el método Beta de Newmark, con parámetros $\gamma = 0,5$ y $\alpha = 0,25$, junto con el método Newton-Raphson.

RESULTADOS NUMÉRICOS Y DISCUSIÓN

Para evaluar la eficiencia de los parámetros de diseño para el cálculo de los coeficientes de amortiguamiento, así como de las configuraciones de los FVDs se determinaron las distorsiones de entrepiso de cada modelo para la misma acción sísmica. La Figura 5 muestra los resultados de las distorsiones para las cuatro configuraciones de los amortiguadores (Diagonal, Chevron, Toggle, y Scissor) con respecto para cinco IP (distribución uniforme, distorsión modal, rigidez de entrepiso, energía potencial, y cortante de entrepiso). Como se puede apreciar para cada configuración de los dispositivos no se presentan diferencias significativas del desempeño en el entrepiso crítico (nivel 3). En donde las diferencias máximas que se presentaron fueron de no más del 10 %, por lo cual se puede decir que cualquier procedimiento de distribución proporciona resultados “similares”. Sin embargo, la máxima diferencia se presentó en los coeficientes totales de amortiguamiento (sumatoria de todos los coeficientes de cada entrepiso, ver Figura 6.) no hay una diferencia significativa entre cada configuración, también se puede apreciar que la configuración de tipo Scissors es la que presenta distorsiones más pequeñas. La diferencia de la distorsión en el entrepiso crítico de la configuración diagonal y la Scissors para todas las distribuciones es de aproximadamente del 20 % (Ver Figura 7).

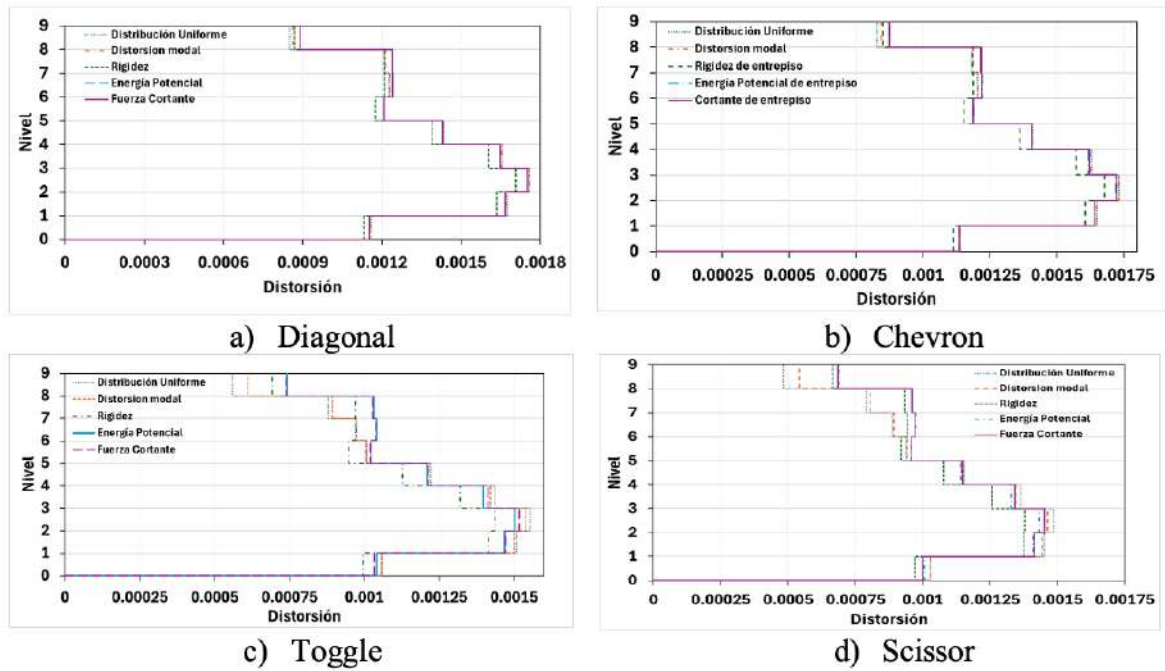


Figura 5: Perfil de distorsiones del modelo de 9 niveles para cada configuración de los FVDs.

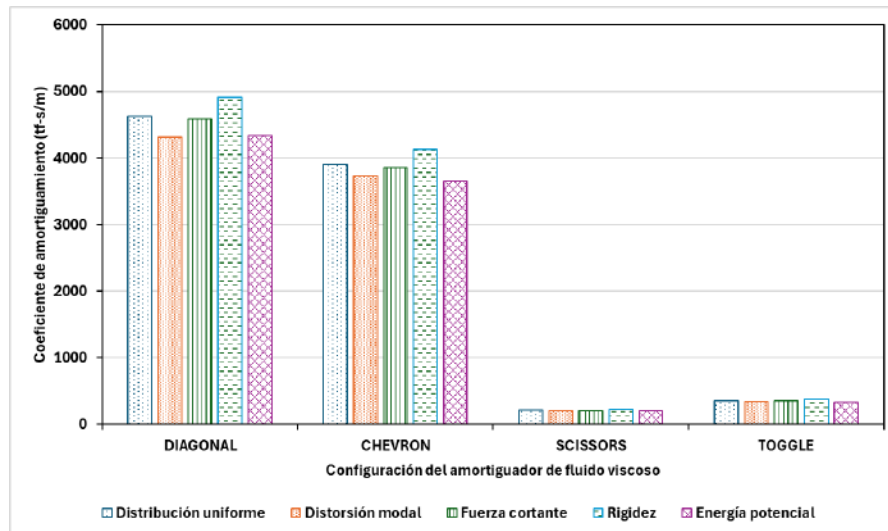


Figura 6: Coeficiente de amortiguamiento total del modelo de 9 niveles.

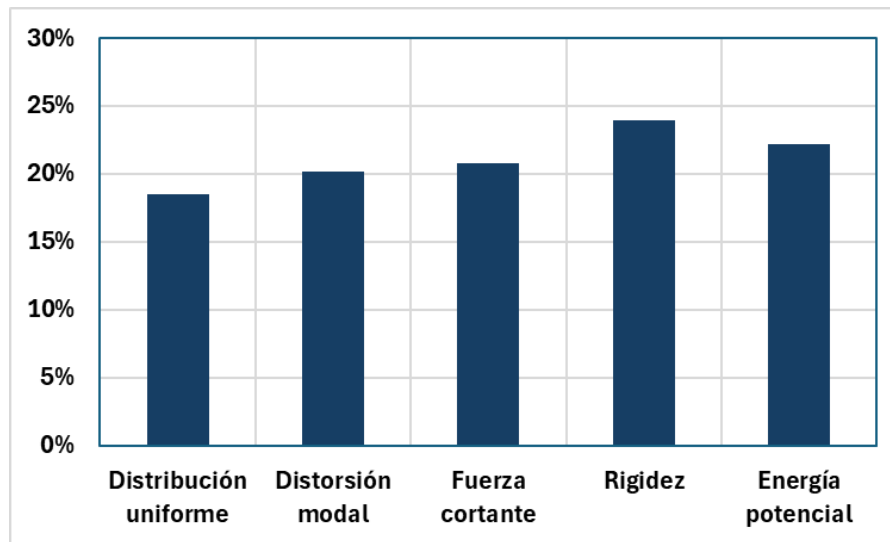


Figura 7: Error de la distorsión del entrepiso crítico de la configuración diagonal con respecto al Scissor.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentó una evaluación de desempeño sísmico para un modelo de 9 niveles reforzado con amortiguadores de fluido viscoso lineal. Se utilizaron cuatro configuraciones diferentes de los FVDs (diagonal, Chevron, Toggle, and Scissor). Los coeficientes amortiguamiento se calcularon en función de cinco IP (distribución uniforme, distorsión modal, rigidez de entrepiso, energía potencial, y cortante de entrepiso). Como demanda sísmica se consideró el registro, como demanda sísmica se utiliza la componente EW del registro SCT del temblor de Michoacán de 1985. De los resultados obtenidos de un análisis no lineal historia tiempo se pueden obtener las siguientes conclusiones:

1. El desempeño del modelo de 9 niveles con respecto a cada uno de los cinco parámetros con lo que se determinó el tamaño de los coeficientes del amortiguador de fluido viscoso no presenta diferencias significativas. Sin embargo, en el caso del tamaño de los dispositivos, la distribución de los dispositivos utilizando la energía potencial presenta los valores más pequeños. Lo cual puede representar un ahorro en el costo de los amortiguadores.
2. De las cuatro configuraciones de los dispositivos la que presenta una menor distorsión de entrepiso es la de tipo Scissors, exhibiendo una diferencia de aproximadamente del 20 % en comparación de la diagonal que es la más utilizada. A partir de esto se puedan colocar disipadores con coeficientes más pequeños para lograr el desempeño correspondiente a la configuración diagonal. Lo cual puede representar una diferencia significativa en el costo de los dispositivos.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Francisco Bañuelos: Conceptualización, metodología y preparación del borrador original. **Juan Gutiérrez:** Conceptualización, validación y edición. **Jaime De La Colina:** Conceptualización, supervisión y redacción.

REFERENCIAS

- [1] T. T. Soong and B. F. Spencer. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures*, 24(3), pp. 243–259, Mar. 2002. doi: 10.1016/S0141-0296(01)00092-X.
- [2] A. M. Reinhorn, C. Li, and M. C. Constantinou. Experimental & Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping, Part 1: Fluid Viscous Damping Devices. National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1995.
- [3] D. Lee and D. P. Taylor. Viscous damper development and future trends. *Struct. Design Tall Build.*, 10(5), pp. 311–320, Dec. 2001. doi: 10.1002/tal.188.
- [4] J.-S. Hwang, Y.-N. Huang, and Y.-H. Hung. Analytical and Experimental Study of Toggle-Brace-Damper Systems. *J. Struct. Eng.*, 131(7), pp. 1035–1043, Jul. 2005. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:7(1035).
- [5] K.-C. Chang, Y.-Y. Lin, and C.-Y. Chen. Shaking Table Study on Displacement-Based Design for Seismic Retrofit of Existing Buildings Using Nonlinear Viscous Dampers. *J. Struct. Eng.*, 134(4), pp. 671–681, Apr. 2008. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:4(671).
- [6] B. Dong, R. Sause, and J. M. Ricles. Seismic Response and Damage of Reduced-Strength Steel MRF Structures with Nonlinear Viscous Dampers. *J. Struct. Eng.*, 144(12), p. 04018221, Dec. 2018. doi: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002226.
- [7] E. Polat and M. C. Constantinou. Open-Space Damping System Description, Theory, and Verification. *J. Struct. Eng.*, 143(4), p. 04016201, Apr. 2017. doi: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001698.
- [8] M. Palermo and S. Silvestri. Damping reduction factors for adjacent buildings connected by fluid-viscous dampers. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 138, p. 106323, Nov. 2020. doi: 10.1016/j.soildyn.2020.106323.
- [9] M. A. Santos-Santiago, S. E. Ruiz, and F. Valenzuela-Beltrán. Influence of Higher Modes of Vibration on the Seismic Response of Buildings with Linear and Nonlinear Viscous Dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, 26(8), pp. 3914–3937, Jun. 2022. doi: 10.1080/13632469.2020.1822223.
- [10] A. Rodríguez Castellanos, M. P. Niño Lazaro, S. E. Ruiz Gómez, and M. A. Santos Santiago. DISEÑO SÍSMICO SUSTENTABLE DE ESTRUCTURAS EQUIPADAS CON DISIPADORES VISCOSOS. *RIS*, no. 112, pp. 72–100, Jun. 2024. doi: 10.18867/ris.112.638.

