

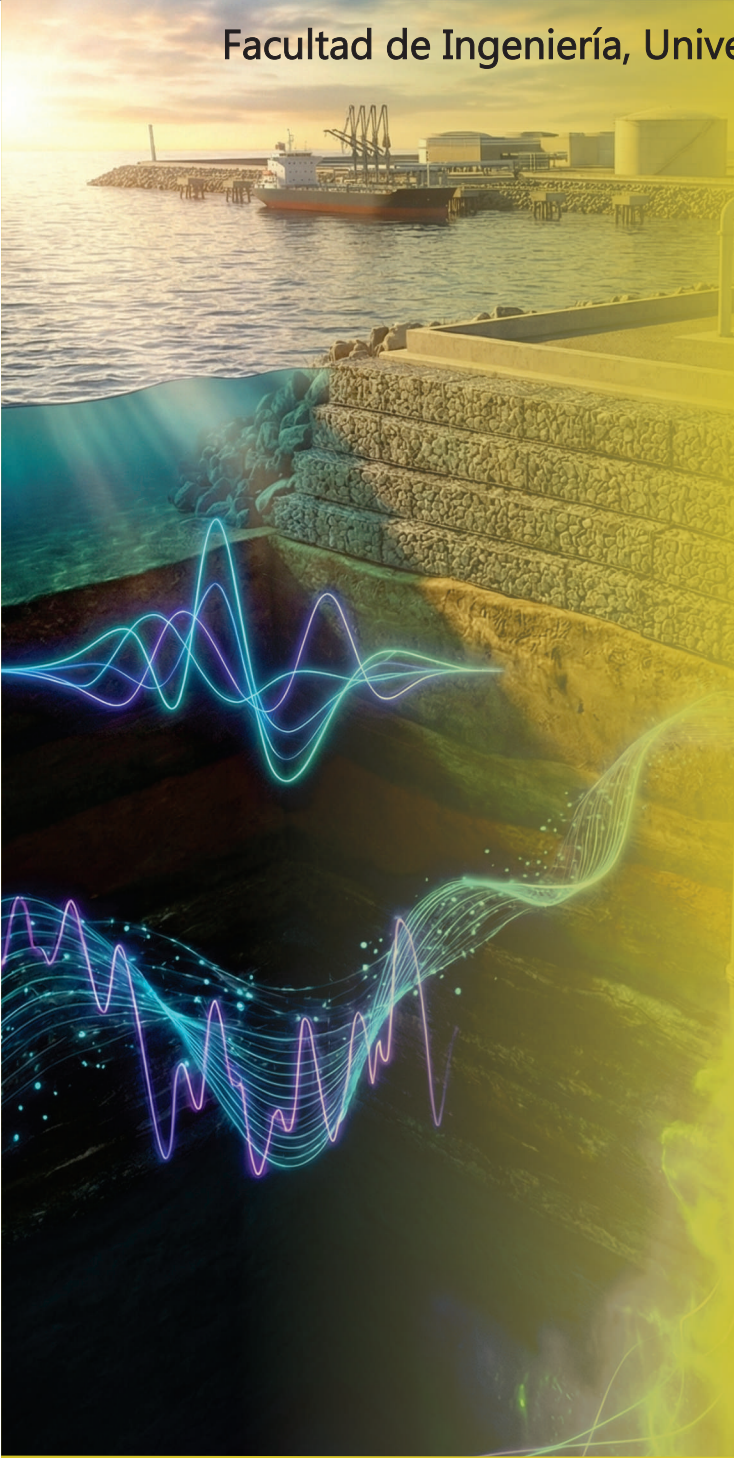


ISSN: 2992-7447

Año 6. Vol. 4 Núm. 1 Enero - Junio 2026

IDEAS EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México



Propuesta de mejora a un sistema integral de tratamiento de aguas en una terminal logística de combustibles: un estudio de caso

Migración vertical de agua residual tratada inyectada en el acuífero salino de Playa del Carmen, Quintana Roo

Índice de integridad del suelo en un muro de contención con gaviones

Comparación de modelos transformer para clasificar poesía en español

Transformada wavelet en el análisis de series de tiempo caóticas

El comportamiento asintótico y el entrelazamiento espontáneo en qubits de solitones oscuros





Universidad Autónoma del Estado de México

Consejo Editorial

Universidad Autónoma del Estado de México, México

Directora: Dra. Rosa María Valdovinos Rosas ORCID 0000-0001-9954-0653
Editora técnica: Dra. Mireya Salgado Gallegos ORCID 0000-0003-2675-9456
Editor técnico: Dr. Javier Salas García ORCID 0000-0002-1297-7893

Universidad Católica de Murcia, España

Editora científica: Dra. Angélica Guzmán Ponce ORCID 0000-0002-7844-1266

Comité Científico

Ingeniería y tecnología civil y en arquitectura

Dr. Francisco Héctor Bañuelos García – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-8231-6599
Dr. Héctor Rodrigo Amezcua Rivera – Facultad de Ingeniería UNAM, México ORCID 0000-0002-5991-0020
Dr. Marco Antonio Escamilla García – Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México ORCID 0000-0001-5276-4369

Ingeniería y tecnología en Ciencias Computacionales e Inteligencia Artificial

Dra. Juana Canul Reich – Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México ORCID 0000-0003-1893-1332
Dr. Daniel Valero Carreras – Universidad Católica de Murcia, España ORCID 0000-0002-9025-9950
Dr. Antonio Jesús Banegas Luna – Universidad Católica de Murcia, España ORCID 0000-0003-1158-8877

Ingeniería y tecnología en Mecánica y Sistemas Energéticos

Dra. María Dolores Durán García – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-7569-249X
Dr. Álvaro Eduardo Lentz Herrera – Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México ORCID 0009-0008-9460-2251

Ingeniería y tecnología en Ciencias del Agua

Dr. Juan Manuel Esquivel Martínez – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0003-1864-4501
Dra. Edith Rosalba Salcedo Sánchez – Universidad Autónoma de Guerrero, México ORCID 0000-0003-2559-5306
Dra. Laura Conde Baéz – Universidad Autónoma de Guerrero, México ORCID 0000-0003-0250-7916

Ingeniería y tecnología en Cadena de Suministro

Dra. Lourdes Loza Hernández – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0001-5107-7110
Dr. Manuel González de la Rosa – Tecnológico Nacional Campus Toluca, México ORCID 0009-0000-6558-6493
Dr. Agustín Bustos Rosales – Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, México ORCID 0000-0001-5074-0355
Dr. Rodolfo Mendoza Gómez – Tecnológico de Monterrey Campus León, México ORCID 0000-0002-9119-3412

Ingeniería y tecnología en Robótica, Mecatrónica, Industria 4.0 y Biomédica

Dr. Juan Manuel Jacinto Villegas – Universidad Autónoma del Estado de México, México ORCID 0000-0002-0964-4844
Dra. Nadia Vanessa García Hernández – CINVESTAV, Unidad Saltillo, México ORCID 0000-0003-1944-0519
Dr. Oscar Osvaldo Sandoval González – Instituto Tecnológico de Orizaba, México ORCID 0000-0002-0309-5231
En cada número de la revista se cuenta con un editor invitado adscrito a una institución de educación superior de prestigio.

Editor Invitado

Dr. Manuel Martínez Morales
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), México

IDEAS EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, Año 6 , Vol. 4, Núm. 1, 2026, es una publicación semestral editada por la Universidad Autónoma del Estado de México, Instituto Literario 100 Ote., Colonia Centro, Toluca, Estado de México, C.P. 50000, Tels. 7222-14-08-55, <https://hemeroteca.uaemex.mx/index.php/ideasingenieria>, ideasencienciai_fi@uaemex.mx. Directora: Rosa María Valdovinos Rosas, Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, Cerro de Coatepec s/n, Toluca, Estado de México, C.P. 50130, Tel. 7222140855. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo no. 04-2023-033108322300-102, ISSN: 2992-7447, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor (INDAUTOR). Responsables de la última actualización de este número, Mireya Salgado Gallegos y Javier Salas García, Facultad de Ingeniería. Diseño de portada y Diseño Editorial, Javier Salas García. Fecha de última modificación: 8 de enero de 2026.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación. Se autoriza la reproducción total o parcial del contenido aquí publicado sin fines de lucro, siempre y cuando no se modifique, se cite la fuente completa y su dirección electrónica en términos de licencia aplicable. Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional (CC BY-NC).

Hecho en México, Universidad Autónoma del Estado de México (UAEMEX), 2026.



CONTENIDO

Pág.

Carta del Editor

Dr. Manuel Martínez Morales

3

Propuesta de mejora a un sistema integral de tratamiento de aguas en una terminal logística de combustibles: un estudio de caso

A. A. Conde-Islas; F. M. Garcés-Chávez; C. M. Pérez Macario; J. J. A. Flores Cuautle

5

Migración vertical de agua residual tratada inyectada en el acuífero salino de Playa del Carmen, Quintana Roo

L. González-Hita; B. Carteño-Martínez; D. S. Mañón-Flores; M. A. Mejía-González

17

Índice de integridad del suelo en un muro de contención con gaviones

D. E. Estrada-Hernández; J. E. Cerón-Carballo; H. I. Navarro-Gómez

39

Comparación de modelos Transformer para clasificar poesía en español

J. C. Santana Becerril; R. Alejo Eleuterio; S. M. Martínez Gallegos; F. Del Razo López; E. E. Granda Gutiérrez; G. Miranda Piña

59

Transformada Wavelet en el Análisis de Series de Tiempo Caóticas

E. Jiménez-López; N. Plata-Cesar

79

El Comportamiento Asintótico y el Entrelazamiento Espontáneo en qubits de Solitones Oscuros

F. Soberanes; M. A. Aoki; A. Soberanes; M. Mendoza

96

Carta del Editor

Dr. Manuel Martínez Morales



Estimada comunidad académica y lectores:

Presentamos el Volumen 4, Número 1 de la revista IDEAS EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA (UAEMéx), una publicación dedicada a difundir investigaciones de frontera que entrelazan la teoría con la aplicación con un enfoque multidisciplinario de la ingeniería y su contribución a la solución de problemas

actuales. En esta edición, reunimos seis de trabajos que, desde diferentes disciplinas, convergen en un espíritu común: la búsqueda de soluciones innovadoras, eficientes y sostenibles.

El número se inicia con dos artículos que abordan la gestión del agua desde perspectivas fundamentales, resaltando la importancia de proteger y optimizar los recursos hídricos: Propuesta de mejora a un sistema integral de tratamiento de aguas en una terminal logística de combustibles: estudio de caso y Migración vertical de agua residual tratada inyectada en el acuífero salino de Playa del Carmen, Quintana Roo. El primero de estos trabajos propone mejoras a un sistema de tratamiento de aguas en una terminal logística de combustibles, transformando efluentes tratados en un recurso para la seguridad operativa. El segundo, de vital importancia para la región, revela a través de trazadores e isótopos la migración vertical de aguas residuales inyectadas en el acuífero de Playa del Carmen, alertando sobre un riesgo potencial de contaminación para el sistema de agua dulce y costero.

A continuación, en el artículo Índice de integridad del suelo en un muro de contención con gaviones la sección de ingeniería civil y de materiales presenta un Índice de Integridad del Suelo (IIS) para evaluar la estabilidad de un muro de gaviones en una carretera federal, identificando puntos críticos de erosión y ofreciendo recomendaciones prácticas para su mantenimiento y reforzamiento, en la prevención de fallas estructurales.

Dentro del área de inteligencia artificial incluimos una investigación centrada en ciencia de datos titulada Comparación de modelos Transformer para clasificar poesía en español. En este trabajo se realiza una comparación de cuatro modelos Transformer (como BERT, RoBERTa y DistilBERT) para la clasificación de poesía en español, ofreciendo la

descripción de un escenario experimental para el procesamiento de lenguaje natural en contextos con datos limitados y alta complejidad, brindando un análisis que permite identificar el modelo más adecuado que equilibra rendimiento y costo computacional, así como caracterizar errores típicos asociados al estilo poético.

Por último, la revista finaliza con dos contribuciones que exploran las matemáticas aplicadas y la física teórica en sistemas complejos Transformada Wavelet en el Análisis de Series de Tiempo Caóticas y El Comportamiento Asintótico y el Entrelazamiento Espontáneo en qubits de Solitones Oscuros. El primero de los trabajos emplea la transformada Wavelet para analizar series de tiempo caóticas, mejorando la capacidad de predecir comportamientos dinámicos. En tanto que el segundo investiga el comportamiento asintótico y el entrelazamiento espontáneo en qubits formados por solitones oscuros, abriendo nuevas perspectivas para el diseño de tecnologías cuánticas robustas.

Agradecemos a las y los autores por su contribución, así como al equipo editorial y dictaminadores por su trabajo para garantizar la calidad científica de este número. Invitamos a estudiantes, investigadores y profesionales a consultar y difundir los artículos aquí presentados.

Atentamente,

Dr. Manuel Martínez Morales

Editor Invitado

"Ideas en Ciencias de la Ingeniería"

Propuesta de mejora a un sistema integral de tratamiento de aguas en una terminal logística de combustibles: un estudio de caso

Improvement proposal for an integrated water treatment system: case study at a fuel logistics terminal

A. A. Conde-Islas¹ , F. M. Garcés-Chávez¹ , C. M. Pérez Macario¹ , J. J. A. Flores Cuautle² * 
(*jflores_cuautle@hotmail.com)

Recibido: 4 de abril de 2025 Aceptado: 2 de octubre de 2025

RESUMEN

Este trabajo presenta el estudio de caso de una terminal logística de combustible para proponer mejoras en su sistema integral de tratamiento de aguas. Actualmente las aguas sanitarias son tratadas en un biodigestor anaerobio, mientras que las aguas pluviales y aceitosas son tratadas en una fosa tipo API. Al término de su tratamiento son vertidas al drenaje sin un aprovechamiento aparente. El estudio analizó las condiciones de operación de las instalaciones y propone una actualización del sistema para permita el aprovechamiento de estas aguas en la contención de incendios. Adicionalmente, se sugiere la instalación de un desnatador (skimmer) para la recuperación de aceites, grasas y otros contaminantes, así como un sistema hidráulico diseñado para prevenir riesgos de ignición. La implementación de estas medidas busca promover un uso sostenible del recurso hídrico reduciendo los costos de consumo de agua potable y contribuyendo a la seguridad operativa de la terminal al garantizar una fuente de agua adicional contra incendios.