-
- [11] T. Castillo and S. E. Ruiz. Reduction Factors for Seismic Design Spectra for Structures with Viscous Energy Dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, 18(3), pp. 323–349, Apr. 2014. doi: 10.1080/13632469.2013.860932.
- [12] Z. Liang and G. C. Lee. Damping of Structures - Part 1: Theory of Complex Damping. University at Buffalo, State University, Buffalo, New York, USA, Technical Report NCEER-91-0004, 1991.
- [13] T. T. Soong and M. Grigoriu. *Random Vibration of Mechanical and Structural Systems*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall, 1992.
- [14] T. T. Soong and M. C. Constantinou, Eds. *Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering*, vol. 345. Vienna: Springer Vienna, 1994. doi: 10.1007/978-3-7091-3012-4.
- [15] M. C. Constantinou and M. D. Symans. Experimental and analytical investigation of seismic response of structure with supplemental fluid viscous dampers. National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, New York, NCEER-92-0032, 1992.
- [16] FEMA-356. *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings*. Washington, DC., 2000.
- [17] FEMA P-1050-1. *NEHRP Recommended Seismic Provisions for New Buildings and Other Structures*. Federal Emergency Management Agency, 2015.
- [18] ASCE. *Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures*, 7th ed. Reston, VA: ASCE/SEI 7-16., 2021. Accessed: Sep. 13, 2022. [Online]. Available: <https://ascelibrary.org/doi/book/10.1061/9780784415788>.
- [19] L. Landi, F. Conti, and P. P. Diotallevi. Effectiveness of different distributions of viscous damping coefficients for the seismic retrofit of regular and irregular RC frames. *Engineering Structures*, 100, pp. 79–93, Oct. 2015. doi: 10.1016/j.engstruct.2015.05.031.
- [20] R. Siami Kaleybar and P. Tehrani. Effects of using different arrangements and types of viscous dampers on seismic performance of intermediate steel moment frames in comparison with different passive dampers. *Structures*, 33, pp. 3382–3396, Oct. 2021. doi: 10.1016/j.istruc.2021.06.079.
- [21] N. Makris and M. C. Constantinou. Fractional-Derivative Maxwell Model for Viscous Dampers. *J. Struct. Eng.*, 117(9), pp. 2708–2724, Sep. 1991. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1991)117:9(2708).
- [22] Ch. B. V. Hareen and S. C. Mohan. Energy-based seismic retrofit and design of building frames with passive dampers. *Engineering Structures*, 250, p. 113412, Jan. 2022. doi: 10.1016/j.engstruct.2021.113412.
- [23] C. Chintanapakdee and A. K. Chopra. Seismic Response of Vertically Irregular Frames: Response History and Modal Pushover Analyses. *J. Struct. Eng.*, 130(8), pp. 1177–1185, Aug. 2004. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1177).

- [24] M. De Stefano and B. Pintucchi. A review of research on seismic behaviour of irregular building structures since 2002. *Bull Earthquake Eng.*, 6(2), pp. 285–308, May 2008. doi: 10.1007/s10518-007-9052-3.
- [25] S. Mazzoni, F. McKenna, M. H. Scott, and G. L. Fenves. Open system for earthquake engineering simulation Version 2.4.5 [Software]. Pacific Earthquake Engineering Research Center., Berkeley, CA, Manual, 2018.
- [26] G. M. Del Gobbo, A. Blakeborough, and M. S. Williams. Improving total-building seismic performance using linear fluid viscous dampers. *Bull Earthquake Eng.*, 16(9), pp. 4249–4272, Sep. 2018. doi: 10.1007/s10518-018-0338-4.
- [27] M. S. Sebaq, Y. Xiao, and G. Song. Damage indices of steel moment-resisting frames equipped with fluid viscous dampers. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, pp. 1–20, Mar. 2023. doi: 10.1080/13467581.2023.2182645.

Métodos Analíticos y Numéricos para el Análisis de Placas Delgadas

Analytical and Numerical Methods for the Analysis of Thin Plates

De-la-Colina, J.^{1*}  (*jcolina@uaemex.mx)

Recibido: 05-08-2024 Aceptado: 03-09-2024

RESUMEN

Las placas son elementos estructurales planos que se emplean comúnmente en varias ramas de la ingeniería. A diferencia de los problemas de estados planos, los cuales pueden tener geometrías similares, las cargas en una placa son normales a su superficie media. El presente trabajo presenta la teoría general de placas delgadas, así como algunos de los métodos analíticos y numéricos más usados para su análisis. Se describe el método de Rayleigh-Ritz, el método de diferencias finitas y el método del elemento finito. Se incluye un ejemplo de una placa con geometría atípica, la cual se analiza con ayuda de *Matlab*. El estudio de los métodos de análisis de placas indica que las soluciones analíticas son aplicables a problemas básicos con geometrías, condi-

ciones de frontera y cargas simples, mientras que los métodos numéricos son aplicables a geometrías y condiciones más generales. El método de diferencias finitas resulta difícil de aplicar (y programar) cuando los bordes de las placas no son rectangulares. Las menores diferencias relativas entre los resultados obtenidos con diferentes métodos aproximados se obtienen generalmente para los valores de la respuesta con las mayores magnitudes, los cuales generalmente rigen el diseño de la estructura analizada.

Palabras clave: Placas delgadas, Método de Rayleigh-Ritz, Diferencias finitas, Elementos finitos, Teoría de Kirchhoff.

ABSTRACT

Plates are flat structural elements that are commonly used in several branches of engineering. Unlike plane state problems, which can have similar geometries, the loads on a plate are normal to its mean surface. This work makes a brief presentation of the theory of thin plates and describes some of the most used analytical and numerical methods for

their analysis. The Rayleigh-Ritz method, the finite difference method and the finite element method are described. An example of a plate with an atypical geometry, which is analyzed with *Matlab*, is included. The study of plate analysis methods indicates that analytical solutions are applicable to basic problems with simple geometries, boundary

¹Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México, Paseo Universidad S/N, Toluca, Estado de México, México. CP. 50110.



conditions and loadings, while numerical methods are applicable to more general geometries and conditions. The finite difference method is difficult to apply (and program) when the plate edges are not rectangular. The smallest relative differences among the results obtained with different approximate methods are generally obtained for the respon-

se values with the largest magnitudes, which generally govern the design of the structure analyzed.

Keywords: Thin plates, Rayleigh-Ritz method, Finite differences, Finite elements, Theory of Kirchhoff.

INTRODUCCIÓN

Una placa es un elemento estructural con una de sus dimensiones comparativamente más delgada que las otras dos. A diferencia de los problemas de estados planos, los cuales pueden tener geometrías similares, en una placa las cargas son usualmente normales a su superficie media. Las placas son omnipresentes en el sentido de que se encuentran en varias ramas de la ingeniería y sus aplicaciones son muy diversas. Se usan placas en las ingenierías aeronáutica, espacial, mecánica, etc. Por ejemplo, en la ingeniería civil se emplean estos elementos con algunos nombres particulares. Quizás el ejemplo más ilustrativo es el de losas en casas, edificios, puentes y construcciones industriales. Otro caso son los muros de contención empleados para soportar las cargas laterales que ocasionan los suelos.

El diseño de cada placa requiere la revisión de tres aspectos principalmente [1]: 1) que no se deforme más de lo permitido para no afectar su funcionalidad, 2) que el material del que está hecha no se dañe y 3) que no vibre significativamente. Los aspectos 1 y 2 se determinan con ayuda de un análisis estático, mientras que el 3 requiere de un análisis dinámico. Este trabajo se limita al estudio de métodos de análisis estáticos de placas delgadas.

Un análisis estático de una placa debe proporcionar una descripción de cómo resultan los desplazamientos normales al plano medio de la placa, con lo cual sería posible revisar el primer aspecto del diseño. Para el segundo aspecto, el análisis debe proveer las distribuciones de los momentos flexionantes y de las fuerzas cortantes. Por ejemplo, en el caso de una losa de concreto reforzado, estos resultados le permiten al ingeniero determinar tanto el espesor como la distribución y cantidad de varillas de refuerzo a colocar en la losa. Es claro que el análisis de una placa es una actividad necesaria para el diseño.

En este trabajo se estudian los principales métodos para determinar dichos desplazamientos así como los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes para placas de varias formas, condiciones de apoyo y tipos de cargas. Se consideran sólo análisis estáticos y se supone que el material isotrópico de la placa es elástico y lineal. También se asume que los desplazamientos son pequeños y que las deformaciones sólo se deben a la flexión. Este tipo de placas donde las deformaciones por cortante son despreciables se conocen como placas de Kirchhoff. Esta teoría también se conoce como teoría elástica para placas delgadas con desplazamientos pequeños [2][3]. El estudio de placas gruesas incorpora las deformaciones por cortante [4].

El objetivo de este escrito es presentar de manera general los aspectos básicos de la teoría de placas delgadas y los principales métodos para su análisis.

MARCO TEÓRICO

Sistema de referencia, notación y suposiciones básicas

La nomenclatura se asocia a un sistema de referencia y ésta es útil para interpretar correctamente los resultados. Se considera una placa de espesor constante t . El plano medio de la placa coincide con el plano xy de un sistema de referencia derecho. En la Figura 1 se muestra un caso en donde el eje z resulta dirigido hacia abajo. El desplazamiento w en dirección normal es la variable a calcular.

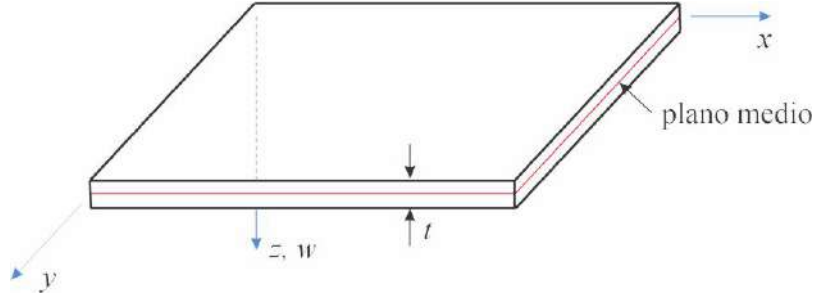


Figura 1: Plano medio de una placa y sistema de referencia Cartesiano.

Las principales suposiciones de la teoría de placas delgadas son las siguientes: 1) no hay deformaciones longitudinales en el plano medio de la placa, 2) los puntos situados inicialmente en una normal al plano medio permanecen en una normal durante la flexión, y c) los esfuerzos normales en la dirección transversal (σ_z) son despreciables.

Rotaciones y curvaturas

Ahora es posible establecer una relación básica entre los giros de la placa en ambas direcciones (θ_x y θ_y) y la derivada del desplazamiento transversal w (Figura 2a), Ecs. (1).

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

La curvatura es otra relación importante para deducir la ecuación de una placa. Al igual que en el caso de vigas, la curvatura k se define como el recíproco del radio de curvatura r , (Ec. (2)).

$$k = \frac{1}{r} \quad (2)$$

Con algunos argumentos geométricos [2], no es difícil relacionar los radios de curvatura (y las curvaturas) a lo largo de los ejes de referencia r_x y r_y con las segundas derivadas del desplazamiento normal. Las relaciones se presentan en las Ecs. (3).

$$\frac{1}{r_x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{1}{r_y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

Una cantidad relacionada con la torsión es la segunda derivada cruzada. Es interesante notar que esta torsión juega un papel importante en el comportamiento estructural de placas y hace que su resistencia sea mayor que la que resultaría de una simple suma de resistencias de dos vigas ortogonales unidas en su

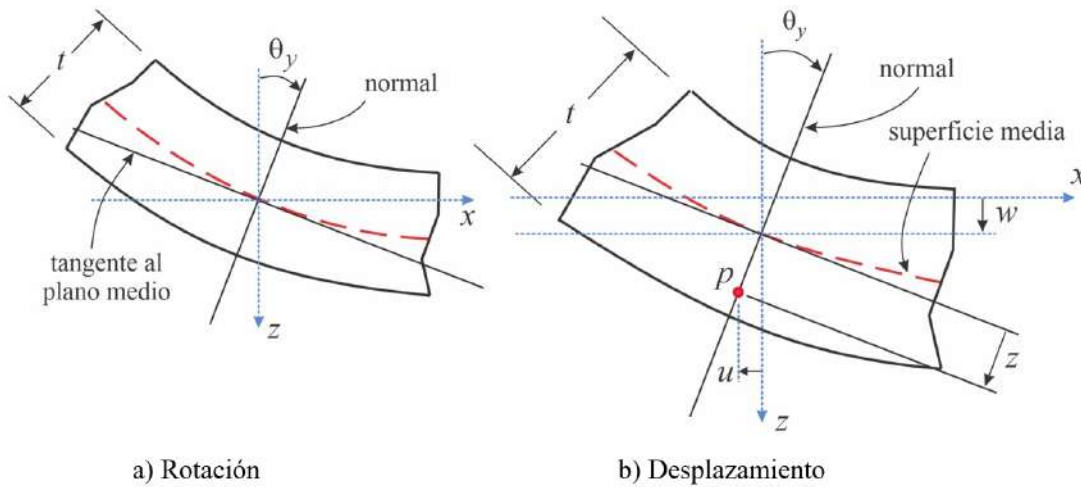


Figura 2: Rotación θ_y y desplazamiento u de un punto p a una distancia z .

intersección (sin torsión). Esta curvatura cruzada es una deformación de torsión (*twist*) y se define como lo indica la Ec. (4).

$$\frac{1}{r_{xy}} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

Desplazamientos y deformaciones unitarias

Los desplazamientos u y v a lo largo de los ejes x y y , respectivamente, no son cantidades independientes en la teoría de placas delgadas. Ambos dependen del desplazamiento w , el cual permanece como la variable por determinar. En esta subsección se presentan las relaciones para calcularlos en función de la distancia z al plano medio de la placa. La Figura 2b ilustra el cálculo del desplazamiento u a lo largo del eje x . El cálculo del desplazamiento v en la dirección y es similar, como lo indican las Ecs. (5).

$$u = -z \theta_y = -z \frac{\partial w}{\partial x}, v = -z \theta_x = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

Las deformaciones unitarias se obtienen derivando los desplazamientos. Las longitudinales ε_x y ε_y , y la de cortante a una distancia z de la superficie media se calculan con las Ecs. (6).

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \gamma_{xy} = -z \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Las deformaciones unitarias permiten establecer una relación con los esfuerzos. Se pueden establecer [2] las relaciones con ayuda de la ley de Hooke (linealidad entre esfuerzos y deformaciones unitarias). Para calcular los esfuerzos de interés se emplean las Ecs. (7).

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y), \sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x), \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{xy} \quad (7)$$

{7}

Las relaciones anteriores también se pueden expresar en términos de las curvaturas haciendo uso de las Ecs. (6). Es importante observar que los subíndices de los esfuerzos normales σ_x y σ_y se refieren a las direcciones de los ejes de referencia, como se ilustra en la Figura 3a.

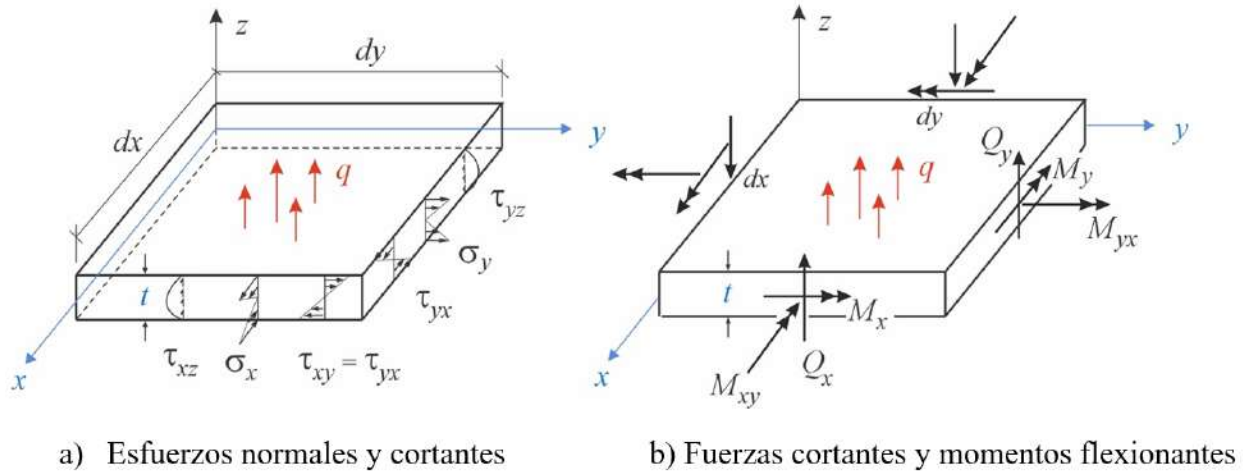


Figura 3: *Elemento diferencial de una placa con carga normal q .*

La observación del párrafo anterior, en relación con la nomenclatura de los subíndices, también es importante en la definición de los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes (todos por unidad de ancho). Los subíndices de los elementos mecánicos heredan los subíndices de los esfuerzos con los que se asocian, como se observa en la Figura 3b y lo indican las Ecs. (8).

$$\begin{aligned}
 M_x &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x z \, dz = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\
 M_y &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y z \, dz = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\
 M_{xy} &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} \, dz = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \\
 Q_x &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xz} \, dz, \\
 Q_y &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yz} \, dz.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Con los momentos y las fuerzas cortantes, es posible establecer la ecuación de equilibrio. Ésta puede expresarse en términos de los momentos o bien en términos del desplazamiento w , como lo indican las Ecs. (9), donde q es la carga por unidad de área.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q, \quad \nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (9)$$

En estas ecuaciones la cantidad D es la rigidez a flexión de la placa y es similar a la rigidez a flexión EI de una viga. Tanto los momentos como D se refieren a un ancho unitario. Los momentos ocasionan esfuerzos positivos en la cara positiva. Por ejemplo, M_x ocasiona esfuerzos σ_x positivos (en dirección positiva de x) en la cara z positiva.

La solución de la segunda Ec. (9) consiste en determinar la función que expresa el desplazamiento w en términos de las coordenadas y de algunas otras cantidades. La función a determinar $w(x, y)$ debe satisfacer las condiciones de frontera. Con la función $w(x, y)$ o algunos valores de w en ciertos puntos de la placa, es posible obtener o aproximar las funciones de los momentos flexionantes y torsionantes así como de las fuerzas cortantes. Finalmente, estos elementos mecánicos permiten calcular las distribuciones de esfuerzos.

MATERIALES Y MÉTODOS

El análisis de una placa, con ciertas condiciones de borde y sujeta a un conjunto de cargas, consiste en obtener las distribuciones de los desplazamientos, los esfuerzos y los elementos mecánicos. Así, el primer paso del análisis consiste en resolver la segunda ecuación diferencial Ec. (9).

El primer método es la solución de la ecuación diferencial en forma cerrada para obtener la función $w(x, y)$. Soluciones cerradas no son simples por lo que desde hace 200 años se propusieron aproximaciones a las soluciones cerradas empleando series trigonométricas dobles [5]. Estas soluciones no son elementales, pero permiten obtener excelentes aproximaciones a las soluciones cerradas para placas con condiciones de frontera y cargas simples. La mayoría de las soluciones presentadas en el libro clásico de Timoshenko y Woinowsky-Krieger [2] son con este tipo de series.

La complejidad de estos primeros métodos motivó la búsqueda de otros métodos alternos, aun cuando éstos llevaran sólo a aproximaciones lo suficientemente precisas para fines de ingeniería.

Otro de los primeros métodos es el de Rayleigh-Ritz (MRR), el cual se planteó a finales del siglo XIX [6]. Este método es general y permite no sólo analizar estáticamente una placa, sino que también se puede emplear para análisis dinámicos y de pandeo. Este método también se puede aplicar a otros problemas de ingeniería como vigas, columnas, etc. [7][8].

El MRR consiste en proponer una función de la variable de interés (*e.g.*, w) en términos de las demás cantidades del problema. Esta *función de prueba* deben ser *admisibles* y puede expresarse en términos de una o varias cantidades independientes (grados de libertad). Aplicando el principio de la energía potencial estacionaria es posible determinar los valores de los grados de libertad, con lo cual la función de prueba queda completamente definida. Para el caso de condiciones de borde atípicas se recomienda consultar las referencias [9] y [10].

Método de Diferencias Finitas

El método de diferencias finitas (MDF), en lugar de buscar la solución exacta o alguna función que la aproxime mediante series o usando funciones de prueba, calcula valores puntuales de la variable de interés (w) dentro del dominio del problema. En el caso de placas, usualmente se traza una malla y en las intersecciones de las líneas se ubican los puntos donde se calculan los valores del desplazamiento normal w . En este método se sustituyen las derivadas en los puntos de interés mediante ecuaciones de diferencias.

Éstas últimas son cocientes simples que se calculan en cada punto de la malla y quedan expresados en términos del desplazamiento en el punto donde se plantea la ecuación y de los desplazamientos de los puntos vecinos. El conjunto de las ecuaciones de diferencias conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas, cuya solución determina los valores de los desplazamientos en los puntos.

Un ejemplo de una ecuación de diferencias para aproximar la pendiente en el punto x_0 se ilustra en la Figura 4 y se puede aproximar con la Ec. (10).

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} \quad (10)$$

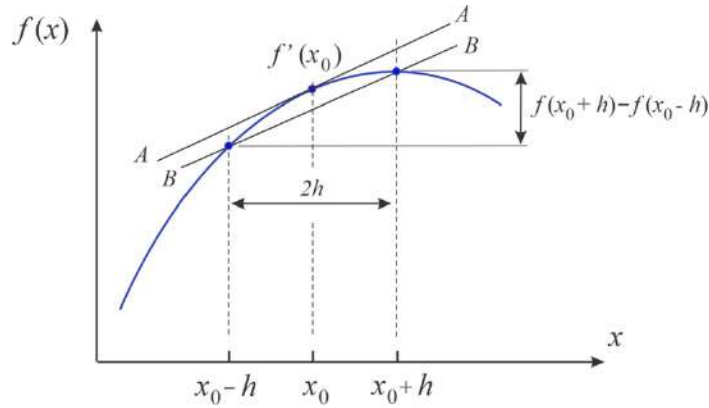


Figura 4: Aproximación a la pendiente $f'(x_0)$ con ecuación de diferencias finitas central.

Esta ecuación aproxima la derivada de $f(x)$ en x_0 (pendiente de la línea AA) a partir del valor de la función en los puntos adyacentes, calculando la pendiente de la línea BB. Similarmente, se puede aproximar la segunda derivada de $f(x)$ en x_0 con la Ec. (11).

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)}{h^2} \quad (11)$$

En el caso de placas, la variable de interés es el desplazamiento w , por lo que si cada punto o estación (separados una distancia $h = \Delta x$) se identifica con un subíndice, la aproximación a la cuarta derivada en la estación m queda en función de los desplazamientos de las cuatro estaciones adyacentes (2 a cada lado). Esto se indica en la Ec. (12).

$$\left(\frac{d^4 w}{dx^4}\right)_m \cong \frac{w_{m-2} - 4w_{m-1} + 6w_m - 4w_{m+1} + w_{m+2}}{(\Delta x)^4} \quad (12)$$

Cuando la derivada es en el mismo punto o estación m pero la derivada es con respecto a la variable y , es conveniente usar dos subíndices: el primero para la dirección x y el segundo para la dirección y . Por ejemplo, la cuarta derivada de w con respecto a y en la estación (m, n) sería la indicada en la Ec. (13), en donde por conveniencia se hace $\lambda = \Delta x = \Delta y$:

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_{m,n} \cong \frac{1}{\lambda^4} [w_{m,n-2} - 4w_{m,n-1} + 6w_{m,n} - 4w_{m,n+1} + w_{m,n+2}] \quad (13)$$

Finalmente, al extender estas ecuaciones a la segunda Ec. (9) resulta la Ec. (14).

$$D(\nabla^2 \nabla^2 w)_{m,n} = \frac{D}{\lambda^4} \left[20w_{m,n} - 8(w_{m+1,n} + w_{m-1,n} + w_{m,n+1} + w_{m,n-1}) \right. \\ \left. + 2(w_{m+1,n+1} + w_{m-1,n+1} + w_{m+1,n-1} + w_{m-1,n-1}) \right. \\ \left. + w_{m+2,n} + w_{m-2,n} + w_{m,n+2} + w_{m,n-2} \right] = (q_z)_{m,n}. \quad (14)$$

Los puntos involucrados en este cálculo se identifican en la porción de placa que se muestra en Figura 5a, donde m y n se refieren a los índices asociados a x y y , respectivamente.