Palabras clave: *aguas sanitarias, aguas pluviales, aguas aceitosas, biodigestor anaerobio, fosa API*

ABSTRACT

This work presents a case study of a fuel logistics terminal to propose improvements to its integrated water treatment system. Currently, sanitary water is treated in an anaerobic biodigester, while rainwater and oily water are treated in an API separator. After treatment, they are discharged into the drainage

¹Instituto Tecnológico de Orizaba. Oriente. 9, Emiliano Zapata, 94320 Orizaba, Ver.

²SECIHTI- Instituto Tecnológico de Orizaba. Oriente. 9, Emiliano Zapata, 94320 Orizaba, Ver.



system with no apparent reuse. The study analyzed the operating conditions of the facilities and proposes an update to the system to allow for the use of this water in fire suppression. Additionally, the installation of a skimmer is suggested for the recovery of oils, grease, and other contaminants, as well as a hydraulic system designed to prevent ignition risks. The implementation of these

measures will promote the sustainable use of water resources, reducing the costs of potable water consumption and contributing to the operational safety of the terminal by guaranteeing an additional water source for firefighting.

Keywords: *Sanitary wastewater, rainwater, oily water, anaerobic biodigester, API separator*

INTRODUCCIÓN

Se denomina agua residual a aquella que ha sido empleada por el ser humano y que además ha sido afectada en su calidad [1]. Para su estudio, este tipo de agua puede dividirse de acuerdo con su origen en aguas sanitarias, industriales, agrícolas y urbanas. El origen del agua residual es vital para poder ser tratada, ya que el origen determina el tratamiento requerido y permite identificar los posibles contaminantes.

La composición de las aguas residuales es muy variada, de allí la importancia de su clasificación. Por ejemplo, las aguas sanitarias suelen estar libres de sustancias peligrosas, en tanto que las industriales suelen tener una alta carga de contaminantes, así como un alto nivel de toxicidad.

Por otro lado, los sistemas de tratamiento de aguas residuales suelen estar enfocados a un tipo de origen en particular; esto es aún más patente en instalaciones con varios años de trabajo. En este trabajo se toma una planta de tratamiento de aguas residuales como caso de estudio y al mismo tiempo se propone una actualización del sistema de tratamiento de aguas con el que cuenta para mejorar el tratamiento de aguas sanitarias, pluviales y aceitosas.

Entre los retos que se presentan en las plantas de tratamiento de aguas residuales se pueden mencionar los siguientes: fallas en los equipos, desde los tanques de sedimentación, filtros y cloradores, lo cual puede impedir la adecuada operación; así mismo es posible encontrar deficiencias y malas prácticas en el mantenimiento [2]. Este tipo de situaciones puede resultar en un desempeño ineficiente y, en el peor de los casos, en paros de operación; los altos costos de construcción y los altos costos de operación son significativos, por lo cual el mantenimiento y la remodelación de este tipo de plantas se dificultan.

Aunado a las dificultades técnicas se suman factores administrativos, así como factores ambientales y externos. Eventos tales como lluvias extremas o inclusive sequías afectan el rendimiento normal de las plantas de tratamiento, incrementando la turbidez y el nivel de contaminantes [3]. Así mismo, la aparición de nuevos contaminantes hace necesaria la implementación de nuevas y mejores técnicas para

el tratamiento de dichos contaminantes [4].

Dentro del contexto de una terminal logística de combustibles, la dependencia de la red pública para el abastecimiento de agua en sus tanques de almacenamiento para incendios representa un riesgo considerable y costo operativo elevado. La escasez de agua, los cortes de servicio o el consumo constante de grandes volúmenes de agua para procesos industriales y, críticamente para sistemas de contención de incendios, justifica la búsqueda de soluciones alternativas. En este sentido, la reutilización del agua tratada no solo reduce el impacto ambiental, sino que también garantiza la disponibilidad del recurso hídrico vital, fortaleciendo la seguridad y la resiliencia operativa de la instalación.

CASO DE ESTUDIO

Las instalaciones de una terminal logística de combustible localizada en la región Córdoba-Orizaba sirvieron como caso de estudio. El sistema de tratamiento de aguas residuales con el que cuenta esta instalación se divide en dos partes de acuerdo con el tipo de aguas a tratar. Por un lado, las aguas sanitarias y, por el otro, las aguas del drenaje pluvial y aceitosas, cada una de estas partes con sus propias particularidades.

En el caso de las aguas sanitarias, estas pasan por un pretratamiento que incluye el uso de rejillas de desbaste de residuos gruesos y finos. Las rejillas de desbaste son dispositivos que actúan como filtros físicos para retener sólidos presentes en el agua, como plásticos, ramas, piedras, papeles y otros desechos. Las rejillas de residuos gruesos capturan partículas grandes, mientras que las de residuos finos retienen sólidos más pequeños. Posteriormente, el agua pretratada se dirige a un biodigestor anaerobio, que es un sistema cerrado donde los microorganismos descomponen la materia orgánica en ausencia de oxígeno. Durante este proceso, se generan dos productos principales: el biogás y un efluente tratado, que es un líquido con menor carga contaminante.

Para el tratamiento de las aguas pluviales y aceitosas, se inicia con un pretratamiento que se lleva a cabo en un registro con un filtro de acero inoxidable que retiene sólidos grandes. Posteriormente, el agua es dirigida a un sistema conocido como fosa tipo API que recibe este nombre porque su diseño está basado en los estándares publicados por el Instituto Americano del Petróleo (*American Petroleum Institute*) [5]. Este equipo está diseñado específicamente para separar las sustancias aceitosas del agua, lo cual es fundamental en casos donde las aguas pluviales puedan estar contaminadas con residuos de combustibles, lubricantes u otros derivados del petróleo. La fosa API funciona aprovechando la diferencia de densidad entre el agua y aceites presentes. Al ingresar el agua pluvial a la fosa, los aceites, al ser menos densos, flotan y se acumulan en la superficie, mientras que el agua, más pesada, permanece en la parte inferior. Este equipo opera bajo procedimientos de monitoreo continuo. Se mantienen las válvulas abiertas, se extraen residuos, se mide el pH y la temperatura cada dos horas, y se recupera el aceite.

Tratamiento de aguas sanitarias

Las aguas sanitarias provenientes de las oficinas (baños, cocina y lavabos) contienen sólidos orgánicos e inorgánicos que requieren tratamiento antes de su descarga, con el fin de evitar riesgos ambientales y sanitarios. Esta agua sanitaria es recolectada en una pileta de carga proveniente de los cárcamos de bombeo para su tratamiento; dicha descarga lleva un pretratamiento con apoyo de filtros tipo reja para separar sólidos, dependiendo el tamaño de partícula. Posteriormente, el agua es bombeada a un biodigestor anaerobio, donde ingresa a otra pileta de carga para continuar con el proceso de tratamiento mediante digestión anaerobia, cuyo funcionamiento se basa en la degradación orgánica en ausencia de oxígeno.

El proceso operativo del pretratamiento y tratamiento anaerobio de estas aguas se muestra en la Figura 1.

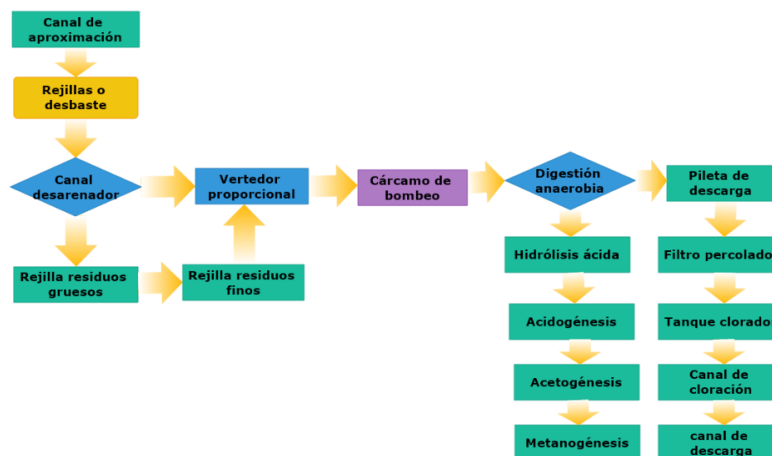


FIGURA 1. Diagrama de flujo del sistema de tratamiento de aguas sanitarias. Fuente: Elaboración propia.

El biodigestor anaerobio de la terminal logística de combustible consta de siete secciones: 1) pileta de carga, 2) digestor, 3) filtro percolador, 4) pileta de descarga, 5) tanque clorador, 6) canal de cloración y 7) canal de descarga. Este equipo y el perfil hidráulico se ilustran en las Figuras 2a y 2b.

Tratamiento de aguas pluviales y aceitosas

Las aguas de drenaje pluvial y aceitosas de la terminal son aguas provenientes del agua de lluvia que escurren en la superficie del terreno, y de residuos oleosos que escurren en la superficie del terreno. Estos flujos son recolectados a través de un registro que se encuentra conectado a la fosa API. El registro cuenta con un filtro circular de acero inoxidable que retiene sólidos de mayor tamaño como hojas secas, ramas de árboles y algún otro tipo de material como bolsas plásticas que pudieran afectar los procesos

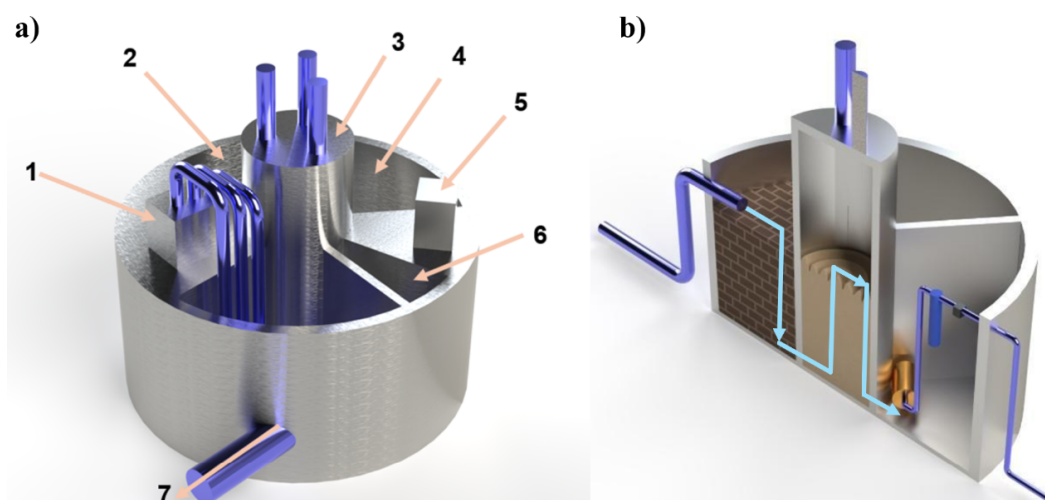


FIGURA 2. a) Esquema general del Biodigestor anaerobio instalado en la terminal, b) Perfil hidráulico del digestor del sistema de tratamiento anaerobio, la línea azul muestra el flujo hidráulico.
Fuente: Elaboración propia.

de tratamiento posteriores. En este filtro, aunque retiene algunos sólidos, la limpieza y mantenimiento son complicados debido a su ubicación. Para su limpieza y mantenimiento, los operadores se ven en la necesidad de descender hacia el interior de la fosa y tratar de desprender los sólidos que se quedan adhesivos en el filtro, llegando a hacer uso de palos o tubos para intentar extraer los sólidos retenidos.

Posteriormente, el agua es dirigida a la fosa API donde se lleva a cabo la separación de las fases oleosa y acuosa, permitiendo la eliminación de los aceites presentes. En la Figura 3 se presenta el esquema general de la fosa API de esta terminal.

PROPUESTA DE MEJORA AL SISTEMA DE TRATAMIENTO

A través del trabajo colaborativo con las áreas de Mantenimiento y de Seguridad Industrial y Protección Ambiental de esta terminal, se realizaron recorridos para conocer los procesos operativos y administrativos relacionados con los sistemas de tratamiento de aguas en la terminal, lo que permitió identificar puntos de partida para implementar mejoras que a futuro puedan mejorar la eficacia y eficiencia de las aguas tratadas, obtenidas tras los procesos físicos y bioquímicos aplicados.

Biodigestor anaerobio

El biodigestor anaerobio es uno de los sistemas más eficientes para el tratamiento de aguas sanitarias. Cuando opera bajo las condiciones adecuadas, este sistema logra eliminar entre un 70 y 90 % de la materia orgánica del agua residual, obteniendo un agua residual que puede ser ya descargada a cuerpos receptores. Por lo que se propone el aprovechamiento de este recurso hídrico, complementando el proceso actual para

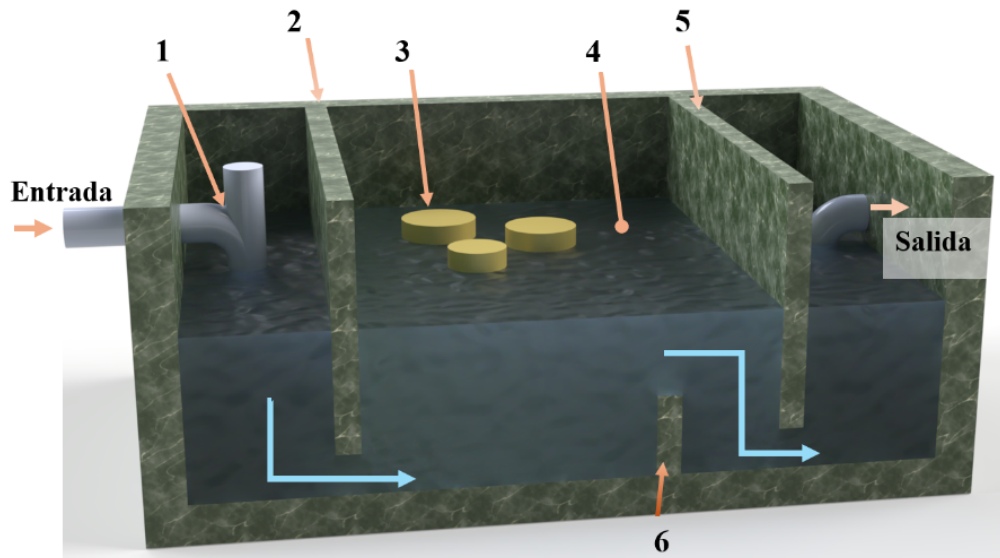


FIGURA 3. Esquema general de la Fosa API para el tratamiento de aguas pluviales y aceitosas de la terminal. 1 “T” para inspección y muestreo, 2 deflector para distribución de flujo, 3 Removedor de aceites (skimmer), 4 compartimento de separación de aceites, 5 deflector de retención de aceite, 6 deflector para eliminación de lodos. Fuente: Elaboración propia.

redirigir el agua hacia otros usos, como su almacenamiento en tanques verticales contra incendios.