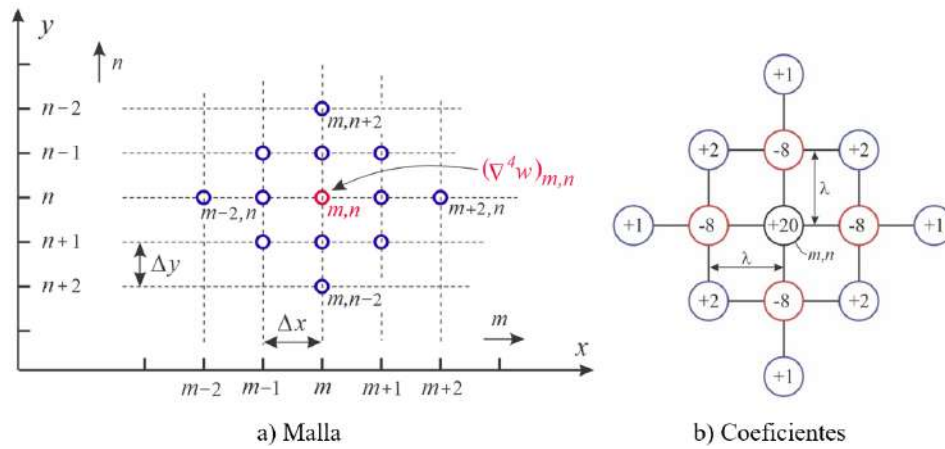


Figura 5: Malla de diferencias finitas y coeficientes para calcular $(\nabla^4 w)_{m,n}$ en el punto m, n .

El arreglo de los coeficientes por los que se multiplican los desplazamientos en cada estación se puede ilustrar con el esquema de la Figura 5b. Este esquema incorpora los coeficientes de la Ec. (14) en la geometría de la Figura 5a. El desarrollo mantiene que $\Delta x = \Delta y = \lambda$, pero cuando no se cumple esta condición, los coeficientes de la Figura 5b cambian [3][5].

Después de calcular los desplazamientos en cada una de las estaciones, se estiman los elementos mecánicos u otras cantidades (giros o curvaturas) en diversos puntos de la malla [3][5]. Estos cálculos involucran también ecuaciones de diferencias. Por ejemplo, el cálculo del momento M_x asociado a los esfuerzos σ_x en la estación (m, n) se obtiene con la Ec. (15).

$$(M_x)_{m,n} = -\frac{D}{\lambda^2} [w_{m+1,n} - 2w_{m,n} + w_{m-1,n} + \nu(w_{m,n+1} - 2w_{m,n} + w_{m,n-1})] \quad (15)$$

El análisis de placas con el método de diferencias finitas requiere una apropiada representación de las condiciones de frontera. Así, se deben reemplazar las derivadas en las expresiones obtenidas para un punto central de la malla (m, n) con las expresiones pertinentes de diferencias finitas que correspondan al borde en cuestión. Cuando se usan diferencias centrales como se ha hecho hasta ahora, es necesario considerar puntos ficticios fuera de la placa [2] a [5]. Cuando las placas tienen geometrías particulares

como lados oblicuos, el método requiere ciertas consideraciones especiales que quedan fuera del alcance de este escrito [9] a [11].

Método del Elemento Finito

El método del elemento finito (MEF) es un procedimiento numérico para el análisis de una gran variedad de problemas en ingeniería. Con el MEF es posible analizar estructuras de cualquier tipo (vigas, placas, estados planos, sólidos de revolución, etc.), problemas de magnetismo, de fluidos, etc. Como ejemplo, en la Figura 6a se ilustra un muro de un edificio sujeto a una distribución de fuerzas laterales. Si este ejemplo se considera plano, el análisis consistiría en determinar los campos (funciones) de desplazamientos u y v del muro.

La idea básica del método consiste en dividir el dominio del problema en pequeñas regiones llamadas elementos finitos. Una opción sería dividir (discretizar) el muro como se muestra en la Figura 6b. Cada área de la malla de elementos no está vacía sino que consiste de un elemento plano sujeto a un estado plano de esfuerzos como se observa en la Figura 6c.

Un aspecto interesante del MEF es que los campos de desplazamientos al interior de cada elemento finito se hacen depender de los desplazamientos u y v de sus puntos nodales. En el ejemplo, donde sólo se emplean 4 nodos, es claro que la variación de los desplazamientos al interior del elemento resultará en una función sencilla, independientemente del campo de desplazamientos verdadero para el muro.

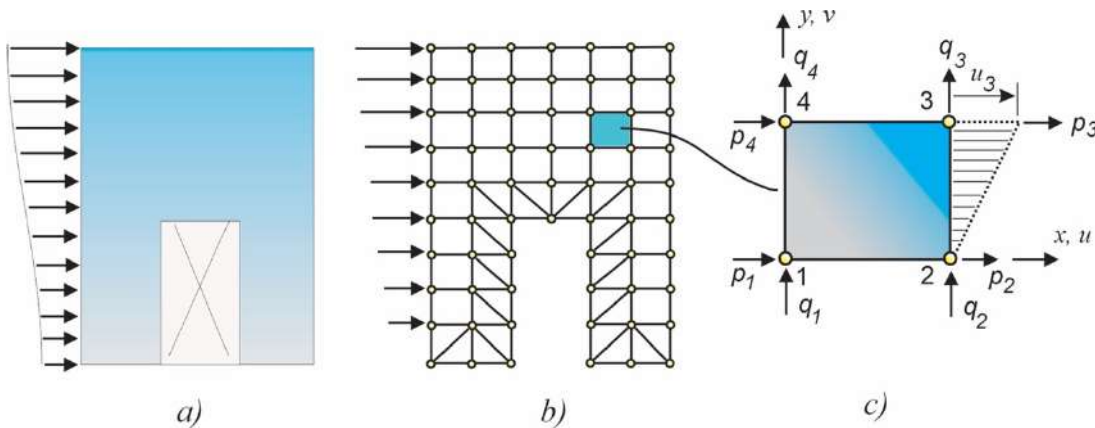


Figura 6: Discretización de un muro en elementos finitos limitados por puntos nodales.

Estas funciones que definen los desplazamientos en el interior de los elementos a partir de los valores nodales se conocen como *funciones de forma* y también se emplean para definir la relación entre fuerzas nodales (f) y desplazamientos nodales (d) para un elemento. Esta relación se puede establecer matricialmente como lo indica la Ec. (16), donde k_i se conoce como la *matriz de rigidez* del elemento i . En el caso de elementos finitos como el de la Figura 6c, la matriz resulta de 8×8 .

$$k_i d = f \quad (16)$$

Otro aspecto del método es que la unión entre los elementos finitos sólo se da a través de los nodos; sin embargo, dado que los campos de desplazamiento son similares entre elementos adyacentes y éstos

sólo dependen de los valores nodales, no es posible en principio que haya traslapes o aberturas entre sus bordes.

Con las matrices de rigidez de cada uno de los elementos finitos, es posible plantear el equilibrio de toda la estructura con un arreglo similar (Ec. (17)), establecido también en los puntos nodales.

$$\mathbf{KD} = \mathbf{F} \quad (17)$$

En esta expresión, $\mathbf{K}$ también es una matriz de rigidez, pero de toda la estructura. En el caso de la malla de la Figura 6b, la matriz sería de 120 x 120. Esta simplificación permite convertir el problema original de buscar una función para todo el dominio, la cual hubiera requerido quizás resolver alguna ecuación diferencial, en un sistema de ecuaciones algebraicas. En la ecuación Ec. (17) $\mathbf{D}$ es el vector de desplazamientos y $\mathbf{F}$ el vector de fuerzas nodales. Las condiciones de frontera se incorporan durante el proceso de pasar de la Ec. (16) a la Ec. (17).

La solución del sistema de ecuaciones proporciona los valores de los desplazamientos de todos los puntos nodales que tienen posibilidad de moverse. Con estos desplazamientos se calculan deformaciones unitarias y esfuerzos, completando el análisis.

El planteamiento que se ha presentado en esta sección es muy simplificado y usualmente se obtiene para problemas de mecánica estructural a partir del principio de la energía potencial estacionaria [7]. Alternativamente, se puede llegar a planteamientos similares recurriendo a métodos de residuos pesados [12][13] como el de colocación o el de Galerkin.

El método del elemento finito, así como el de diferencias finitas, se pueden ver como métodos generales para la solución de ecuaciones diferenciales. Varios libros de ecuaciones diferenciales y/o de métodos numéricos [14][15][16] incluyen el MEF como un método numérico para la solución de este tipo de ecuaciones.

Matlab[®] es un programa para realizar cálculos matemáticos, análisis de datos, simulación, graficación y para el desarrollo de algoritmos [17][18]. *Matlab* contiene un conjunto de herramientas (funciones) para realizar los cálculos y procesos. Además, tiene algunos módulos especializados (*toolboxes*) que son conjuntos de funciones particulares para resolver problemas específicos. Ejemplos incluyen módulos para procesamiento de señales, análisis estadístico de datos, cálculo simbólico, etc. Uno de estos módulos es para la solución de *ecuaciones diferenciales parciales* (EDP) y emplea el MEF para resolverlas [19].

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Esta sección presenta el análisis de una placa triangular sujeta a cargas estáticas. El principal objetivo es ilustrar algunas particularidades del uso de *Matlab* y de su módulo EDP. El sólido de la placa se creó con *TinkerCad* [20]. La placa que se analiza tiene la geometría triangular y condiciones de apoyo que se indican en la Figura 7a. El ejemplo se toma de la referencia [10] en donde la placa se analizó con el método *pb2* (Rayleigh-Ritz). La carga soporta una presión de 1,000 kg/m². Los valores del módulo de elasticidad y de la relación de Poisson son: $E = 221,350 \text{ kg/cm}^2$ y $\nu = 0.2$. El espesor de la placa $t = 0.15 \text{ m}$.

En la Figura 8 se muestran las instrucciones para analizar la placa con *Matlab*. Se puede observar que el modelo se importa de un archivo con extensión STL que contiene el sólido de la placa. El modelo puede crearse con programas como *SolidWorks*, *TinkerCad*, etc.

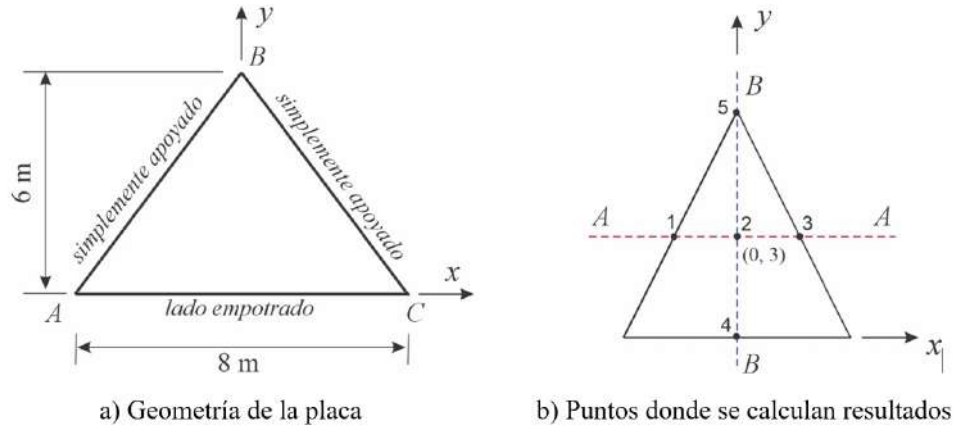


Figura 7: Placa triangular y puntos donde se reportan resultados en la referencia [10].