Una opción viable es incorporar una cámara de luz UV-C, la cual podría elevar la eficacia de la limpieza del agua al eliminar microorganismos patógenos de manera más efectiva. Esto tomando como referencia el trabajo realizado por Rossel [6], quienes llevaron a cabo pruebas para la desinfección y reducción de la carga bacteriana en agua cruda empleando tubos fluorescentes de radiación UV-C con una longitud de onda entre 200 nm y 280 nm. Rossel y colaboradores reportan que es posible reducir una carga bacteriana inicial de 200 Unidades Formadoras de Colonia por cada 100 mL (UFC/100 mL) de coliformes totales a 0 UFC/100 mL con exposiciones de 4 segundos. En el caso de los coliformes fecales, demostraron que es posible reducir dicha materia de 21 y 5 UFC/100 mL en agua sin tratamiento, obteniendo una carga final de 0 UFC/100 mL. Además, se podría aprovechar el agua tratada para recircular en los tanques verticales de agua contra incendios, lo que no solo mejoraría la eficiencia del sistema, sino que también contribuiría a un uso más sostenible de los recursos hídricos.

Es recomendable emplear las condiciones establecidas por Rossel y colaboradores en el canal de descarga con un tiempo de exposición de al menos 4 segundos, como complemento del biodigestor. Al realizar dicha modificación dentro de la pileta de descarga, el proceso operativo del biodigestor quedaría como se observa en la Figura 4.

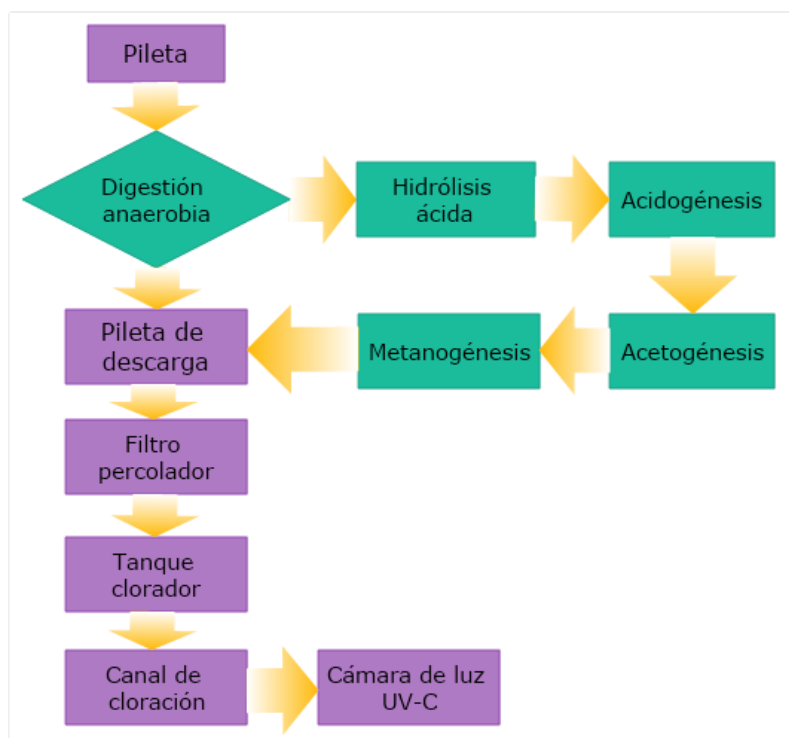


FIGURA 4. *Proceso dentro del biodigestor con implementación de cámara UV-C. Fuente: Elaboración propia.*

Fosa API

Bajo las condiciones actuales, el filtrado en la fosa API comienza con la recepción del drenaje aceitoso en un registro equipado con un filtro de acero inoxidable diseñado para retener partículas sólidas. A continuación, el fluido es conducido hacia un segundo registro, el cual cuenta con una válvula de guillotina que regula el caudal del líquido. Finalmente, el fluido ingresa a la fosa API, donde se realiza la separación de fases por diferencia de densidades.

En el filtro de acero inoxidable es donde se identifica una oportunidad de mejora, ya que, en muchos de los casos, los operadores tienen que entrar a la fosa y, con el uso de herramientas manuales como palos y tubos, tratar de retirar los sólidos que se quedan pegados en este filtro. Para ello se propone la implementación de un filtro de forma cilíndrica de malla de acero inoxidable, ubicado en la tubería del canal de drenaje aceitoso debajo de la tapa de registro y sujetado de manera firme con ayuda de una abrazadera. Dicho filtro tendrá la finalidad de retener los sólidos y facilitar su limpieza, dado que la mayoría de los sólidos quedarían contenidos en su interior. En la Figura 5 se muestra un prototipo del filtro y su respectiva ubicación en el registro.



FIGURA 5. *Propuesta del prototipo del filtro ubicado en la entrada del registro que conecta a la fosa API. Fuente: Elaboración propia.*

Por otro lado, el sistema de succión utilizado actualmente para recuperar los combustibles en el canal de flotación es lento y arrastra agua, por lo cual se propone complementar el proceso con un sistema denominado *skimmer*, el cual es utilizado para la recuperación de aceites, grasas y otros contaminantes presentes en el agua. Adicionalmente, se debe considerar utilizar un sistema hidráulico, esto con la finalidad de evitar alguna chispa o flama que puedan propiciar accidentes e incendios por las características

propias de la terminal, ya que se pueden llegar a generar vapores explosivos. En la Figura 6 se presenta un prototipo del sistema propuesto.

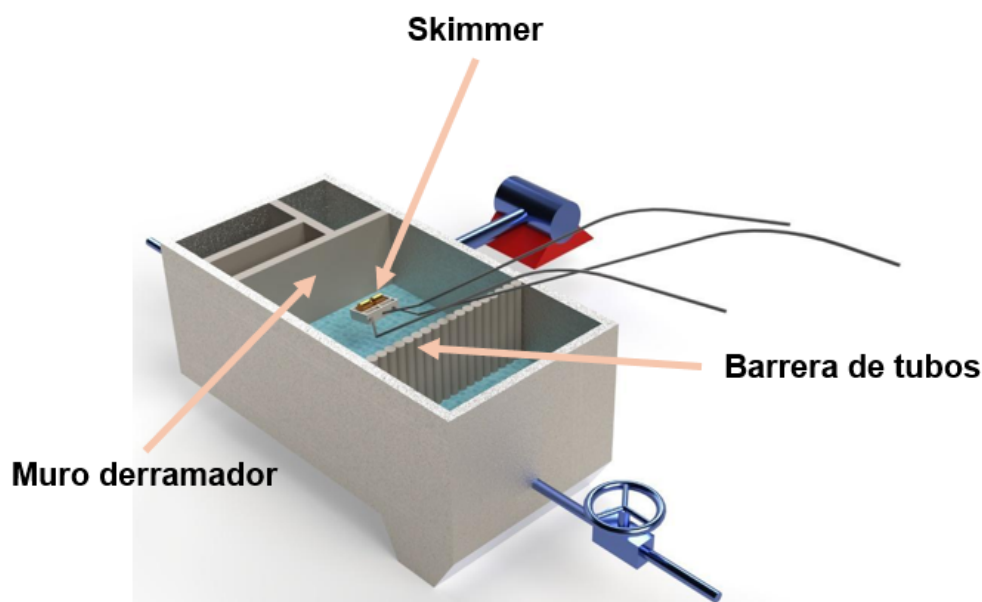


FIGURA 6. Sistema de fosa API con implementación de skimmer. Fuente: Elaboración propia.

Aprovechamiento de los recursos hídricos

Después de proponer las mejoras individuales del biodigestor anaerobio y de la fosa API, se plantea realizar una recirculación del agua hacia los tanques verticales contra incendios. Esto con la finalidad de optimizar y aprovechar el recurso hídrico. La distancia de la salida del biodigestor a los tanques aireadores es de 7 metros, por lo que será necesaria una conexión de tubería de PVC de al menos 4 pulgadas de diámetro. Finalmente, esta agua proveniente del digestor se mezclará con el agua de la fosa API que previamente ha pasado por una etapa de filtración y skimmer adicionales propuestos. El efluente combinado será dirigido hacia los tanques de aireación, en donde se oxigena para mejorar sus propiedades físico-químicas y biológicas asegurando así su calidad antes de la disposición final.

Esta propuesta está fundamentada tomando en cuenta los marcos normativos como la NOM-001-SEMARNAT-2021 y NOM-003-SEMARNAT-1997 que, aunque estas normas establecen los límites de descarga de aguas residuales en cuerpos de agua, su cumplimiento valida la calidad del efluente final para un posterior aprovechamiento. Esta propuesta busca asegurar que el agua cumpla con los parámetros necesarios para ser considerada como un recurso para fines no potables; así mismo, la NOM-006-ASEA-2017 establece los requerimientos de seguridad para instalaciones como las presentadas en este estudio de

caso donde, dentro del apartado de los sistemas de seguridad industrial y protección ambiental, considera el tema de agua contra incendios, haciendo mención que el agua no necesariamente debe ser potable, pero sí libre de sólidos o sedimentos que obstruyan tuberías, bombas o boquillas. Por último, las propuestas de mejora quedarían establecidas en la Figura 7.

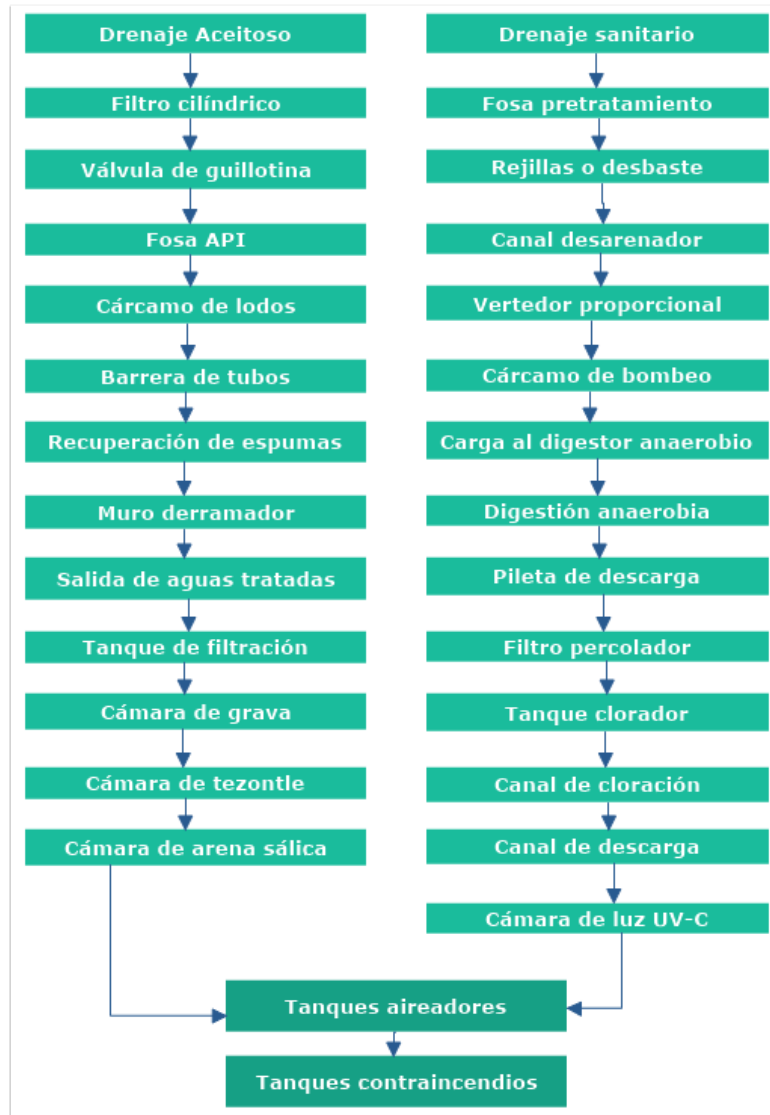


FIGURA 7. Propuesta de un sistema integral de tratamiento de aguas para la terminal logística de combustible. Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

Tomando como caso de estudio una instalación federal, se analizaron las condiciones bajo las que opera este tipo de instalaciones. A pesar de que el estudio fue realizado sobre una instalación en particular, los

resultados y propuestas planteadas en este caso de estudio pueden extrapolarse a instalaciones de este tipo.

Bajo la premisa de reducir el impacto de las descargas de agua hacia el drenaje sanitario, se ha propuesto la implementación de un tratamiento por separado de aguas residuales y aguas aceitosas, esto con la finalidad de incrementar la eficacia en el tratamiento de estas. Con la implementación de las sugerencias hechas en este trabajo, se podría reducir significativamente el consumo de agua potable, esto permitiría dar un uso a descargas que en este momento se dirigen al drenaje. La implementación de estas medidas contribuye no solo al manejo sostenible del recurso hídrico, sino que reduce los costos de operación al reducir el consumo de agua potable proveniente de la red pública. El agua tratada cuenta con la suficiente calidad para ser empleada en los tanques contra incendios, por lo cual se contribuye a la seguridad en las condiciones operativas de este tipo de instalaciones.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

F. M. Garcés-Chávez y C. M. Pérez Macario: Metodología, investigación, recopilación de datos y borrador original. **A. A. Conde-Islas y J. J. A. Flores Cuautle:** Conceptualización, análisis formal, escritura, revisión y edición.

REFERENCIAS

- [1] S. F. Soares, T. Fernandes, T. Trindade, and A. L. Daniel-da Silva, “Recent advances on magnetic biosorbents and their applications for water treatment,” *Environmental Chemistry Letters*, vol. 18, no. 1, pp. 151–164, 2020.
- [2] I. B. Fakayode and A. A. Ogunjobi, “Quality assessment and prevalence of antibiotic resistant bacteria in government approved mini-water schemes in southwest, nigeria,” *International Biodeterioration & Biodegradation*, vol. 133, pp. 151–158, 2018.
- [3] J. Kim, C. Hua, S. Lin, S. Kang, J. H. Kang, and M. H. Park, “Deep learning-based coagulant dosage prediction for extreme events leveraging large-scale data,” *Journal of Water Process Engineering*, vol. 66, p. 105934, 2024.
- [4] D. J. da Silva and D. S. Rosa, “Chromium removal capability, water resistance and mechanical behavior of foams based on cellulose nanofibrils with citric acid,” *Polymer*, vol. 253, p. 125023, 2022.
- [5] Ecopetrol S.A., “Diseño de la automatización del separador api para la recuperación de hidrocarburos refinados mediante skimmer en ecopetrol s.a.” Ecopetrol S.A., Colombia, Tech. Rep., 2021.

- [6] L. J. Rossel Bernedo, L. A. Rossel Bernedo, F. P. Ferro Mayhua, A. L. Ferro Gonzales, and R. R. Zapana Quispe, “Radiación ultravioleta-c para desinfección bacteriana (coliformes totales y termotolerantes) en el tratamiento de agua potable,” *Revista de Investigaciones Altoandinas - Journal of High Andean Research*, vol. 22, no. 1, pp. 68–77, 2020.

Migración vertical de agua residual tratada inyectada en el acuífero salino de Playa del Carmen, Quintana Roo

Vertical migration of treated wastewater injected into the saline aquifer of Playa del Carmen, Quintana Roo

L. González-Hita¹ , B. Cartejo-Martínez¹ , D. S. Mañón-Flores¹ , M. A. Mejía-González¹ * 
(*mamejia@tlaloc.imta.mx)

Recibido: 5 de noviembre de 2025 Aceptado: 15 de diciembre de 2025

RESUMEN

El acuífero que subyace la ciudad de Playa del Carmen Quintana Roo es la única fuente de agua potable. El acuífero se localiza en la costa de la Península de Yucatán, es no confinado y consiste de tres capas: agua dulce, mezcla y agua salada. La geología consiste de calizas kársticas fracturadas altamente permeables. Debido a las condiciones hidrogeológicas de la zona, el agua residual tratada se inyecta hacia la capa de agua salina que subyace el agua dulce, por medio de pozos. Debido al deterioro de la calidad del agua de algunos pozos y cenotes localizados cerca de las plantas de tratamiento de aguas residuales, se consideró necesario caracterizar los flujos del agua residual inyectada para determinar posibles interconexiones hidrogeológicas, entre los sitios de absorción del agua residual y el agua dulce contaminada. Se utilizaron métodos hidrogeoquímicos, trazadores químicos fluorescentes, e isótopos estables del agua, para determinar las posibles interconexiones. Los trazadores indicaron que el agua residual inyectada en las plantas de tratamiento, emerge en las zonas de agua dulce adyacentes a las plantas de tratamiento, así como en algunos cenotes. Los isótopos estables mostraron que el agua del pozo Ejidal, así como los cenotes Chano A, Chaak-Tun, Tulipanes, y Lindavista, contienen agua residual. Los perfiles verticales de temperatura y conductividad, mostraron que el agua residual no permanece en el estrato salino donde se inyectó, sino que asciende hasta el estrato de agua dulce. Este estudio de caso reveló que el sistema de eliminación de aguas residuales que se utiliza actualmente de forma generalizada en la península de Yucatán, podría contaminar el acuífero de agua dulce y en última instancia,

¹ Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Coordinación de Sistemas Hídricos, Subcoordinación de Gestión de Aguas Subterráneas, Morelos, México



la zona costera. **Palabras clave:** *agua residual, métodos hidrogeoquímicos, isótopos estables del migración vertical, contaminación de acuífero, agua*

ABSTRACT

The aquifer that underlies the city of Playa del Carmen Quintana Roo is the only source of drinking water. The aquifer is located in the Caribbean coast of the Yucatan Peninsula. It is unconfined and consists of three layers: freshwater, mixing layer, and saline water. The geology consists of highly permeable fractured karstic limestones. Due to the hydrogeological conditions of the area, treated wastewater is injected into the deep saline layer below the freshwater lens through sewage disposal wells. Due to the deterioration of the water quality of some wells and cenotes (sinkholes) located near the city's wastewater treatment plants, it was considered necessary to characterize the flow patterns of the wastewater injected to determine possible hydrogeological interconnections between the wastewater absorption sites and the freshwater resources contaminated. Hydrogeochemical methods, stable isotopes of water, and fluorescent chemical tracers were used to investigate the

possible interaction. The fluorescent tracer tests indicated that the wastewater injected in the disposal wells of the treatment plants emerges in the freshwater zone adjacent to the plants, as well as in some sinkholes. The application of stable isotopes showed that the Colonia Ejidal well, as well as the Chano A, Chaak-Tun, Tulipanes, and Lindavista sinkholes, contain water that is a mixture of rainwater and wastewater. The vertical conductivity and temperature profiles showed that the wastewater does not remain in the deep brackish water stratum where it was injected, but rises to the freshwater lens. This case study revealed that wastewater disposal system currently in widespread use in the Yucatán Peninsula could contaminate the overlying freshwater aquifer, and eventually the coastal zone.

Keywords: *sewage, vertical migration, aquifer contamination, hydrogeochemical methods, stable water isotopes*

INTRODUCTION

The city of Playa del Carmen Quintana Roo is located in the Caribbean coast of the Yucatan Peninsula. The city is a rapidly growing tourism and recreational area, whose population increased from 10,000 habitants in 1996 to 304,942 in 2020 [1, 2]. The study area is located between the coordinates 20°44' 50.40"N; 87°16'41.33"W and 20°42' 33.26"N, 87°00' 48.36"W (Figure 1).

The aquifer that underlies the city of Playa del Carmen is the only source of fresh water to provide drinking water to the population. The aquifer is unconfined and consists of three zones: the freshwater zone, the mixing zone, and the saline water zone [3, 4]. A high water-table, around 8 meters below the

surface, is due to the aquifer's high porosity and flat topography [5]. Groundwater flows through a range of scales, from small-scale fractures up to large fault-fractured zones and caves [6]. The geology consists of highly-permeable karst limestone deposits that allow rapid infiltration of microbial and chemical contaminants to the subsurface [3]. In fact, the presence of pathogens in the groundwater of the Yucatan Peninsula causes gastrointestinal diseases that result in a high percentage of deaths of children under six years old [7]. Likewise, domestic wastewater compounds including stimulants (caffeine and cotinine), prescription drugs and illicit drugs (cocaine) were detected in passive samplers deployed in cave systems near Playa del Carmen [8], and coastal lagoons of the Yucatán Peninsula [9].

Waste disposal wells (injections wells) and septic tanks are the principal methods of wastewater disposal in the Yucatan Peninsula. Mexican Official Standard NOM-001-Semarnat-2021, which regulates the permissible limits of contaminants in wastewater discharges to the subsoil, authorizes drinking water service providers - who are also responsible for sanitation - to inject processed water from secondary treatment into the aquifer. Due to a highly permeable fractured karstic limestone and a thin soil layer, the subsurface does not filter out microbial and chemical contaminants of untreated wastewater, allowing direct infiltration into the aquifer [10–12]. The typical septic tank design only retains solids, and provides for retention times of only a few hours [13]. There is evidence that such disposal practices are contaminating the groundwater with fecal coliforms and nitrate [3, 14, 15]. Persistent organic pollutants (POPs), which are toxic chemicals that bio-accumulate in aquatic and terrestrial species, have recently been documented in cenotes of the Yucatan Peninsula [16]. Likewise, Fecal coliforms and *E. coli* were detected recently in cenotes along the Playa del Carmen-Tulum corridor [17].

The reefs of the coast of Quintana Roo are part of the Mesoamerican Reef System, which spans approximately 1,000 km from Mexico to Honduras. Recent studies document [18–20] that the reef sites with the highest degree of degradation are those bordering cities with high housing density, in the tourist corridor from Cancun to Tulum.

In the Yucatan Peninsula there are 6,756 wastewater discharge permits issued by CONAGUA covering a total volume of 956.25 million cubic meters [21, 22]. Of this volume, 68 % corresponds to service use, another 16.5 % to industrial use, 10 % to urban public use, 3.6 % to aquaculture use and 0.67 % to livestock use [21, 22]. Municipal wastewater treatment plants discharge 97.76 Mm³/year through 163 injection wells [21, 22]. There are 15 injection wells located in the municipality of Solidaridad, where Playa del Carmen is settled [21, 22]. The total volume of injection in the municipality of Solidaridad, authorized by CONAGUA is 13.8 Mm³/year [21, 22]. Wastewater treated at the Playa de Carmen WWTP (Waste Water Treatment Plant) is injected into a sewage disposal well. Another injection well is used to inject untreated wastewater in excess of the WWTP capacity. Both wells inject the wastewater into the saline water layer.

Geophysical studies carried out in the city of Playa del Carmen reveal three resistivity layers (U1, U2, U3) [23]. The U1 layer extends from the surface to a depth of approximately 25 meters. It is composed of reef limestones and calcareous sandstone, with abundant fractures and cavities. It contains a freshwater aquifer. The U2 layer is composed of limestones, with abundant fractures and cavities produced by high karst development. The fractures and cavities are saturated with seawater. This layer constitutes what is considered the saline aquifer and is approximately 45 meters thick. The U3 layer is composed of hard limestones with high resistivity and little karst development. The layer extends from 70 m up to 110 m. It represents a hydrogeological basement. There is no impermeable layer between the U1 layer (freshwater aquifer) and the underlying U2 layer (saline aquifer).

Due to the deterioration of the water quality of some wells and cenotes (sinkholes) located near the city's wastewater treatment plants, it was considered necessary to characterize the flow patterns of the wastewater injected in the plants to determine possible hydrogeological interconnection between the wastewater absorption sites and the freshwater resources contaminated. Hydrogeochemical methods, hydrogen and oxygen isotopes of water, and fluorescent chemical tracers were used to investigate the possible interaction.

METHODS

Aquifer monitoring network

An aquifer monitoring network was designed, considering the infrastructure installed in the portion between the city's landfill and the coastline. This monitoring network allowed the collection of water samples to evaluate the isotopic composition and quality of the groundwater, observe the presence of artificially added fluorescent tracers, and elaborate piezometric levels. The wells integrating the network are shown in Table 1 and Figure 1.

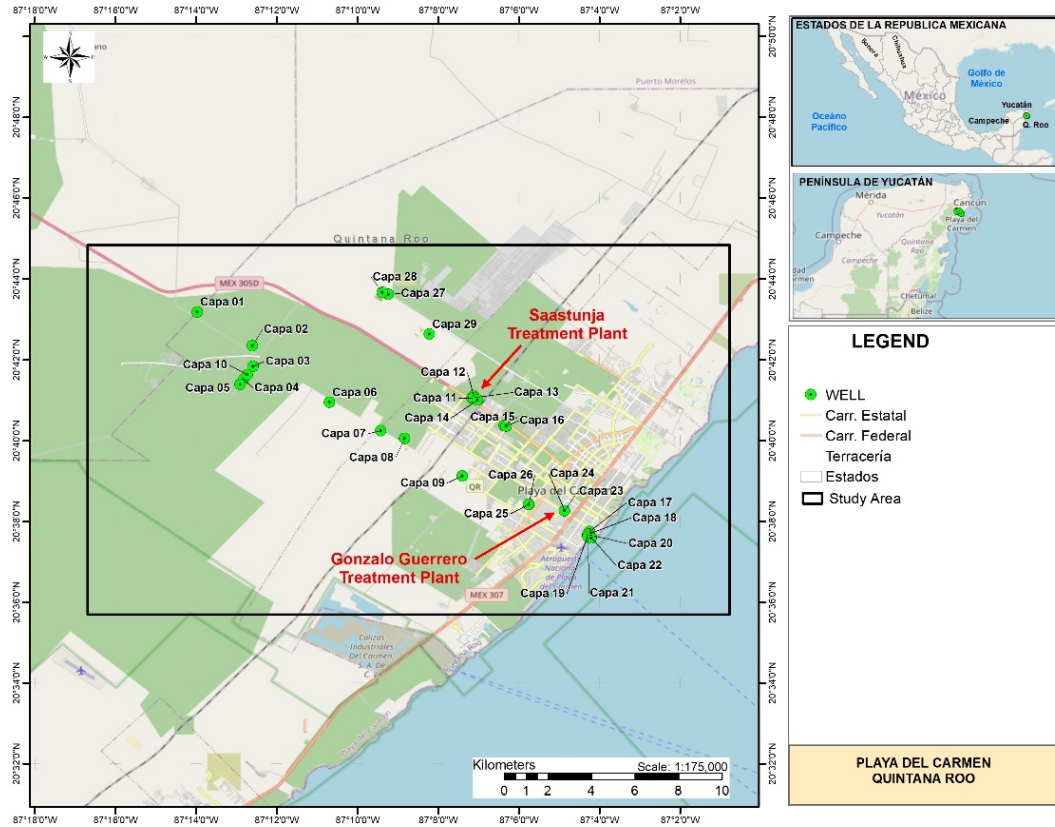


FIGURE 1. Study area and monitoring network. Source: own elaboration.

TABLE 1. *Monitoring network. Source: own elaboration.*

ID	Name	Longitude	Latitude
Capa 01	Rosa María	475758	2291147
Capa 02	Pozo 16	478119	2289606
Capa 03	Pozo 22	478157	2288661
Capa 04	Pozo 8	477731	2288051
Capa 05	Pozo 20	477600	2287836
Capa 06	Yumbálam	481442	2287018
Capa 07	Pozo 5	483645	2285717
Capa 08	Pozo 3	484666	2285362
Capa 09	Lindavista	487153	2283657
Capa 10	Pozo 21	477901	2288273
Capa 11	Saastunja N1	487566	2287200
Capa 12	Saastunja S2	487641	2287303
Capa 13	Saastunja E3	487655	2287222
Capa 14	Saastunja E4	487814	2287122
Capa 15	Chano A	488964	2285954
Capa 16	Chano B	489043	2285915
Capa 17	Tulipanes	492636	2281111
Capa 18	INAH	492609	2280987
Capa 19	SACBE	492559	2280953
Capa 20	Chiapanecas	492564	2280959
Capa 21	Tropical	492564	2280869
Capa 22	Recodo	492702	2280812
Capa 23	G. Guerrero PO4	491551	2282057
Capa 24	G. Guerrero PO8	491547	2282050
Capa 25	Ejidal PO	490032	2282347
Capa 26	Ejidal PC	490019	2282350
Capa 27	Relleno san. Pozo 2	483978	2291945
Capa 28	Relleno san. Pozo 1	483717	2292028
Capa 29	Aguas nativas	485740	2290120

Groundwater flow net is shown in Figure 2. The highly-permeable karst limestone rocks and the flat topography of the area combine to produce a very small hydraulic gradient.