En la primera figura generada con el código de *Matlab* (no mostrada aquí) se presenta el modelo en relación con los ejes de referencia asignados por *Matlab* (los cuales son diferentes de los indicados en la Figura 7a) y se identifican las caras del sólido. El eje z sigue siendo normal al plano de la placa. La cara F1 es la superior (z positivo), F2 y F3 son las caras simplemente apoyadas que son diagonales a los ejes de referencia (x, y), F4 es la cara inferior y F5 es la cara paralela al eje y de *Matlab* (cara empotrada). Las caras del sólido se usan para definir las condiciones de frontera y las cargas.

La malla de elementos finitos generada por *Matlab* se muestra en la Figura 9a. En la Figura 9b se muestran los desplazamientos calculados y en las Figuras 10a y 10b los esfuerzos σ_x y σ_y . Ambos esfuerzos permiten calcular los momentos M_x y M_y , respectivamente. Todas las unidades se mantienen en kg y cm. Se puede ver que el desplazamiento máximo es aproximadamente 0.17 cm, el cual coincide con los valores obtenidos en la referencia [10]. Es importante recordar las definiciones de los esfuerzos (Figura 3a) y de los momentos (Figura 3b) para hacer una adecuada interpretación de los resultados. Esta interpretación es fundamental, por ejemplo, para la colocación de las varillas de refuerzo (dirección y posición) en el caso de losas de concreto armado.

Por lo que se refiere al análisis de los esfuerzos y momentos flexionantes, en la referencia [10] se reportan los momentos flexionantes M_x y M_y calculados con el método *pb2* de Rayleigh-Ritz, mientras que *Matlab* reporta los esfuerzos en las caras superior e inferior de la placa. Ya que la variación de esfuerzos a través del espesor de la placa tiene variación lineal es simple comparar esfuerzos y momentos ya que ambos están relacionados a través de la Ec. (18), donde S es el módulo de sección de la placa.

$$M = S \sigma_{\text{máx}} \quad (18)$$

En la referencia [10] se reportan los momentos flexionantes M_x a lo largo de la línea AA' de la Figura 7b y los momentos flexionantes M_y se reportan a lo largo de la línea BB'. Por brevedad, en este trabajo sólo se comparan dos valores de M_x y tres valores de M_y , como se resume en las Tablas (1) y (2), respectivamente. La numeración de los puntos se muestra en la Figura 7b.

Los esfuerzos σ_x y σ_y estimados con el MEF (*Matlab*) se muestran en las Figuras 10a y 10b, respectivamente. Los valores numéricos de $\sigma_{x \text{ máx}}$ se obtuvieron directamente de los resultados numéricos, ya

```

% Ejemplo de una placa triangular (Tesis Fco. Manzanares, pag. 43)
model = createpde("structural","static-solid");
|
% The STL file was created with Tinkercad
placa = importGeometry(model,"Triangular_plate.stl");

% Escala la placa. Originalmete con medidas (from tinkercad) de 160 x
% 120 unidades x 3.0 de espesor
% Escala el modelo multiplicando por 5 en las tres direcciones
% para obtener dimensiones que se establecen como si fueran en cm
scale(placa,[5 5 5])

% Plot the geometry, displaying face labels.
figure
pdeplot(model,"FaceLabels","on")
view(100,100);
title("Placa triangular con caras etiquetadas")

% Specify Young's modulus and Poisson's ratio of the material. Unidades: kg, cm
structuralProperties(model,"YoungsModulus",221350.0,"PoissonsRatio",0.2);

% Apply Boundary Conditions and Loads
% The problem has two types of boundary conditions: the largest side (face 5) is fixed,
% and the other sides (faces 2 and 3) are simple supported.
% All other boundary conditions (faces 1 and 4, by default, are free boundaries.
structuralBC(model,"Face",5,"Constraint","fixed");
structuralBC(model,"Face",2,"ZDisplacement",0.0);
structuralBC(model,"Face",3,"ZDisplacement",0.0);

% Apply a distributed load in the negative z-direction to the front face F1.
% Pressure = 1000 kg/m2 = 0.1 kg/cm2
structuralBoundaryLoad(model,"Face",1,"SurfaceTraction",[0.0;0.0;-0.1]);

% Generate and plot a mesh.
generateMesh(model);
figure
pdeplot3D(model)
title("Malla con elementos tipo tetraedro cuadratico");

% Use the solve function to calculate the solution.
result = solve(model)

% Examine Solution
% Find the maximal deflection of the bracket in the z-direction.
minUz = min(result.Displacement.uz);
fprintf("Maximal deflection in the z-direction = %g meters.", minUz)

% Plot Results at the Command Line
% You also can plot the results, such as the displacement components and the von Mises stress,
% at the MATLAB® command line by using the pdeplot3D function.
figure
pdeplot3D(model,"ColorMapData",result.Displacement.uz)
title("z-displacement")
colormap("jet")

figure
pdeplot3D(model,"ColorMapData",result.Stress.sxx)
title("Esfuerzos Sigma-xx")
colormap("jet")

figure
pdeplot3D(model,"ColorMapData",result.Stress.syy)
title("Esfuerzos Sigma-yy")
colormap("jet")

```

Figura 8: Código de Matlab para el análisis de la placa triangular.

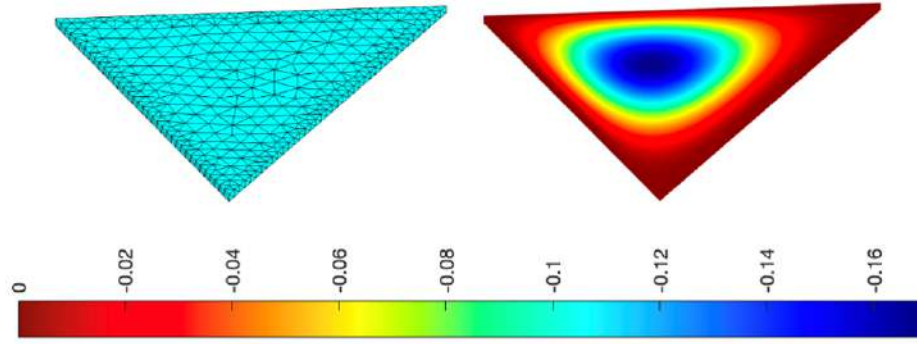


Figura 9: Malla de elementos finitos y desplazamientos [cm] verticales de la placa triangular.

que la estimación de los esfuerzos mediante los contornos de colores es subjetiva. Para $t = 15$ cm, el módulo de sección resulta igual a $S = 37.5 \text{ cm}^3/\text{cm}$.

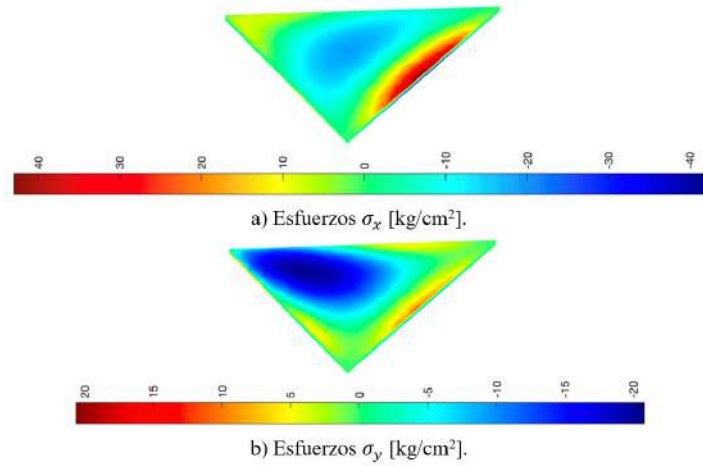


Figura 10: Esfuerzos normales en la placa triangular.

En la Tabla 1 se presentan los momentos flexionantes M_x calculados con los esfuerzos calculados con el MEF y se comparan con los reportados en la referencia [10]. Las estimaciones de la referencia [10] se hicieron con el método *pb2* de Rayleigh-Ritz, el cual es también aproximado ya que las funciones de prueba propuestas no necesariamente son iguales a las funciones verdaderas que describen el campo de los desplazamientos normales de la placa. En la Tabla 2 se comparan los momentos flexionantes M_y .

Tabla 1: Comparación de momentos flexionantes M_x (referencia 10 vs *Matlab*-MEF).

Punto	x	y	Posición	M_x Ref. [10]	$\sigma_{x \max}$ (MEF)	M_x (MEF)
	(m)	(m)		(kg-m/m)	(kg/cm ²)	(kg-m/m)
1 y 3	2.0	3.0	Borde	-154.5	1.12	-42.0
2	0.0	3.0	Centro	+741.0	19.40	+727.5

Tabla 2: Comparación de momentos flexionantes M_y (referencia 10 vs *Matlab*-MEF).

Puntos	x	y	Posición	M_y Ref. [10]	$\sigma_{y \max}$ (MEF)	M_y (MEF)
	(m)	(m)		(kg-m/m)	(kg/cm ²)	(kg-m/m)
4	0.0	0.0	Borde inferior	-1,637.8	41.49	-1,555.9
2	0.0	3.0	Centro	+593.3	15.48	+580.5
5	0.0	6.0	Vértice superior	-39.8	1.15	-43.1

Los valores de los momentos flexionantes en ambas tablas revelan que, en ausencia de una solución exacta, no es posible determinar el nivel de error en las estimaciones obtenidas con cada método. Los métodos aproximados pueden conducir a diferencias relativas significativas, pero usualmente éstas se presentan para las menores magnitudes de los valores calculados (desplazamientos, esfuerzos o momentos). Los métodos aquí presentados conducen a diferencias relativas pequeñas para las cantidades con las mayores magnitudes, las cuales generalmente rigen el diseño. En la Tabla 3 se observan las diferencias relativas de las estimaciones de los momentos flexionantes (relativos a los valores reportados en la referencia [10]).

Tabla 3: Diferencias relativas de momentos flexionantes.

Puntos	Momento	Valor	Valor	Diferencia relativa
		Ref. [10]	MEF	%
1 y 3	M_x	-154.5	-42.0	72.8
2		+741.0	+727.5	1.8
4		-1,637.8	-1,555.9	5.0
2	M_y	+593.3	+580.5	2.2
5		-39.8	-43.1	8.3

CONCLUSIONES

Se presentaron los aspectos básicos de la teoría de placas delgadas. Además de la solución cerrada (exacta) existen métodos analíticos y numéricos que aproximan la solución. Una solución analítica es mediante series trigonométricas dobles. El método de Rayleigh-Ritz permite aproximar el campo de desplazamientos mediante funciones *admisibles*. El método de diferencias finitas (MDF) es un procedimiento numérico aplicables al análisis de placas. Otro procedimiento numérico es el método del elemento finito (MEF), el cual divide la placa (dominio) en pequeñas regiones unidas a través de puntos nodales. Se presenta con detalle el análisis de una placa triangular con ayuda de *Matlab*, que recurre al MEF para la solución. El trabajo contribuye a dar un panorama comparativo breve de los principales métodos para el análisis de placas delgadas. Las *conclusiones* de este trabajo son las siguientes.

1. Las soluciones analíticas (series trigonométricas dobles y Rayleigh-Ritz) son aplicables a problemas básicos con geometrías, condiciones de frontera y cargas simples; mientras que los métodos numéricos (en particular el método del elemento finito) son aplicables a geometrías y condiciones más generales. El método de diferencias finitas resulta difícil de aplicar (y programar) cuando los bordes de las placas no son rectangulares.

2. Las menores diferencias relativas (normalizadas) entre los resultados obtenidos con diferentes métodos aproximados se obtienen generalmente para los valores de la respuesta con las mayores magnitudes, los cuales generalmente rigen el diseño de la estructura analizada.

REFERENCIAS

- [1] International Code Council. *International Building Code*. International Code Council, 2021.
- [2] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. *Theory of Plates and Shells*. 2nd ed., McGraw-Hill, 1959.
- [3] R. Szilard. *Theories and Applications of Plate Analysis – Classical, Numerical and Engineering Methods*. John Wiley and Sons, 2004.
- [4] J. N. Reddy. *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. 2nd ed., CRC Press, 2006.
- [5] E. Ventsel and T. Krauthammer. *Thin Plates and Shells – Theory, Analysis and Applications*. Marcel Dekker and CRC Press, 2001.
- [6] L. Rayleigh. *Theory of Sound*. Vol. 1, 2nd ed., Macmillan, 1894.
- [7] H. L. Langhaar. *Energy Methods in Applied Mechanics*. John Wiley, 1962.
- [8] Y. Kumar. The Rayleigh-Ritz method for linear dynamic, static and buckling behavior of beams, shells and plates: A literature review. *Journal of Vibration and Control*, I-23, 2017. doi: 10.1177/077546317694724.
- [9] K. Liew and C. Wang. Pb-2 Rayleigh-Ritz method for general plate analysis. *Engineering Structures*, 15(1), 1993. doi: [https://doi.org/10.1016/0141-0296\(93\)90017-X](https://doi.org/10.1016/0141-0296(93)90017-X).

- [10] F. Manzanares. *Análisis de Placas Delgadas con Geometrías Atípicas*. Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma del Estado de México, 2017.
- [11] T. Liszka and J. Orkisz. The finite difference method at arbitrary irregular grids and its application in applied mechanics. *Computers & Structures*, 11, pp. 83–95, 1980. doi: [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(80\)90149-2](https://doi.org/10.1016/0045-7949(80)90149-2).
- [12] R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, and R. J. Witt. *Concepts and Applications of the Finite Element Analysis*. 4th ed., John Wiley and Sons, 2002.
- [13] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and D. D. Fox. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. 7th ed., Elsevier, 2014.
- [14] R. L. Burden, J. D. Faires, and A. M. Burden. *Numerical Analysis*. 10th ed., Cengage, 2015.
- [15] S. C. Chapra and R. P. Canale. *Numerical Methods for Engineers*. 8th ed., McGraw-Hill, 2020.
- [16] K. P. Chong, A. P. Boresi, S. Saigal, and J. D. Lee. *Numerical Methods in Mechanics and Materials*. 3rd ed., CRC Press, 2018.
- [17] A. Gilat. *MATLAB: An Introduction with Applications*. 6th ed., John Wiley and Sons, 2017.
- [18] B. D. Hahn and D. T. Valentine. *Essential MATLAB for Engineers and Scientists*. 8th ed., Academic Press, 2022.
- [19] MathWorks. *Partial Differential Equation Toolbox – User Guide MATLAB*. R2022b, 2022.
- [20] Autodesk. <https://www.tinkercad.com>, 2024.

Evaluación aproximada de la vida útil de vigas de concreto en ambientes costeros diseñadas conforme a la norma de concreto de la Ciudad de México

Approximate evaluation of the service life of concrete beams in coastal environments designed to Mexico City concrete standard

Barradas-Hernández, J.E.^{1*} , Vargas-Colorado, A.¹ , Márquez-Domínguez, S.¹ , Carpio-Santamaría, F.A.¹ ,
Piña-Flores, J.¹  (*erbarradas@uv.mx)

Recibido: 22-08-2024 Aceptado: 15-10-2024

RESUMEN

El reglamento de construcciones públicas y privadas del municipio libre de Veracruz establece que, se debe utilizar la Norma Técnica Complementaria para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México vigente (NTC-Concreto, 2023) para realizar el diseño por durabilidad de los miembros de concreto reforzado (MCRs). Este diseño debe asegurar que los MCRs cumplan con un tiempo de vida útil de proyecto (*TD*) de 50 años. Dicha norma especifica un conjunto de requisitos prescriptivos y asume que los miembros alcanzarán el *TD*, aunque no proporciona un modelo de durabilidad para su verificación numérica. El objetivo de este documento es presentar la aplicación de un modelo de durabilidad para MCRs, según lo estipulado en la norma española de hormigón armado de 2008,

la cual ha sido modificada mediante la inclusión de un coeficiente de difusión de cloruros que toma en cuenta el ancho de las grietas por flexión. Esto permitirá verificar numéricamente, de manera aproximada, el *TD* de una viga hipotética de concreto reforzado situada en un entorno exterior a 800 m de la costa del municipio de Veracruz, diseñada conforme a los lineamientos de las NTC-Concreto, 2023. Los resultados indican que la viga diseñada no cumple con el *TD*, lo cual no habría sido posible determinar sin la aplicación de este modelo de durabilidad modificado.

Palabras clave: Diseño por durabilidad, corrosión en ambientes costeros, agrietamiento en vigas de concreto.

¹Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, Av. Juan Pablo II S/N, Costa Verde, Boca del Río, Veracruz, México, CP 94292.



ABSTRACT

The public and private construction regulations of the municipality of Veracruz establish that the Complementary Technical Standard for the Design and Construction of Concrete Structures of the Construction Regulations of Mexico City (NTC-Concrete, 2023) must be used for the durability design of reinforced concrete members (RCMs). This design must ensure that RCMs comply with a design life (TD) of 50 years. The standard in question specifies a set of prescriptive requirements and assumes that the members will achieve the TD , although it does not provide a durability model for numerical verification. The objective of this paper is to present the application of a durability model for RCMs, as stipulated in the 2008 Spanish re-

inforced concrete standard, which has been modified by including a chloride diffusion coefficient that considers the width of flexural cracks. This will allow to verify numerically, in an approximate manner, the TD of a hypothetical reinforced concrete beam located in an outdoor environment 800 m from the coast of the municipality of Veracruz, designed according to the guidelines of the NTC-Concrete, 2023. The results indicate that the designed beam does not comply with the TD , which would not have been possible to determine without the application of this modified durability model.

Keywords: Design for durability, corrosion in coastal environments, cracking in concrete beams.

INTRODUCCIÓN

La mayoría de las normas internacionales de diseño de estructuras de concreto, incluidas las mexicanas [1-6], requieren que las estructuras soporten durante su tiempo de vida útil de proyecto (T_D), el uso y el deterioro esperados por el ataque de los agentes agresivos del medioambiente sin mantenimiento excesivo. A este criterio se le suele llamar Estado Límite de Durabilidad (ELD). Para realizar el diseño integral (resistencia, rigidez y durabilidad) de miembros de concreto reforzado (MCRs), el reglamento de construcciones públicas y privadas del municipio libre de Veracruz [7] indica emplear las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto que formen parte del Reglamento de Construcciones vigente de la Ciudad de México (NTC-Concreto, 2023), que en la fecha de elaboración de este documento es el publicado en 2023 [4]. Para efectuar el diseño por durabilidad, las NTC-Concreto, 2023, al igual que otras normas nacionales e internacionales [1-3], especifican un conjunto de requisitos prescriptivos con cuyo cumplimiento se da por hecho que los miembros alcanzarán el T_D recomendado, pero no especifican un modelo de durabilidad para evaluarlo numéricamente.

En este documento se considera que la norma española de hormigón armado en sus versiones de 2008 (EHE-08) [5] y de 2021 (CE-21) [6], son más adecuadas para efectuar el diseño por durabilidad de MCRs en ambientes costeros como el del municipio de Veracruz. Esto se debe a que, a diferencia del resto de las normas de concreto [1-4], la EHE-08 y el CE-21 especifican un modelo de durabilidad que tiene la notable característica de que permite considerar como variables a varios de los principales parámetros del concreto y de los miembros que intervienen en los tiempos de iniciación (T_I) y propagación (T_P) de la corrosión del acero de refuerzo por cloruros. Estos parámetros son: tipo de cemento, relación agua-cemento, contenido mínimo de cemento, contenido de cloruros en el concreto y en la superficie de los miembros, recubrimiento y diámetro del refuerzo y velocidad de corrosión del refuerzo. Dicha característica del modelo permite hacer más eficiente el proceso de diseño, ya que es posible, por un lado,

considerar para los parámetros que dependen de las condiciones locales del sitio en el que se encuentra el miembro, valores acordes a dichas condiciones. Por otro lado, es posible efectuar iteraciones con los valores de los parámetros que no dependen de tales condiciones y sobre las que tiene control el ingeniero estructural, hasta lograr el cumplimiento del T_D . También, este modelo de durabilidad se puede utilizar para evaluar numéricamente el T_D de un miembro existente o recién diseñado.

Sin embargo, los modelos de la EHE-08 [5] y del CE-21 [6] tienen la limitante de emplear un coeficiente de difusión de cloruros que no considera el agrietamiento en MCRs inducido por cargas mecánicas [8], fenómeno casi inevitable, incluso ante cargas mecánicas gravitacionales sostenidas de servicio. Torres et al [8] modificaron el modelo de la EHE-08 sustituyendo el coeficiente de difusión de cloruros considerado en dicho modelo, por otro coeficiente propuesto por dichos autores, que considera el ancho de las grietas en MCRs ante cargas mecánicas sostenidas. El objetivo de este documento es mostrar la aplicación de este modelo de durabilidad modificado para verificar numéricamente y de forma aproximada el T_D de una viga hipotética de concreto reforzado en la que actúan cargas gravitacionales sostenidas de servicio que le inducen momentos flectores uniaxiales, ubicada a 800 m de la costa del municipio de Veracruz, y diseñada con los lineamientos de las NTC-Concreto, 2023 [4]. Se muestra que la viga no cumple con el T_D de proyecto, lo cual no hubiese sido posible establecer sin la aplicación de este modelo de durabilidad modificado. Además, se recomienda el empleo de este modelo para el diseño por durabilidad de MCRs, ya que como se mencionó, tiene la notable característica de permitir efectuar iteraciones con los valores de algunos de los parámetros de los que son función TI y TP, que no dependen de las condiciones locales del sitio, hasta lograr el cumplimiento del T_D .

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del procedimiento de diseño por durabilidad y resistencia de acuerdo con las NTC-Concreto, 2023, para el caso particular de MCRs exteriores en ambientes costeros sujetos a cargas gravitacionales sostenidas de servicio.

En la sección 1.4.3.1. de las NTC-Concreto, 2023 se establece que las estructuras deberán diseñarse para una vida útil de al menos 50 años. A continuación, se describen los pasos para aplicar este procedimiento.

Paso 1. Clasificación de exposición del medio ambiente en el que se encuentra el miembro a diseñar, de acuerdo con la tabla 4.3.1 de la norma.

Paso 2. Requisitos para concretos en función de la clasificación de exposición, de acuerdo con las secciones 4.4, 4.5 o 4.6 de la norma: Cemento portland ordinario, resistencia a compresión mínima especificada (f'_c), máxima relación agua/cemento y contenido de cemento mínimo.

Paso 3. Valores máximos del contenido de ion cloruro en el concreto fresco de acuerdo con la tabla 4.9.1.2. de la norma.

Paso 4. Recubrimiento mínimo para protección contra corrosión, en función de la clasificación de exposición y de la f'_c , de acuerdo con las tablas 4.13.3.1. y 4.14.16.a de la norma.