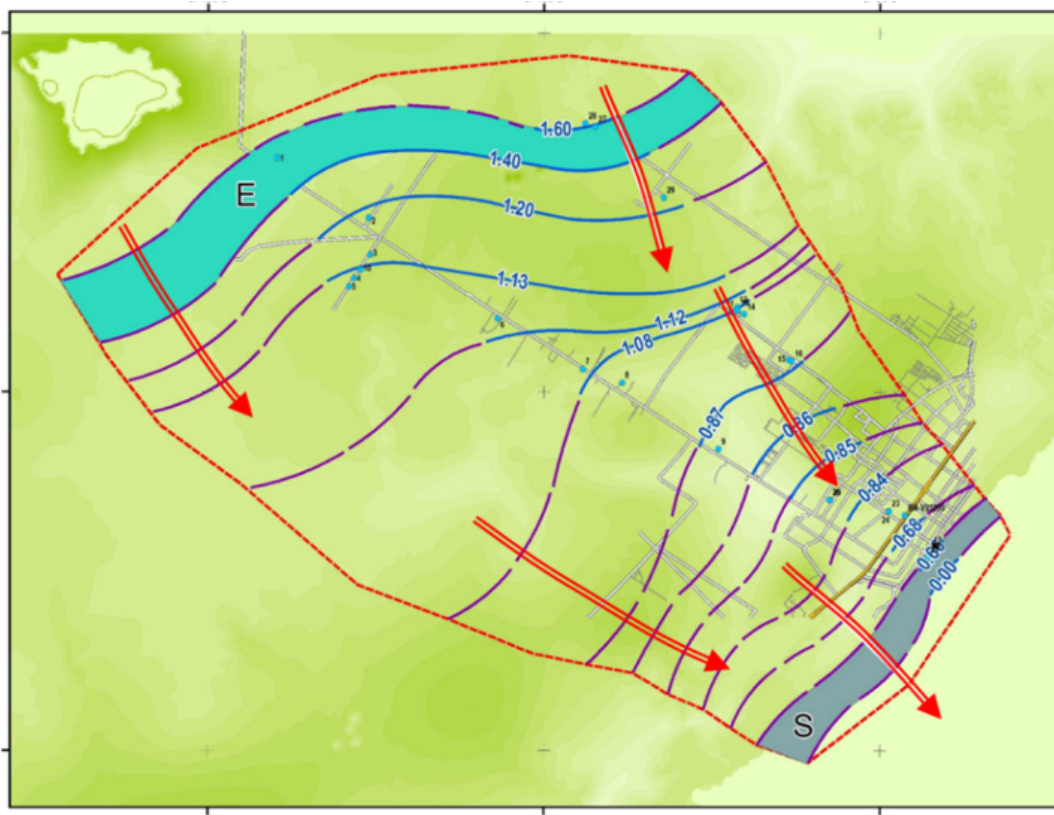


FIGURE 2. Groundwater flow net. Source: own elaboration.

Fluorescent tracer tests

The design and planning of the fluorescent tracer tests was based on the geological and hydrogeological characteristics of the studied area. The values of flow velocity, secondary porosity and hydraulic conductivity used in the design of the tests were taken from the available literature [24,25] and from tests carried out in the area of Cancun, Q. Roo [26,27]. The magnitude of the main variables that characterize the groundwater flow and the karst conditions of the aquifer, allowed to determine the quantities of tracer to be injected (Rhodamine WT and Fluorescein), and their transit times in the aquifer from the site of the tests to the sites of possible emergence.

The sites where the tests were performed, as well as the types and amounts of tracer added are shown in Table 2. The Rhodamine WT and Fluorescein injections carried out at the Wastewater Treatment Plants are shown in Figure 3.

TABLE 2. *Application sites and quantities of tracers used. Source: own elaboration.*

Site	Tracer	Volume	Active Ing.
Saastun-ja well 3	Rhodamine WT	23 kg	20 %
Saastun-ja well 4	Rhodamine WT	23 kg	20 %
Saastun-ja bypass	Fluorescein	29 kg	20 %
G. Guerrero well	Rhodamine WT	11 kg	20 %



FIGURE 3. *Application of Rhodamine WT and Fluorescein. Source: own elaboration.*

Stable isotopes of water

Water samples were filtered using cellulose membranes with 0.45 μm pore size and collected in high-density polyethylene bottles with conical and polyseal insert caps, filled with no headspace, and stored at 5°C until analysis.

Stable isotope analyses were conducted at the isotope hydrology laboratory of the Mexican Institute of Water Technology (IMTA), using laser water isotope analyzers Picarro L2110-i and Los Gatos Research LWIA-45EP. The analytical precision of the measurements was $\pm 0.5\text{‰}$ (Vs. VSMOW) for $\delta^2\text{H}$ and $\pm$

0.13‰(Vs. VSMOW) for $\delta^{18}\text{O}$.

Stable isotope values are represented in delta notation δ (‰), relating the ratios of $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ and $^2\text{H}/^1\text{H}$ (Vienna Standard Mean Ocean Water; V-SMOW2) as:

$$\delta = \left[\left(\frac{R_s}{R_{std}} \right) - 1 \right] \bullet 1000 \quad (1)$$

where R is the $^2\text{H}/^1\text{H}$ or $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ abundance ratio, and R_s and R_{std} are the ratios in the sample and standard, respectively. The deuterium excess (d-excess [28]) was calculated as:

$$d\text{-excess} = \delta^2\text{H} - 8 \bullet \delta^{18}\text{O} \quad (2)$$

Vertical profiles of electrical conductivity and temperature

Vertical profiles of electrical conductivity and temperature were carried out using a multiparameter sonde, whose characteristics are described in Table 3.

TABLE 3. *Multiparameter sonde. Source: own elaboration.*

Parameter	Range	Resolution	Accuracy
Conductivity	0 a 100 mS/cm	.001 mS/cm	$\pm 0.5 \%$
Temperature	-5 a 50 °C	0.01 °C	$\pm 0.15 \text{ °C}$

RESULTS

Vertical profiles of electrical conductivity and temperature

Figure 4 illustrate the design of the injection well. The total depth is 90 m, with 42 m of blank casing and 48 m of well screen. Figure 4 also display the vertical electrical conductivity profile of the aquifer before the wastewater injection. The freshwater layer is approximately 30 m thick, the mixing zone 10 m and the saline zone 50 m.

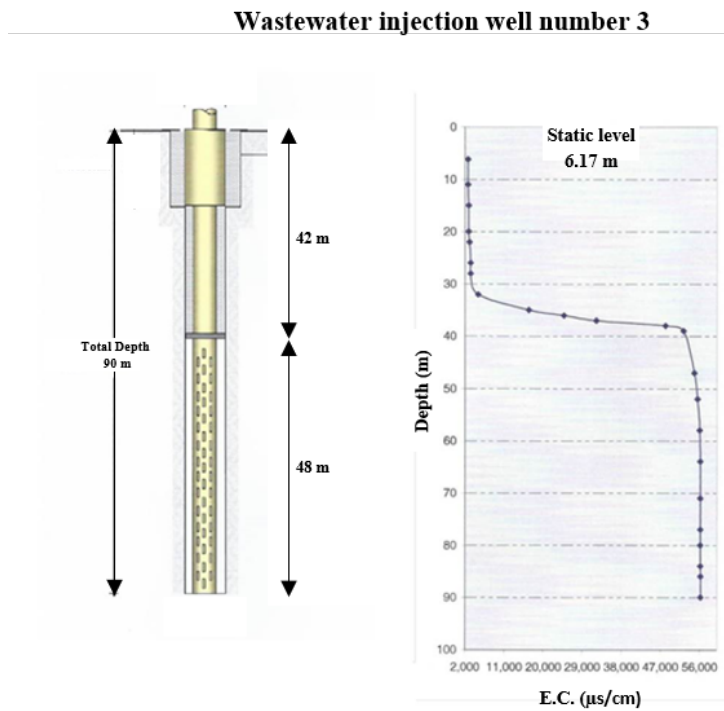


FIGURE 4. *Design of wastewater injection well and vertical profile before injection. Source: own elaboration.*

After wastewater injection, the layer of fresh water extends to a depth of 70 m, as shown by the vertical electrical conductivity and temperature profiles of Figure 5.

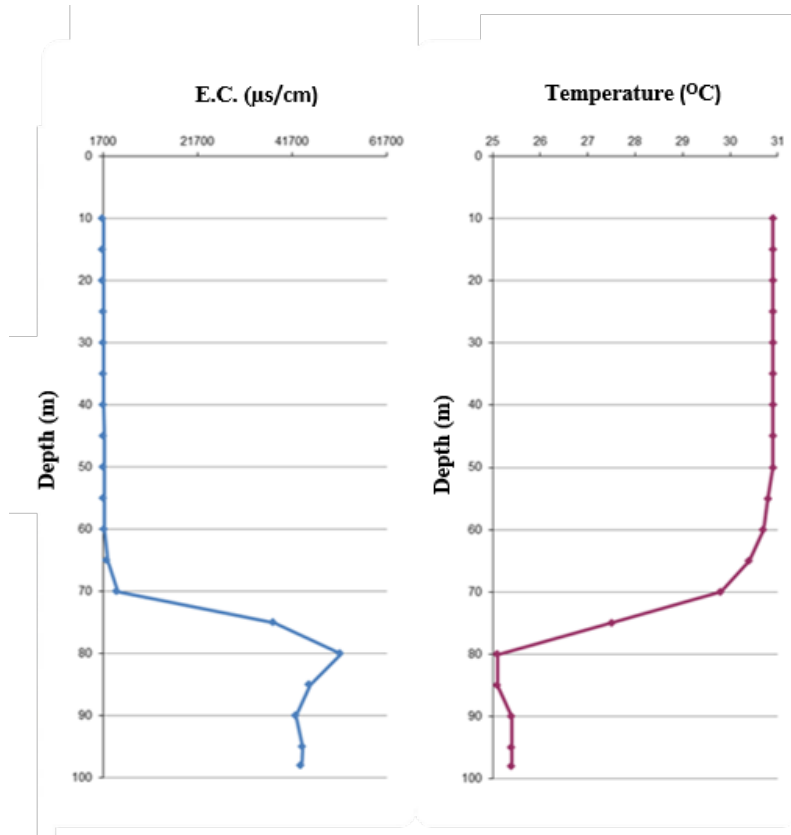


FIGURE 5. Vertical profiles after wastewater injection. Source: own elaboration.

Three months after the wastewater was injected, the freshwater layer is reduced to a thickness of 40 m, as revealed by the vertical electrical conductivity and temperature profiles (Figure 6).

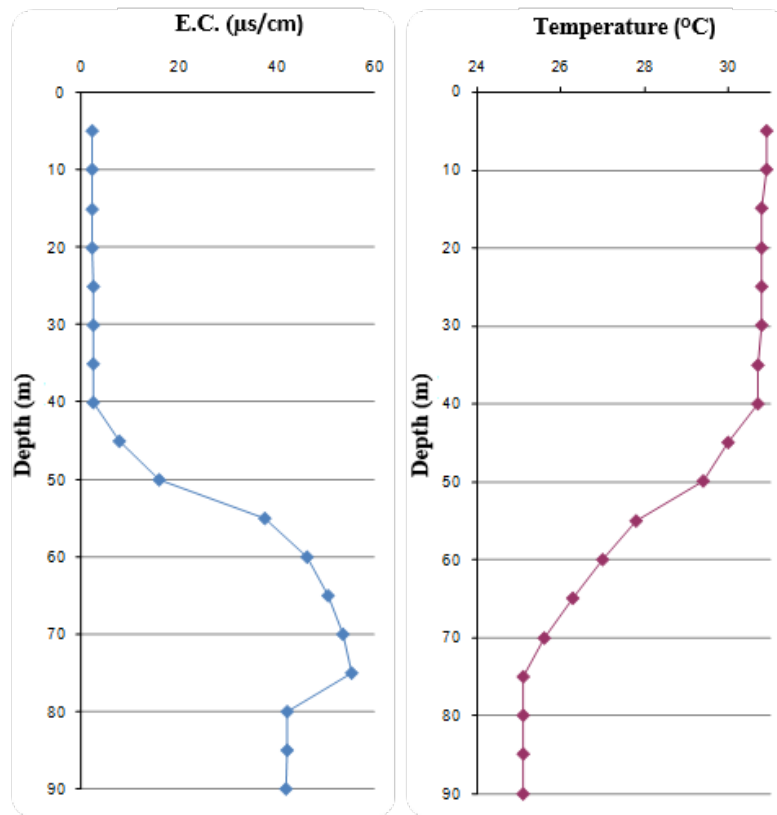


FIGURE 6. Vertical profiles three months after wastewater injection. Source: own elaboration.

Fluorescent tracer tests

Figure 7 shows a water sample collected from the freshwater zone of a monitoring well near injection well 3 in the Saástun-Já Plant, thirty minutes after the tracer was injected. High concentrations of Rhodamine WT can be observed in the sample.



FIGURE 7. Water sample collected 30 minutes after tracer injection. Source: own elaboration.

High values of fluorescence were measured in water samples of the Saástun-Já plant monitoring wells and the cenote Chano A (Table 4). These relatively high values, by more than an order of magnitude compared to those of other sites, indicate the influence of the wastewater injected on the water quality of the Chano A sinkhole.

TABLE 4. Values of rhodamine and fluorescein prior to and after injection. Source: own elaboration.

Sample	Rh (prior)	Rh (after)	Fl (prior)	Fl (after)
Cenote Chano A	0.36	5.05	6.92	6.92
Monitoring well SJ	0.72	26.84	2.65	55
Monitoring well GG	0.18	0.56	1.99	3.23
Landfill well	0.39	2.13	8.26	14.7
Colonia Ejidal well	0	0.08	0	0.12
Cenote Linda Vista	0	0.04	0.26	0.29
Cenote Tulipanes	0	0.21	0.18	1.11

Based on the fluorescence values, it was calculated that around 12 % of the water received by the Chano A sinkhole (cenote) comes from wastewater discharged in the injection wells of the Saástun-Já

plant. A simple tracer mixing model was used to calculate the percentages (Figure 8):

$$F_{CHANO A} = XF_B + YF_{IW} \quad (3)$$

$$1 = X + Y \quad (4)$$

Where $F_{CHANO A} = 5,05 \mu\text{g/L}$, $F_B = 0,36 \mu\text{g/L}$, $F_{IW} = 39,44 \mu\text{g/L}$.

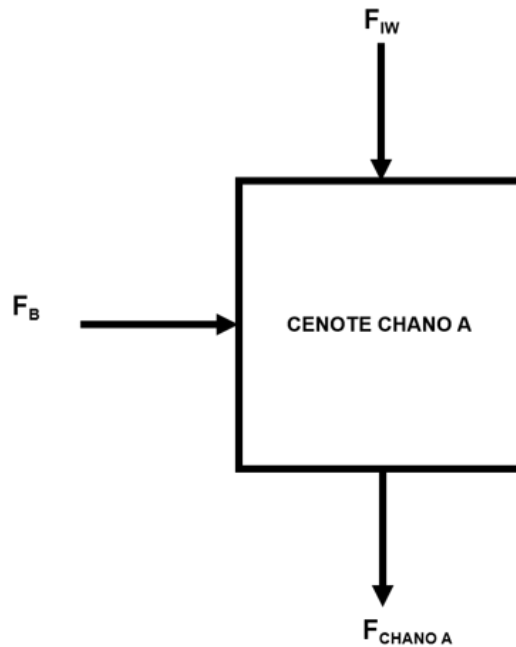


FIGURE 8. Tracer mixing model. Source: own elaboration.

Stable isotopes of water

At the Saástun-Já and Gonzalo Guerrero Treatment Plants, the sewage is aerated for several hours in storage tanks. The aeration process is an essential part of the secondary treatment. The injection of air into the reactor tanks supports the growth of microorganisms that break down the organic and nitrogenous matter in the wastewater [29]. This process causes intense evaporation of the water.

Physically, stable isotopes are atoms which take the same position in the table of elements, but have a different number of neutrons and therefore mass. The most relevant isotopes for atmospheric and hydrologic sciences are ^{18}O and ^{16}O for oxygen, and ^2H and ^1H for hydrogen [30, 31]. These stable isotope molecules are termed stable water isotopes. During phase changes, such as evaporation and condensation, stable isotopes become enriched in one phase and depleted in the other. This process is termed isotopic fractionation [32].

For example, consider the process of evaporation of water. Isotopically lighter water molecules will evaporate preferentially forming depleted atmospheric vapour, and leave behind an enriched water body. Since the aeration process of wastewater causes evaporation, the water at the reactor tanks must be isotopically enriched. This particularity motivated the possibility of using stable water isotopes in this case.

The stable isotope data of oxygen and hydrogen (Table 5) in a scatter plot $\delta^{18}\text{O}$ vs. $\delta^2\text{H}$ (Figure 9) identify three groups of waters. The first group includes wells 3, 11, 21, and the landfill monitoring well, as well as the Chiapanecas, INAH, and Sac-be sinkholes. The isotopic values are located around the Meteoric Line of Playa del Carmen [33] which indicates that its recharge comes from rainfall in the Playa del Carmen area. The second group includes the injection and monitoring wells of the Saástun-Ja and Gonzalo Guerrero treatment plants. The isotopic values are located to the right of the Meteoric Line of Playa del Carmen, indicating that the water of these samples was subject to intense evaporation processes. The third group includes wells Colonia Ejidal and 5, as well as the Chano A, Chaak-Tun, Tulipanes, and Lindavista sinkholes. The isotopic values are located between the Meteoric Line of Playa del Carmen and the second group, which indicates that its recharge is a mixture of rainfall and effluents of the treatment plants.

The Deuterium excess (d-excess) values are shown in Table 5 and Figure 10. The deuterium excess values of group 1 are higher than the global precipitation mean (~ 10). High values of group 1 are due to terrestrial moisture recycling (i.e. local evapotranspiration) [34]. The d-excess values of group 1 are typical of the Caribbean Sea domain [35]. The deuterium excess values of group 2 are lower than the global precipitation mean (~ 10). Low values of group 2 are due to the evaporation which produces enrichment of $\delta^{18}\text{O}$ and $\delta^2\text{H}$, and decreases the excess of deuterium in the liquid phase [36]. In general, evaporation decreases and moisture recycling increases the d-excess [36]. The d-excess values for group 3 fall between those for group 1 and group 2, indicating that the water in group 3 is a mixture of rainwater and wastewater.

TABLE 5. *Stable isotopes of wastewater and groundwater. Source: own elaboration.*

ID	Sample	$\delta^{18}\text{O} \text{‰}$	$\delta^2\text{H} \text{‰}$	d-excess ‰
1	Inj. well 3 SJ	-4.3	-26	8.4
2	Inj. well 4 SJ	-4.4	-28	7.2
3	Bypass SJ	-4.5	-27	9
4	Mon. well SJ	-4.2	-26	7.6
5	Mon. well 1 GG	-4.5	-28	8
6	Mon. well 2 GG	-4.6	-29	7.8
7	Inj. well GG	-4.2	-27	6.6
8	Landfill well	-6	-38	10
9	Mon. well Ejidal	-5	-30	10
10	Water well Ejidal	-5.1	-31	9.8
11	Well 11	-4.8	-27	11.4
12	Well 3	-5	-29	11
13	Well 5	-4.9	-30	9.2
14	Well 21	-4.8	-28	10.4
15	Cenote Chiapanecas	-4.6	-26	10.8
16	Cenote Chano A	-4.2	-27	6.6
17	Cenote Chaak.tun	-5.1	-32	8.8
18	Cenote INAH	-4.8	-28	10.4
19	Cenote Sac-be	-4.8	-28	10.4
20	Cenote Tulipanes	-4.8	-30	8.4
21	Cenote Linda Vista	-5.2	-32	9.6

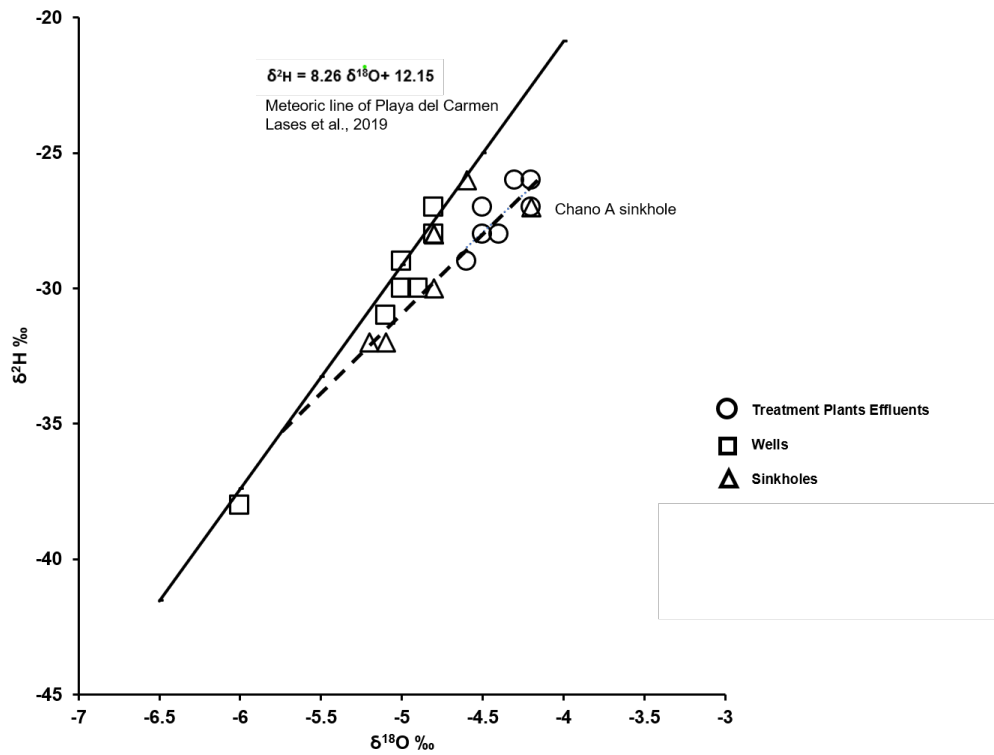


FIGURE 9. *Isotopic composition of groundwater and wastewater. Source: own elaboration.*

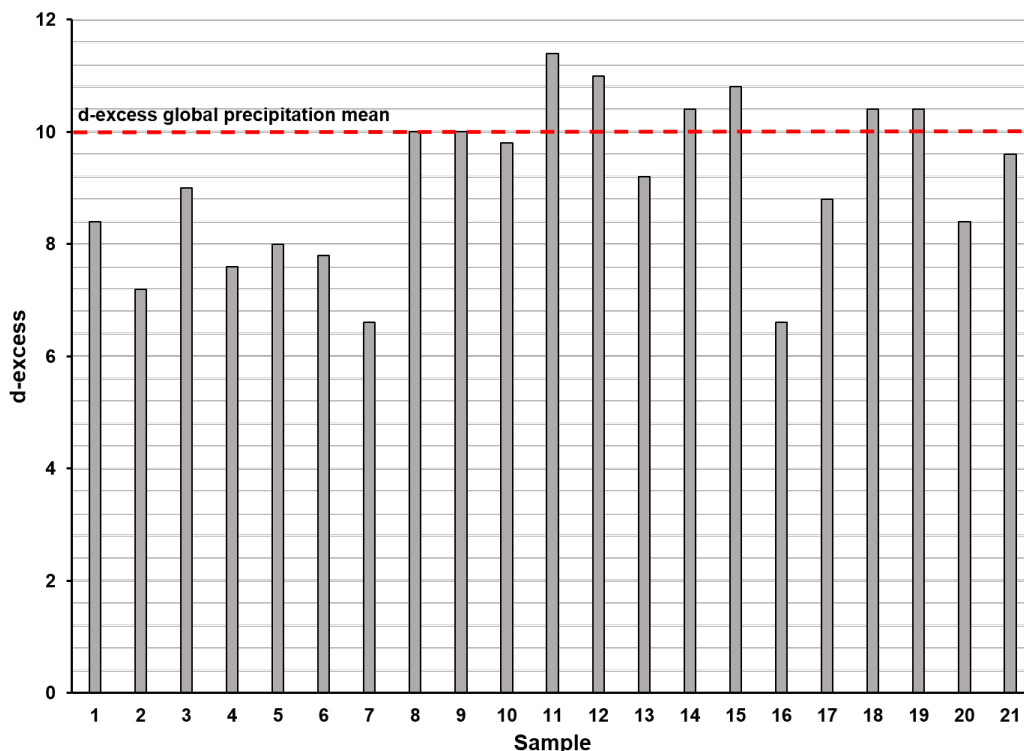


FIGURE 10. *d-excess values of groundwater and wastewater. Source: own elaboration.*

CONCLUSIONS

Waste disposal wells (injections wells) and septic tanks are the principal methods of wastewater disposal in the Yucatan Peninsula. The injections wells are designed and constructed to disseminate the treated wastewater in a deep saline layer below the freshwater lens. Due to the deterioration of the water quality of some wells and cenotes (sinkholes) located near the treatment plant of Playa del Carmen, the flow patterns of the wastewater injected in the waste disposal wells of the plant were characterized.

Hydrogeochemical methods, hydrogen and oxygen isotopes of water, and fluorescent chemical tracers, allowed to determine the behavior of the treated wastewater injected into the saline aquifer which underlies the freshwater aquifer. Overall, our results reveal that the wastewater does not remain in the deep brackish water stratum where it was injected, but rises to the freshwater lens. This buoyancy effect is due to the fact that wastewater has a temperature six degrees higher than saline water, and a lower density of approximately 25 grams per liter. The results also indicate that Wells Colonia Ejidal and 5, as well as the Chano A, Chaak-Tun, Tulipanes, and Lindavista sinkholes, contain water that is a mixture of rainwater and wastewater.

This case study revealed that wastewater disposal system currently in widespread use in the Yucatán

Peninsula could contaminate the overlying freshwater aquifer, and eventually the coastal zone.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

Miguel A. Mejía-González: conceptualization, investigation, writing – original draft, methodology, validation, writing – review and editing, formal analysis, data curation. **Luis González-Hita:** conceptualization, investigation, funding acquisition, writing – original draft, methodology, validation, visualization, writing – review and editing, formal analysis, data curation, supervision, resources, project administration. **Blanca Carteño-Martínez:** writing – review and editing, investigation. **Dustin S. Mañón-Flores:** data curation, writing – review and editing, investigation.

REFERENCIAS

- [1] INEGI, “Censo de población y vivienda 2020,” *INEGI*, 2020.
- [2] J. D. Ruiz-Ramírez, “Vulnerability and sea level rise in the coastal tourism city of playa del carmen, quintana roo, mexico,” in *IntechOpen*, 2023.
- [3] R. Leal-Bautista, M. Lenczewski, C. Morgan, A. Gahala, and J. McLain, “Assessing fecal contamination in groundwater from the tulum region, quintana roo, mexico,” *Journal of Environmental Protection*, vol. 4, pp. 1272–1279, 2013.
- [4] E. Cejudo, G. Acosta-González, D. Ortega-Camacho, J. A. Perera-Burgos, and R. M. Leal Bautista, “Caracterización hidroquímica y geofísica de una descarga de agua subterránea en quintana roo, méxico,” *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios*, vol. 9, no. 2, p. e3211, 2022.
- [5] M. Villasuso and R. Ramos, “A conceptual model of the aquifer of the yucatan peninsula, population, development, and environment on the yucatan peninsula: From ancient maya to 2030,” International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria, Tech. Rep., 2000.
- [6] C. Narvaez-Montoya, R. Mondragón Bonilla, N. Goldscheider *et al.*, “Groundwater salinization patterns in the yucatan peninsula reveal contamination and vulnerability of the karst aquifer,” *Communications Earth & Environment*, vol. 6, p. 468, 2025.
- [7] D. O. Dohering and J. H. Buttler, “Hydrogeologic constraints on yucatan development,” *Science*, vol. 186, no. 4164, pp. 591–595, 1974.
- [8] C. D. Metcalfe, G. Gold-Bouchot, T. L. Metcalfe, H. Li, P. A. Beddows, and H. Van Lavieren, “Domestic wastewater as a source of contaminants in freshwater aquifers in the mayan riviera tourism region of mexico,” UNU-INWEH, Tech. Rep., 2009. [Online]. Available: http://www.inweh.unu.edu/Coastal/POPs/2009_Dominica/Metcalfeposter.pdf

- [9] Y. Martínez-Casales, K. León-Aguirre, E. Lamas-Cosío, E. Norena-Barroso, J. Herrera-Silveira, and F. Arcega-Cabrera, “Caffeine and paraxanthine as tracers of anthropogenic wastewater in coastal lagoons in yucatan, mexico,” *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*, vol. 108, pp. 182–189, 2022.
- [10] J. Pacheco, A. Cabrera, and L. Marin, “Bacteriological contamination in the karstic aquifer of yucatan, mexico,” *Geofísica Internacional*, vol. 39, no. 3, pp. 285–291, 2000.
- [11] P. A. Beddows, “Where does the sewage go? the karst groundwater system of municipalidad solidaridad, quintana roo,” *Association for Mexican Cave Studies Activities*, pp. 47–52, 2002.
- [12] P. J. Carpenter, R. F. Adams, M. Lenczewski, and R. M. Leal-Bautista, “Ground-penetrating radar, resistivity and spontaneous potential investigations of a contaminated aquifer near cancún, mexico,” in *Proceedings of the 13th Multidisciplinary Conference on Sinkholes and the Engineering and Environmental Impacts of Karst*, Carlsbad, New México, 2023, pp. 231–237.
- [13] B. L. Morris, “Impact of urbanization on groundwater in merida, mexico, final report,” British Geological Survey, Technical Reports, Tech. Rep. WC/94138, 1994.
- [14] J. Alcocer, A. Lugo, L. E. Marín, and E. Escobar, “Hydrochemistry of waters from five cenotes and evaluation of their suitability for drinking-water supplies, northeastern yucatan, mexico,” *Hydrogeology Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 293–301, 1998.
- [15] C. E. Graniel, L. B. Morris, and J. J. Carrillo-Rivera, “Effects of urbanization on groundwater resources of merida, yucatan, mexico,” *Environmental Geology*, vol. 37, pp. 303–312, 1999.
- [16] P. A. Moreno-Pérez, M. Hernández-Téllez, and A. Bautista-Gálvez, “In danger one of the largest aquifers in the world, the great mayan aquifer, based on monitoring the cenotes of the yucatan peninsula,” *Archives of Environmental Contamination and Toxicology*, vol. 81, pp. 189–198, 2021.
- [17] S. Kopczynski, R. Nolen, D. Hala, F. Lases-Hernandez, W. Escobedo-Hinojosa, F. Arcega-Cabrera, I. Ocegüera-Vargas, and A. Quigg, “Investigation of anthropogenic and emerging contaminants in sinkholes (cenotes) of the great mayan aquifer, yucatán peninsula,” *Archives of Environmental Contamination and Toxicology*, 2025.
- [18] E. Pérez-Cervantes, E. Navarro-Espinoza, N. A. Estrada-Saldívar *et al.*, “Estado de conservación de los arrecifes de coral de la península de yucatán,” Technical Report, Tech. Rep., 2017.
- [19] M. McField, P. Kramer, A. Giró-Petersen *et al.*, “Mesoamerican reef report card,” Tech. Rep., 2020.