Paso 5. Diseño por resistencia de la sección transversal de la viga, tomando en cuenta los requisitos aplicables de la sección 3 de las NTC-Concreto, 2023 y la distribución del refuerzo a flexión en elementos que trabajan en una dirección (en este caso la viga sujeta a flexión uniaxial) de la sección 13.6. de las NTC-Concreto, 2023.

Paso 6. Revisión del agrietamiento en elementos que trabajan en una dirección (en este caso la viga sujeta a flexión uniaxial): El valor obtenido de la Ec. (1), que define al parámetro GL , no debe exceder el correspondiente valor indicado en la tabla 13.5.1 de la norma, de acuerdo con la agresividad del medio a que se encuentre expuesto el miembro. Estos valores al multiplicarse por 10^{-5} definen el ancho de grieta permisible en mm.

$$GL = f_s \sqrt[3]{d_c A} \frac{h_2}{h_1} \quad (1)$$

en la Ec. (1): f_s es el esfuerzo en el acero longitudinal en condiciones de servicio, d_c es el recubrimiento de concreto medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra de refuerzo longitudinal más próxima a ella; A es el área de concreto a tensión que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras; h_1 es la distancia entre el eje neutro y el centroide del refuerzo principal de tensión; y h_2 es la distancia entre el eje neutro y la fibra más esforzada en tensión. En la Figura 1 se muestra el diagrama de flujo de este procedimiento.

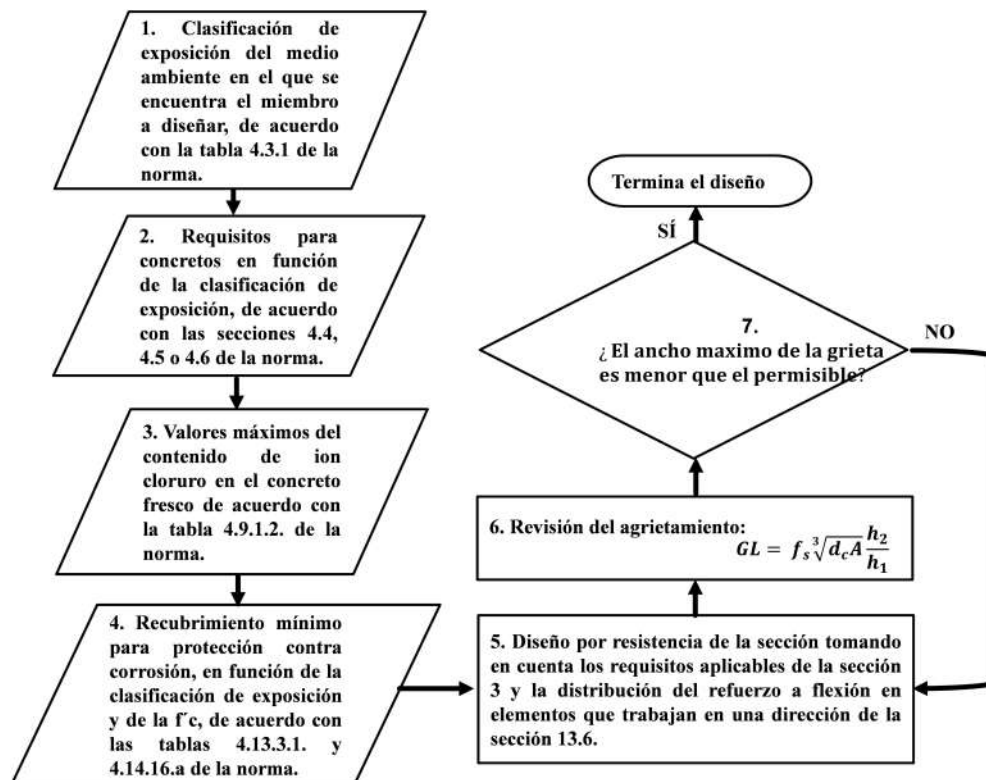


Figura 1: Diagrama de flujo de la metodología de las NTC-Concreto, 2023.

Descripción del modelo de durabilidad de acuerdo con el cuerpo principal y el anejo 9 de la EHE-08 [5].

Dicho modelo se describe como: $T_L = T_I + T_P$, donde T_L es el tiempo de vida útil esperado del miembro, T_I es el tiempo que tarda el agresivo en alcanzar el refuerzo, provocando el inicio de la corrosión y T_P

es el tiempo que tarda el agresivo en producir una degradación significativa del elemento estructural. La comprobación del ELD consiste en verificar el cumplimiento de la desigualdad: $T_L \geq T_D$. A continuación, se describen los pasos para aplicar este modelo.

Paso 1. Estimar el T_I por medio de la Ec. (2).

$$T_I = \left(\frac{d}{K_{cl}} \right)^2 \quad (2)$$

donde K_{cl} es el coeficiente de penetración de cloruros que se calcula mediante la Ec. (3) y está en función de un factor de conversión de unidades (α), del coeficiente de difusión de cloruros ($D_{(t)}$), de la concentración crítica de cloruros (C_{th}), de la concentración de cloruros en la superficie del concreto (C_s) y del contenido de cloruros aportado por las materias primas en el momento de la fabricación del concreto (C_b). Las unidades de estos tres últimos parámetros deben ser kg/m^3 .

$$K_{cl} = \alpha \sqrt{12D_{(t)}} \left[1 - \sqrt{\frac{C_{th} - C_b}{C_s - C_b}} \right] \quad (3)$$

En la sección 1.2.2.2 del anejo 9 de la EHE-08 [5], se recomiendan valores para estos parámetros, como porcentajes del peso del cemento, cuando no es posible obtenerlos por medio de pruebas de laboratorio para las condiciones particulares de la obra.

Paso 2. Estimar el T_P por medio de la Ec. (4).

$$T_P = \frac{80d}{\varphi V_{corr}} \quad (4)$$

donde φ es el diámetro del refuerzo en mm y V_{corr} es la velocidad de corrosión en micras/año. A falta de datos experimentales obtenidos en la obra para este parámetro, la EHE-08 [5] proporciona valores aproximados en la tabla A.9.5.

Paso 3. Estimar el T_L y comprobar el ELD, que consiste en verificar el cumplimiento de la desigualdad: $T_L \geq T_D$. En la Figura 2 se muestra el diagrama de flujo para la aplicación de este modelo de durabilidad, con propósitos de evaluación.

Coeficiente de difusión de cloruros que considera el ancho máximo de las grietas en MCRs, propuesto por Torres et al. [8].

Este coeficiente se define por medio de la Ec. (5), donde w es el ancho de grieta en mm. Torres et al. [8] mostraron que el considerar el ancho de la grieta reduce significativamente (hasta en 90 %) el T_I . Como se comentó anteriormente, la modificación realizada por Torres et al. [8] al modelo de la EHE-08 consiste en sustituir el coeficiente de difusión de cloruros $D_{(t)}$ de la Ec. (3) por el propuesto por estos autores definido en la Ec. (5).

$$D_{(w)} = 8,25 \times 10^{-8} e^{13,1w} \quad (5)$$

En la Figura 3 se muestra el diagrama de flujo para la aplicación del modelo de durabilidad de la EHE-08 con propósitos de evaluación, modificado por Torres et al. [8].

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

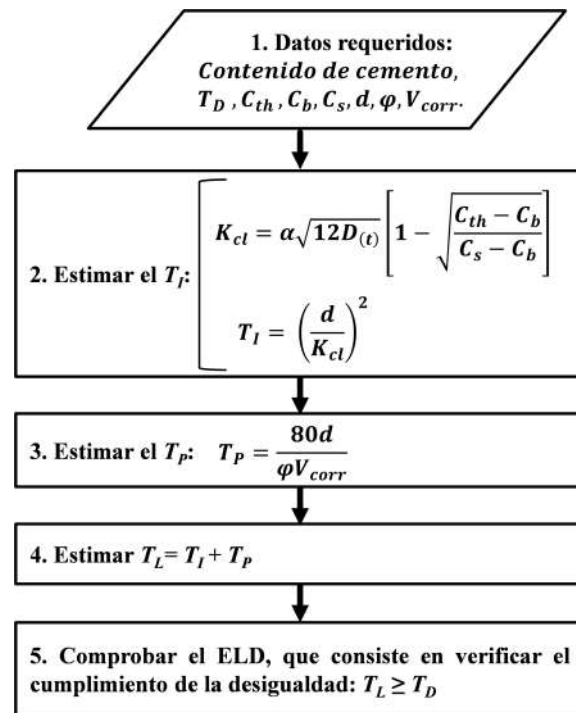


Figura 2: Diagrama de flujo de la metodología de la EHE-08, para propósitos de evaluación.

Aplicación del procedimiento de diseño por durabilidad y resistencia y revisión del agrietamiento, de acuerdo con las NTC-Concreto, 2023 [4].

Realizar el diseño por resistencia ante cargas gravitacionales máximas y por durabilidad, así como la revisión del agrietamiento ante cargas gravitacionales de servicio, de la sección transversal crítica a momento negativo mostrada en la Figura 4, de una viga de concreto reforzado que forma parte del sistema de piso de la planta baja que funge como estacionamiento abierto de un edificio de oficinas hipotético ubicado a 800 m de la costa del municipio de Veracruz. Las coordenadas geográficas de la ubicación del edificio son 19° 9'36.15"N, 96° 6'42.04.º.

Se considera que los momentos flectores negativos, último y de servicio, que actúan en la sección transversal crítica son, de 92.17 kN×m y 54.73 kN×m respectivamente. Estos momentos se obtuvieron mediante el siguiente procedimiento. Primero se consideraron los siguientes datos de entrada: Longitud de la viga: L=6.0 m, área tributaria: 17.5 m², peso volumétrico del concreto reforzado: 23.54 kN/m³, sobrecarga muerta normativa: 0.39 kN/m², peso propio de una capa de mortero: 0.41 kN/m², peso propio de una capa de adhesivo cerámico: 0.20 kN/m², peso propio de loseta cerámica: 0.11 kN/m², carga viva normativa máxima en oficinas: 2.45 kN/m², carga viva normativa media en oficinas: 0.98 kN/m², factores normativos de carga muerta y de carga viva para la combinación de cargas gravitacionales máximas: 1.3 y 1.5 (adimensionales), factor normativo de carga muerta y de carga media para la combinación de cargas gravitacionales de servicio: 1.0 (adimensional). A partir de estos datos se calcularon los siguientes: carga última total en la viga, Wu=30.73 kN/m, carga de servicio total en la viga, Ws=18.24 kN/m. Los valores de los momentos flectores negativos último (Mu) y de servicio (Ms) se calcularon mediante la fórmula

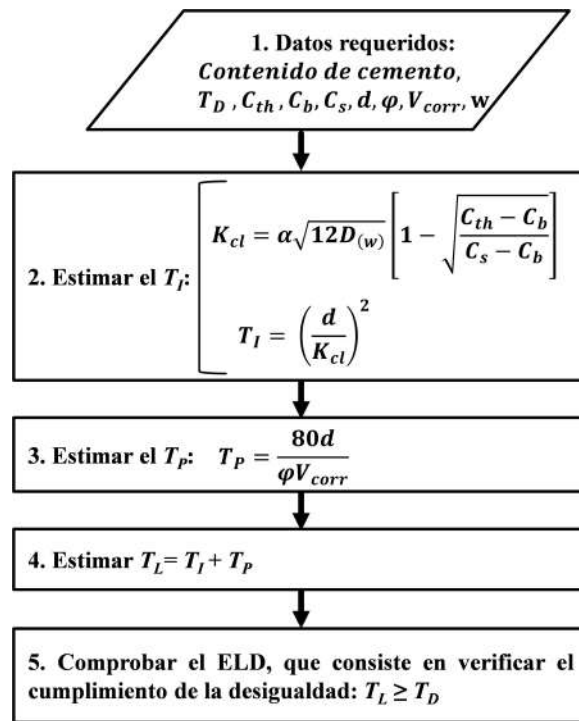


Figura 3: Diagrama de flujo de la metodología propuesta por Torres et al.[8], para propósitos de evaluación.