- [20] Healthy Reefs for Healthy People, “Mesoamerican reef report card. an evaluation of ecosystem health,” Tech. Rep., 2024. [Online]. Available: <https://marfund.org/es/wp-content/uploads/2024/12/Healthy-Reefs-Report-Card.pdf>
- [21] REPDA, CONAGUA, “Registro público de derechos de agua,” 2020.
- [22] CONAGUA, “Programa hídrico regional 2021–2024: Región hidrológico-administrativa xii península de yucatán,” CONAGUA, Tech. Rep., 2020. [Online]. Available: https://files.conagua.gob.mx/conagua/generico/PNH/PHR_2021-2024_RHA_XII_Pen%C3%ADnsula_de_Yucat%C3%A1n.pdf
- [23] JICA, “Estudio de manejo de saneamiento ambiental en la costa del estado de quintana roo en los estados unidos mexicanos,” GE-JR, Tech. Rep. 04-012, 2004.
- [24] W. Back and H. Paloc, “Coastal karst formed by ground water discharge, yucatan, mexico,” *International Association of Hydrogeologists, Hydrogeology of selected karst regions*, vol. 13, pp. 461–467, 1992.
- [25] Y. Moore, H. Stoessell, K. Ronald, and H. Easley, “Fresh-water/sea-water relationship within a ground water flow system, northeastern coast of the yucatan peninsula,” *Groundwater*, vol. 30, no. 3, 1992.
- [26] J. L. Morales, H. Boa, C. F. Chablé, and E. J. Balmes, “Estudio de la calidad del agua del sistema lagunar nichupte, q. roo,” CNA Gerencia Estatal en Quintana Roo, Tech. Rep., 1992.
- [27] L. González-Hita and F. Lara, “Interacción de las aguas subterráneas con la laguna de nichupté, quintana roo,” IMTA Informe interno, Tech. Rep., 1998.
- [28] W. Dansgaard, “Stable isotopes in precipitation,” *Tellus*, vol. 16, no. 4, pp. 436–468, 1964.
- [29] A. Aghajanzadeh, C. Wray, and A. McKane, “Opportunities for automated demand response in california wastewater treatment facilities,” Lawrence Berkeley National Laboratory, Tech. Rep. LBNL-1003845, 2015.
- [30] J. R. Gat, “Oxygen and hydrogen isotopes in the hydrologic cycle,” *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, vol. 24, pp. 225–262, 1996.
- [31] W. M. E. Mook, *Environmental Isotopes in the Hydrological Cycle. Principles and Applications*. UNESCO/IAEA, 2001.

- [32] M. F. Cotrufo and Y. Pressler, “Isotopic fractionation,” in *A Primer on Stable Isotopes in Ecology*. Oxford Academic, 2023.
- [33] F. Lases-Hernandez, M. Medina-Elizalde, S. Burns, and M. DeCesare, “Long term monitoring of drip water and groundwater stable isotopic variability in the yucatán peninsula: Implications for recharge and speleothem rainfall reconstruction,” *Geochimica et Cosmochimica Acta*, vol. 246, pp. 41–59, 2019.
- [34] R. Sánchez-Murillo, A. M. Durán-Quesada, G. Esquivel-Hernández *et al.*, “Deciphering key processes controlling rainfall isotopic variability during extreme tropical cyclones,” *Nature Communications*, vol. 10, p. 4321, 2019.
- [35] R. Sánchez-Murillo, L. González-Hita, M. A. Mejía-González *et al.*, “Tracing isotope precipitation patterns across mexico,” *PLOS Water*, vol. 10, p. e0000136, 2023.
- [36] K. Froehlich, M. Kralik, W. Papesch, D. Rank, H. Scheifinger, and W. Stichler, “Deuterium excess in precipitation of alpine regions – moisture recycling,” *Isotopes in Environmental and Health Studies*, vol. 44, no. 1, pp. 61–70, 2008.

Índice de integridad del suelo en un muro de contención con gaviones

Soil integrity index in a gabion retaining wall

D. E. Estrada-Hernández¹ , J. E. Cerón-Carballo² , H. I. Navarro-Gómez² * 
(*humberto_navarro@uaeh.edu.mx)

Recibido: 06 de julio de 2025 Aceptado: 30 de octubre de 2025

RESUMEN

Este estudio evaluó la estabilidad de un muro de contención con gaviones ubicado en la Carretera Federal México 105, en el estado de Hidalgo, tramo clave del corredor México–Pachuca–Tampico. El objetivo fue determinar la condición actual del muro y estimar un Índice de Integridad del Suelo (IIS) como indicador del grado de compactación, cohesión y resistencia frente a procesos erosivos. La metodología integró levantamientos topográficos, inspección visual y fotográfica, así como exploraciones geotécnicas en cinco estaciones (profundidades de 4–8 m). Se obtuvieron valores de densidad natural (1 480–1 620 kg/m³), ángulo de fricción interna (26°–30°) y capacidad de carga admisible (7–12 kg/cm²). Estos parámetros se incorporaron al cálculo del IIS junto

con un factor de erosión. Los resultados muestran que el tramo inicial (0+000 a 0+020) conserva estabilidad estructural adecuada, mientras que en el cadenamiento 0+030 se detectó erosión activa, pérdida de compactación y reducción del IIS hasta un 85 % respecto a la condición de referencia (2015 = 100 %). Se concluye que la falta de extensión del muro en dicho punto genera un riesgo crítico, recomendándose ampliar la estructura, reforzar el drenaje y aplicar técnicas de estabilización y revegetación. El IIS se plantea como herramienta práctica para monitorear la integridad de taludes carreteros.

Palabras clave: gaviones, geotecnia, integridad estructural, suelo, contención

¹Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.

²Ingeniería Civil Forense, Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.



ABSTRACT

This study evaluated the stability of a gabion retaining wall located on Federal Highway Mexico 105 in the state of Hidalgo, a key section of the Mexico–Pachuca–Tampico corridor. The objective was to determine the current condition of the wall and estimate a Soil Integrity Index (SII) as an indicator of the degree of compaction, cohesion, and resistance to erosion. The methodology integrated topographic surveys, visual and photographic inspection, and geotechnical explorations at five stations (depths of 4–8 m). Values were obtained for natural density (1480–1620 kg/m³), internal friction angle (26°–30°), and allowable bearing capacity (7–12 kg/cm²). These parameters were incorporated into the IIS calculation along with an erosion factor. The results show that the initial section (0+000 to 0+020) maintains adequate structural stability, while in the 0+030 chain, active erosion, loss of compaction, and a reduction in the IIS of up to 85 % compared to the reference condition (2015 = 100 %) were detected. It is concluded that the lack of wall extension at this point poses a critical risk, and it is recommended to expand the structure, reinforce drainage, and apply stabilization and revegetation techniques. The IIS is proposed as a practical tool for monitoring the integrity of road slopes.

Keywords: *gabions, geotechnics, structural integrity, soil, containment*

INTRODUCCIÓN

Los muros de contención con gaviones se utilizan ampliamente en obras de infraestructura vial debido a su bajo costo, facilidad constructiva, capacidad de drenaje y adaptación a diferentes perfiles topográficos. Estas estructuras, conformadas por cestas metálicas rellenas de piedra, ofrecen una solución eficaz frente a procesos de erosión y deslizamientos, especialmente en zonas montañosas y con suelos inestables. La Carretera Federal 105, parte del corredor México–Pachuca–Tampico, constituye un eje estratégico de comunicación entre el centro y el norte del país. Debido a su tránsito constante y a la compleja topografía que atraviesa, ha requerido la construcción de diversas obras de contención para garantizar la seguridad vial. No obstante, algunos tramos presentan fallas asociadas a erosión, escorrentía superficial y pérdida progresiva de compactación en los suelos de soporte, lo que compromete la estabilidad de la vía. Ante este escenario, se plantea la necesidad de contar con indicadores que permitan diagnosticar y monitorear de manera preventiva el estado de los suelos en interacción con estructuras de contención. En este trabajo se propone y aplica un Índice de Integridad del Suelo (IIS) como parámetro compuesto que integra densidad, fricción interna, capacidad de carga y erosión, con el fin de evaluar el comportamiento mecánico del terreno y anticipar posibles fallas. El presente estudio analiza un muro de gaviones en el estado de Hidalgo, describiendo su condición actual, las características del suelo circundante y las implicaciones de los procesos erosivos detectados en un tramo crítico.

Marco Conceptual

Los muros de contención con gaviones son estructuras modulares conformadas por cestas metálicas rellenas de roca, que se utilizan ampliamente en la ingeniería civil. Su diseño aprovecha tanto el peso propio del material pétreo como la flexibilidad de la malla metálica, lo que permite adaptarse a movimientos diferenciales del terreno y disipar energía hidráulica. La estabilidad geotécnica de taludes de un muro de contención depende directamente de las propiedades mecánicas del suelo, entre las que destacan la densidad natural, el ángulo de fricción interna y la capacidad de carga admisible. El Índice de Integridad del Suelo (IIS) se plantea como un parámetro compuesto que integra variables geotécnicas y factores de erosión para diagnosticar el estado de los suelos en interacción con estructuras de gaviones.

Zona de estudio

La Figura 1 muestra el muro de contención de gaviones en su sección principal. Se observan cinco niveles de módulos, dispuestos de forma escalonada en una pendiente inclinada. La estructura cumple la función de contención del terreno adyacente a la carretera, estabilizando el talud natural y protegiendo la carretera contra deslizamientos. Su construcción de piedra de la región permite el drenaje natural del agua, reduciendo la presión hidrostática detrás de la pared. Se observa una falla o erosión localizada en el extremo derecho del muro, donde no se ha continuado la contención.



FIGURA 1. *Imagen del arreglo del muro de gaviones.*

El muro de contención está conformado por gaviones apilados en módulos rectangulares que varían en altura según el cadenamamiento. Desde 0+000 hasta 0+015, la estructura mantiene una configuración uniforme de cinco niveles, lo que garantiza estabilidad frente a los empujes laterales del terreno. Del 0+015 al 0+020, la altura se reduce a cuatro niveles, indicando un ajuste de diseño para adaptarse a la topografía descendente. Se puede ver una zona crítica de erosión situada al final de la muralla, donde el sistema de gaviones no se extendía. Esta omisión ha dejado el talud expuesto a la escorrentía superficial, generando un proceso de degradación progresiva del terreno. La distribución vertical de los gaviones

constituye un factor clave en la estabilidad global del muro y en la interpretación del Índice de Integridad del Suelo (IIS) [1].

Marco Referencial

Chairullah *et al.* [2] evaluaron la estabilidad de taludes reforzados mediante la combinación de muros de gaviones y pilotes de concreto, comparando escenarios sin refuerzo y con refuerzo mediante modelación numérica en PLAXIS 2D para distintos ángulos de pendiente (45°, 60°, 70° y 90°); sus resultados muestran incrementos relevantes del Factor de Seguridad (SF), particularmente en pendientes pronunciadas, al incorporar el sistema gavión–pilotes, lo que respalda que refuerzos complementarios al gavión pueden mitigar mecanismos de inestabilidad profunda y se alinea con el uso del IIS para identificar cadenamientos críticos.

Este trabajo sustenta la hipótesis de que estructuras complementarias al gavión pueden reducir riesgos estructurales profundos, lo cual se alinea con tu uso del IIS para identificar zonas críticas en los cadenamientos [2].

May Than Thar Cho *et al.* [3] estudiaron, mediante ensayos de modelos físicos 1g, la efectividad de gaviones filtrantes colocados en la base del talud para reducir desplazamientos y retrasar la aparición de fallas superficiales bajo lluvia intensa; además, evaluaron variantes como la incorporación de tuberías de drenaje, el diámetro y la profundidad de inserción del tubo, y la evolución de la superficie freática. Estos hallazgos sustentan la relevancia del diseño adecuado del drenaje y del sistema de gaviones filtrantes para mantener la estabilidad, lo que respalda la incorporación del IIS para ponderar el impacto del drenaje y la erosión.

En contextos de soluciones con gaviones de bajo costo para su adopción en países en desarrollo, se ha documentado estabilidad adecuada a partir de investigaciones de campo y laboratorio [4].

DIMENSIONES ESTÁNDAR

La Tabla 1, muestra las dimensiones de fabricación de los módulos los gaviones, dependiendo de los requerimientos estructurales y del diseño del muro de contención.

Las cestas están compuestas por malla metálica de acero galvanizado o recubierto, y su volumen final depende del largo, ancho y alto de cada unidad. Los gaviones se construyen en diversas medidas clasificados que van del módulo "A" hasta el "K", este último se refiere a una unidad de gavión estandarizada con dimensiones de 1 metro de largo, ancho y alto, que representa un volumen de 1 m³. Es uno de los tamaños más utilizados debido a su facilidad de apilamiento y manejo.