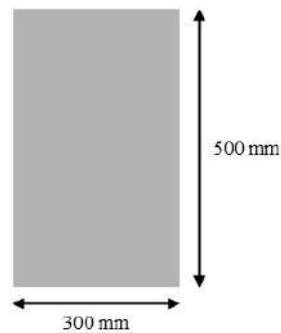


Figura 4: Sección transversal de la viga a diseñar.

aproximada: $M_u = W_u \times L^2 / 12$ y $M_s = W_s \times L^2 / 12$.

Se considera además que en el sitio donde se ubica la viga hipotética actúa una velocidad de corrosión $V_{\text{corr}} = 20 \mu\text{m/año}$. Esta velocidad se midió en campo por los autores del presente documento, en el mismo sitio donde se ubica la viga considerada. A continuación, se detallan los pasos para aplicar este procedimiento.

Paso 1. De acuerdo con la Tabla 4.3.1., a la viga le corresponde una clasificación de exposición del medioambiente B1. De acuerdo con las NTC-Concreto, 2023, la descripción de esta clasificación es la siguiente: “*ambientes moderadamente agresivos, tales como los sitios con ambientes similares a los que existen en las zonas cercanas a las costas y prevalecen los vientos provenientes de la zona agresiva, para los cuales una protección satisfactoria puede ser proporcionada por una combinación de una calidad mejorada del concreto y recubrimiento adecuado. También aplica para estructuras que estén expuestas a periodos de humedecimiento y secado, por lo cual se debe requerir baja permeabilidad en el concreto.*”

Paso 2. De acuerdo con la sección 4.5 de las NTC-Concreto, 2023, a una clasificación B1 le corresponde una $f'_c = 25 \text{ MPa}$, una relación agua-cemento máxima de 0.5 y un contenido de cemento mínimo de 270 kg/m^3 . Sin embargo, al realizar el diseño de la mezcla de acuerdo con el método del ACI 211.1-91 [9], para cumplir con la relación agua-cemento máxima de 0.5 se debe tener un contenido de cemento de 410 kg/m^3 , por lo que se debe utilizar este último.

Paso 3. De acuerdo con la tabla 4.9.1.2., el valor máximo del contenido de ion cloruro en el concreto fresco para concreto reforzado expuesto a cloruros en condiciones de servicio húmedas es de 0.15.

Paso 4. De acuerdo con las tablas 4.13.3.1. y 4.14.16.a, el recubrimiento libre mínimo para una clasificación B1, una $f'_c = 25 \text{ MPa}$ y para refuerzo principal es de 40 mm.

Paso 5. Con el conjunto de datos definidos anteriormente, se realizó el diseño por resistencia de la sección transversal para el momento último, considerando un $f_y = 42 \text{ MPa}$ para el refuerzo longitudinal, un tamaño máximo del agregado de 19.05 mm, un diámetro de 12.7 mm para el refuerzo longitudinal, un diámetro de 9.5 mm para el refuerzo transversal y tomando en cuenta los requisitos aplicables de la sección 3 de las NTC-Concreto, 2023 y la distribución del refuerzo a flexión en elementos que trabajan en una dirección (en este caso la viga sujeta a flexión uniaxial), de la sección 13.6 de las NTC-Concreto, 2023. La sección transversal resultó simplemente reforzada y su armado se muestra en la Figura 5.

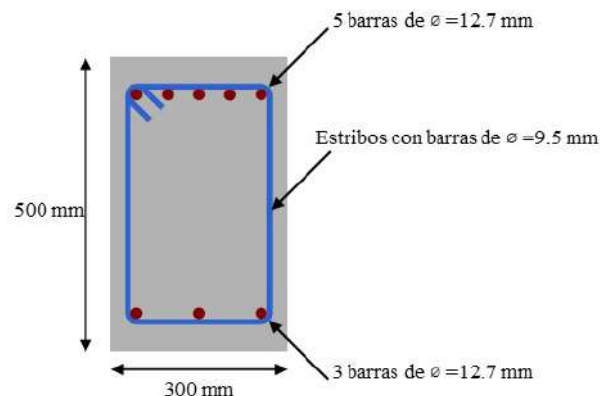


Figura 5: Armado de la sección transversal crítica a momento negativo de la viga.

Paso 6. A la sección transversal previamente diseñada, se le realizó la revisión del agrietamiento considerando el momento flector de servicio. Los valores obtenidos de los parámetros que intervienen en la Ec. (1) son: $f_s = 212.48$ MPa, $d_c = 55.85$ mm, $A = 6.7 \times 10^{-3}$ m², $h_1 = 331.71$ mm y $h_2 = 387.59$ mm, con los que se obtiene un valor del parámetro $GL = 18,243.48$ N/mm, menor que su valor permisible de 30,000 N/mm, por lo que se cumple la revisión de agrietamiento.

Evaluación aproximada del T_L de la viga diseñada por medio del modelo de durabilidad de la EHE-08 modificado.

Para obtener estimaciones realistas del T_L de un MCR de acuerdo con este modelo, es indispensable obtener los valores de los parámetros C_{th} , C_s , C_b y V_{corr} mediante mediciones en campo en el sitio en el que se ubica o ubicará el miembro. De estos parámetros, el único cuyo valor se obtuvo en campo fue el de V_{corr} . Los valores considerados de los restantes parámetros fueron los recomendados en la EHE-08 y en la NTC-Concreto, 2023 para un ambiente costero, por lo que esta evaluación solo se puede considerar aproximada. A continuación, se detallan los pasos para aplicar este modelo.

Paso 1. Para obtener el valor de K_{cl} se calcularon los siguientes datos: $(\alpha) = 56157$ adimensional, $D_{(w)} = 8.952 \times 10^{-7}$ cm²/s, con $w = 0.182$ mm, $C_{th} = 13.8$ kg/m³, $C_s = 19.35$ kg/m³, $C_b = 3.45$ kg/m³, con lo que el valor de $K_{cl} = 35.57$ mm²/año. Los valores de T_I para el refuerzo longitudinal (T_{I_long}) y el refuerzo transversal (T_{I_est}), considerando sus respectivos recubrimientos, 49.5 mm y 40 mm, son: $T_{I_long} = 1.93$ años y $T_{I_est} = 1.26$ años.

Paso 2. Los valores de T_P para el refuerzo longitudinal (T_{P_long}) y el refuerzo transversal (T_{P_est}), considerando sus respectivos recubrimientos y diámetros son: $T_{P_long} = 15.59$ años y $T_{P_est} = 16.84$ años.

Paso 3. Los valores de T_L para el refuerzo longitudinal (T_{L_long}) y el refuerzo transversal (T_{L_est}), son: $T_{P_long} = 17.52$ años y $T_{P_est} = 17.74$ años. El menor de los dos será el T_L de la viga: $T_L = 17.52$ años, valor menor que $T_D = 50$ años, por lo que no se cumple el estado límite de durabilidad.

El resultado de que no se cumpla el estado límite de durabilidad se debe principalmente a que el T_I fue muy corto para ambos tipos de refuerzo. En un diseño por durabilidad adecuado usando refuerzo sin recubrimientos, se espera que el T_I sea significativamente más largo que el T_D [10]. De la Ec. (2) se observa que es posible incrementar el T_I aumentando el recubrimiento del refuerzo, variable que puede controlar el ingeniero estructural, y disminuyendo el valor de K_{cl} . De la Ec. (5) se observa que una de las formas de lograr esto último es disminuyendo el ancho w de las grietas, lo cual se puede lograr a su vez empleando más barras de menor diámetro para el refuerzo longitudinal, aspecto que también puede controlar el ingeniero estructural. Estas estrategias solo se pueden visualizar empleando modelos de durabilidad como el presentado en este documento desde la etapa del diseño del miembro, no aplicando un conjunto de requisitos prescriptivos como indican las NTC-Concreto, 2023.

CONCLUSIONES Y LÍNEAS ABIERTAS

Este documento presentó la aplicación de un modelo de durabilidad resultado de modificar el modelo de la EHE-08, sustituyendo el coeficiente de difusión de cloruros considerado en dicho modelo, por otro coeficiente propuesto por Torres et al. [8] que considera el ancho de las grietas en MCRs ante cargas mecánicas sostenidas. Dicho modelo se aplicó para verificar numéricamente y de forma aproximada el tiempo de vida útil del proyecto (T_D) de una viga de concreto reforzado en la que actúan cargas gravitacionales sostenidas de servicio, ubicada hipotéticamente a 800 m de la costa del municipio de Veracruz, y diseñada con los lineamientos de las NTC-Concreto, 2023 [4]. Con base en los resultados

obtenidos se puede concluir lo siguiente:

La viga no cumple con el estado límite de durabilidad, lo cual no hubiese sido posible establecer sin la aplicación de un modelo de durabilidad como el presentado en este documento.

El incumplimiento del estado límite de durabilidad se debe principalmente a que el tiempo de iniciación de la corrosión (T_I) fue considerablemente más corto que el tiempo de propagación (T_D) para ambos tipos de refuerzo, lo que indica que el diseño por durabilidad no fue adecuado.

Se recomienda que, en futuras versiones de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México, se incluya algún modelo de durabilidad, particularmente el presentado en este documento; para la evaluación y el diseño por durabilidad de miembros de concreto reforzado. Estos modelos permiten verificar si el tiempo de vida útil (T_L) será mayor o igual que el T_D una vez concluido el diseño. En caso de que no se cumpla esta condición, también permiten visualizar cuales variables del modelo que puede controlar el ingeniero estructural, se deben modificar para incrementar el T_I y/o el T_P y así lograr que se cumpla el estado límite de durabilidad.

La principal contribución de este documento es mostrar la conveniencia de utilizar modelos de durabilidad para la evaluación y el diseño por durabilidad de miembros de concreto reforzado, en comparación con enfoques basados únicamente en requisitos prescriptivos.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Barradas-Hernández, J. E.: Conceptualización, Metodología, Preparación del borrador original, Supervisión. **Vargas-Colorado, A.:** Redacción, Investigación. **Márquez-Domínguez, S.:** Revisión y Edición. **Carpio-Santamaría, F. A.:** Visualización. **Piña-Flores, J.:** Software.

REFERENCIAS

- [1] *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*, ACI-318-19. American Concrete Institute, Estados Unidos de América, 2019.
- [2] *Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, EN 1992-1-1. The European Union Per Regulation 305/2011, 2004.
- [3] *Norma General de Durabilidad de Estructuras de Concreto Reforzado - Criterios y Especificaciones*, NMX-C-530-ONNCCE-2018. Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, S.C., México, 2019.
- [4] *Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México (NTC-Concreto, 2023)*. Gaceta Oficial de la Ciudad de México, 2023.
- [5] *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)*. Ministerio de Fomento, España, 2008.
- [6] *Código Estructural 2021 (CE-2021)*. España, 2021.
- [7] *Reglamento de Construcciones Públicas y Privadas del Municipio Libre de Veracruz*. Gaceta Oficial del Gobierno del Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave, 2015.

-
- [8] J. Torres, C. Andrade, and J. Sánchez. Periodo de iniciación de la corrosión por ion cloruro según la EHE-08 en elementos de hormigón fisurados. *Informes de la Construcción*, 72(557), pp. e331, marzo 2020. doi: <https://doi.org/10.3989/ic.70275>.
- [9] *Práctica Estándar para Seleccionar Proporciones para Concreto Normal, Pesado y Masivo*, ACI 211.1-91. American Concrete Institute, Estados Unidos de América, 1991.
- [10] A. A. Torres and M. Martínez. Diseño de estructuras de concreto con criterios de durabilidad. Instituto Mexicano del Transporte, Secretaría de Comunicaciones y Transportes, Sanfandila, Querétaro, México, Publicación Técnica No. 181, 2001.