La estructura de gaviones está localizada en un talud que colinda con la carretera. Esta cumple una función de muro de contención, cuya finalidad es evitar deslizamientos de suelo y proteger tanto la vía

como las viviendas ubicadas en la parte superior del talud.

Tabla 1. *Dimensiones de la fabricación de gaviones.*

Código del módulo	Largo [mts]	Ancho [mts]	Alto [mts]	Volumen [m³]
A	2	1	1	2
B	3	1	1	3
D	2	1	0.5	1
G	2	1	0.3	0.6
J	1.5	1	1	1.5
K	1	1	1	1

JUSTIFICACIÓN

El muro de gaviones se encuentra en un tramo carretero estratégico que conecta comunidades rurales y urbanas del estado de Hidalgo. Su estabilidad garantiza la seguridad de los habitantes que transitan diariamente, ya sea en transporte público, privado o de carga. Un eventual colapso del talud pondría en riesgo vidas humanas y viviendas ubicadas en la parte superior de la ladera, por lo que su estudio contribuye directamente al bienestar social y a la prevención de desastres. La justificación económica en este documento argumenta el hecho de que la Carretera Federal 105 es un corredor logístico vital para el transporte de mercancías y servicios.

La justificación cultural se plantea en el contexto de que las comunidades asentadas en la zona poseen tradiciones y vínculos históricos con el territorio. Mantener la infraestructura vial en condiciones seguras asegura la continuidad de intercambios culturales, acceso a centros educativos y de salud, y la preservación de prácticas comunitarias que dependen de la movilidad y conexión regional. La justificación política asertiva indica que el mantenimiento de carreteras forma parte de la responsabilidad del Estado en garantizar infraestructura segura y funcional.

Evaluar riesgos estructurales mediante estudios profesionales transparentes fortalece la toma de decisiones públicas, incrementa la confianza ciudadana y responde a lineamientos nacionales de protección civil y gestión de riesgos. La evaluación de estos sistemas no solo permite determinar su desempeño estructural, sino también comprender los procesos de interacción suelo–estructura bajo condiciones ambientales cambiantes, como la erosión y la disminución de precipitaciones [4,5].

HIPÓTESIS

Se plantea que la estabilidad estructural del muro de gaviones en el tramo analizado de la Carretera Federal México 105 está directamente condicionada por las propiedades geotécnicas del suelo (densidad, ángulo de fricción interna y capacidad de carga admisible) y por la acción de procesos de erosión superficial no controlada. En este sentido, se hipotetiza que: "La disminución progresiva de la densidad y cohesión del suelo, combinada con la ausencia de medidas de drenaje y la interrupción del sistema de gaviones en el cadenamiento 0+030, reduce el Índice de Integridad del Suelo (IIS) por debajo de niveles críticos de seguridad, comprometiendo la estabilidad del muro y aumentando el riesgo de deslizamiento en el talud".

OBJETIVO

El objeto de estudio en este documento es un muro de contención construido con gaviones tipo K, ubicado en un talud adyacente a la Carretera Federal México 105, en el Estado de Hidalgo. Esta estructura fue diseñada con el propósito de estabilizar el terreno y evitar deslizamientos de tierra o erosión que pudieran afectar el camino o las viviendas ubicadas en la cima de la ladera. El presente estudio tiene como objetivo científico evaluar la estabilidad estructural y geotécnica de un muro de contención construido con gaviones en la Carretera Federal México 105, en el estado de Hidalgo, a fin de proponer un método cuantitativo que permita diagnosticar y anticipar riesgos de falla en taludes carreteros.

MÉTODOS Y MATERIALES

La metodología empleada en este estudio se fundamenta en un enfoque integral que combina observaciones de campo, levantamientos topográficos, ensayos geotécnicos y análisis estadístico de tendencias. El proceso inició con un reconocimiento preliminar del sitio, en el cual se delimitaron los cadenamientos de análisis (0+000 a 0+030) mediante georreferenciación con GPS y registro fotográfico de las condiciones estructurales del muro de gaviones. Posteriormente, se ejecutó un levantamiento topográfico longitudinal y transversal, con el fin de caracterizar la geometría del talud y la disposición modular de los gaviones.

En paralelo, se realizaron exploraciones geotécnicas en cinco sondeos, con profundidades entre 4 y 8 m, de los cuales se extrajeron muestras de suelo. Estas fueron sometidas a ensayos de laboratorio conforme a procedimientos estandarizados (densidad natural, corte directo para ángulo de fricción interna y correlaciones SPT para capacidad de carga admisible). En los tramos erosionados, donde no fue posible obtener muestras directas, se aplicaron inferencias estadísticas basadas en correlaciones estadísticas y tendencias regionales [6], se siguió el procedimiento metodológico que se describe a continuación [7]:

1. Reconocimiento preliminar y referencia del sitio: Se realizó una visita de campo para identificar la sección de estudio (cadenas 0+000 a 0+030) y registrar puntos clave mediante GPS.
2. Levantamiento topográfico: Se obtuvo un perfil longitudinal de la carretera para determinar

la pendiente general y ubicar el área de intervención. Se ejecutaron perfiles transversales en las estaciones 0+000, 0+005, 0+010, 0+015, 0+020, 0+025 y 0+030; estos cortes permitieron caracterizar la geometría del talud y la disposición del muro de gaviones (niveles de 4 a 5 módulos tipo K).

3. Registro fotográfico: Se documentó el estado del muro y el área erosionada a través de fotografías de alta resolución, lo que permitió un análisis cualitativo de fallas y discontinuidades [8].
4. Exploración geotécnica del suelo: Se perforaron cinco sondeos entre las cadenas 0+000 y 0+020, con profundidades que oscilaron entre 4 y 8 m. Se obtuvieron muestras inalteradas y se realizaron pruebas de laboratorio para determinar densidad natural (γ), ángulo de fricción interna (ϕ) y capacidad de carga admisible (q_d). En las estaciones 0+025 y 0+030 no fue posible tomar muestras debido a la erosión; Los parámetros fueron inferidos a través de tendencias estadísticas y correlaciones para suelos granulares.
5. Análisis y evaluación: Con los datos topográficos y geotécnicos se verificó la estabilidad del muro de gaviones mediante giro y deslizamiento. Se identificaron las áreas críticas (cadena 0+030) y se formularon recomendaciones de refuerzo y drenaje [9, 10].
6. Determinación de la estimación del índice de integridad del suelo utilizando la exploración geotécnica, definirla como una medida relativa del estado de compactación, identificando la humedad relativa de la última década y verificando la cohesión superficial del perfil granular [11].

Procedimiento para la obtención de datos

Para llevar a cabo el diagnóstico integral del sitio, se implementaron diferentes técnicas de recolección y análisis de datos, agrupadas en tres áreas clave: ubicación geográfica, caracterización geotécnica del suelo y evaluación de la erosión activa.

1. Obtención de datos geográficos del sitio: La ubicación precisa del área de estudio se determinó utilizando herramientas de georreferenciación digital. Se utilizó la aplicación Google Maps y la navegación GPS en campo para registrar las coordenadas del tramo intervenido, ubicado sobre la Ruta Federal 105. La referencia espacial se estableció en latitud 20.121202° N y longitud -98.696680° W, lo que permitió integrar la información con los planos topográficos y de diseño.
2. Obtención de parámetros geotécnicos del suelo: La caracterización del suelo se realizó a través de ensayos de campo y laboratorio, a partir de cinco sondeos en las cadenas 0+000 a 0+020. Cada pozo alcanzó profundidades entre 4 y 8 metros. Los parámetros fundamentales obtenidos fueron:

Densidad natural (γ): calculada a partir del peso seco y volumen de muestras inalteradas extraídas en campo. Ángulo de fricción interna (ϕ): determinado por ensayos de cizallamiento directo en laboratorio. Capacidad de carga admisible (q_d): estimada a través de correlaciones con resultados de penetración estándar (SPT) y características físicas del suelo [12].

Evaluación del terreno

1. Análisis de erosión y evidencias de degradación del suelo. La Figura 2 correspondiente a la cadena 0+030 muestra evidencias claras de erosión superficial y lateral.
2. Se identifica la pérdida de capa orgánica y finos, así como la exposición de niveles más profundos del perfil del suelo. Este fenómeno es propio de procesos de erosión hídrica acelerada, producida por escorrentía no canalizada en un talud no protegido.
3. La erosión observada se puede clasificar como erosión en surcos y cárcavas incipientes, debido a la forma irregular del talud, la pérdida de material y el corte lateral asimétrico en la base. Este proceso se ve agravado por la ausencia de gaviones al final, lo que permite el arrastre progresivo del suelo durante los eventos de lluvia. La evolución de esta erosión compromete la estabilidad de la carretera y de los elementos estructurales vecinos si no se mitiga con prontitud [13].

Índice de integridad del suelo

La estimación del índice de integridad del suelo se definió como una medida relativa del estado de compactación, humedad y cohesión superficial del perfil granular. Se determinó con base en una combinación de observaciones de campo, resultados de laboratorio (densidad y humedad natural) y análisis cualitativos de la erosión. Para años anteriores con datos directos estadísticos de la última década, se utilizó una regresión lineal ajustada por la tendencia de pérdida de densidad y cohesión observada entre 2015 y 2024 [14].

Este índice se expresa como un porcentaje relativo tomando como referencia el año 2015 (100 %) y disminuyendo a medida que se reduce la capacidad del suelo para resistir los esfuerzos cortantes. Su aplicación permite evaluar la degradación del talud a lo largo del tiempo y justificar técnicas de recuperación o refuerzo estructural en función de la evolución de las condiciones ambientales [15].

El índice se obtiene a partir del análisis combinado de resultados de laboratorio (densidad seca, humedad natural), inspecciones de campo visual (presencia de erosión, grietas, hundimientos) y datos climáticos que influyen en la infiltración y el comportamiento del suelo [16]. Se expresa como un porcentaje respecto a condiciones de referencia ideales y se determina con la Ec. (1).

$$IIS = \frac{\frac{\rho_d}{\rho_{d_ref}} * \frac{\phi}{\phi_{ref}} * \frac{q_d}{q_{d_ref}}}{(1 + E)} * 100 \quad (1)$$

Dónde: ρ_d : Densidad seca medida del suelo (kg/m^3) ρ_{d_ref} : Densidad seca de referencia (condición óptima) ϕ : Ángulo de fricción interna del suelo ($^\circ$) ϕ_{ref} : Ángulo de fricción de referencia q_d : Capacidad de carga admisible medida (kg/cm^2) q_{d_ref} : Capacidad de carga de referencia E : Factor de erosión estimado (sin dimensión)

RESULTADOS

En este trabajo se presenta un cadenamiento que muestra un sistema de referencia lineal que indica la ubicación exacta a lo largo del eje de una carretera o carretera. Se expresa en metros desde un punto de vista de partida (desde el 0+000 hasta el cadenamiento 0+030) [17].

Parámetros geotécnicos

La Tabla 2 muestra los resultados de la caracterización geotécnica del suelo en distintos cadenamientos de un muro de contención con gaviones, ubicado entre las estaciones 0+000 y 0+030. Se presentan cuatro parámetros principales: densidad natural del suelo (γ), ángulo de fricción interna (ϕ), capacidad de carga admisible (q_d) y profundidad de exploración. Los parámetros γ , ϕ y las correlaciones SPT empleadas para estimar q_d se determinaron conforme a procedimientos estandarizados [18].

Tabla 2. Parámetros geotécnicos del suelo.

Cadenamiento	γ (kg/m^3)	ϕ ($^\circ$)	q_d (kg/cm^2)	Profundidad (m)
0+000	1560	30	10	6
0+005	1495	28	7	7
0+010	1505	27	8	8
0+015	1620	29	12	6
0+020	1570	28	10	5
0+025*	1525	27	9	6
0+030*	1480	26	8	6

* Valores inferidos por correlaciones y tendencia estadística debido a la imposibilidad de muestreo directo.

Perfil longitudinal

En la Figura 2 se muestra el perfil longitudinal del tramo de la Carretera Federal 105 correspondiente a los primeros 30 metros de la cadena bajo análisis. La vía se caracteriza por una pendiente descendente continua, comenzando a una cota de 100.73 m en la cadena 0+000 y descendiendo hasta los 99.37 m en la

cadena 0+030.

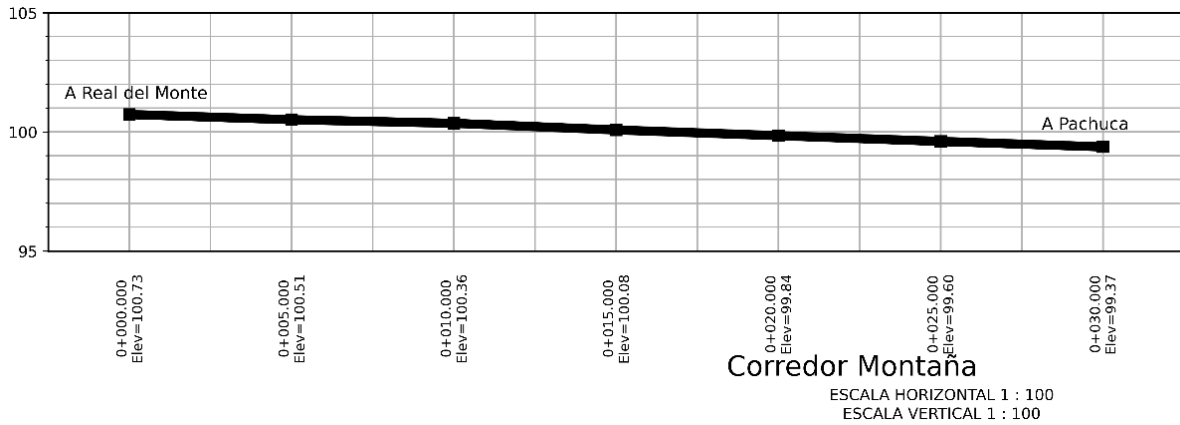


FIGURA 2. Perfil longitudinal de la sección 0+000 a 0+030.

Desde el punto de vista técnico, el perfil longitudinal es esencial para la evaluación de la estabilidad del muro de contención, ya que permite identificar las áreas con mayor riesgo de acumulación de tensiones laterales, puntos bajos propensos al encharcamiento y condiciones de taludes que requieren contención o drenaje adicional [15, 19, 20].

Perfil transversal 0+000 y 0+005

El perfil de la sección transversal en estación 0+000 y 0+005 (Figura 3) muestra cinco niveles de gaviones correctamente incrustados en la base del talud. La cota de la pendiente es de 100.73 m, siendo el punto más alto de la sección.

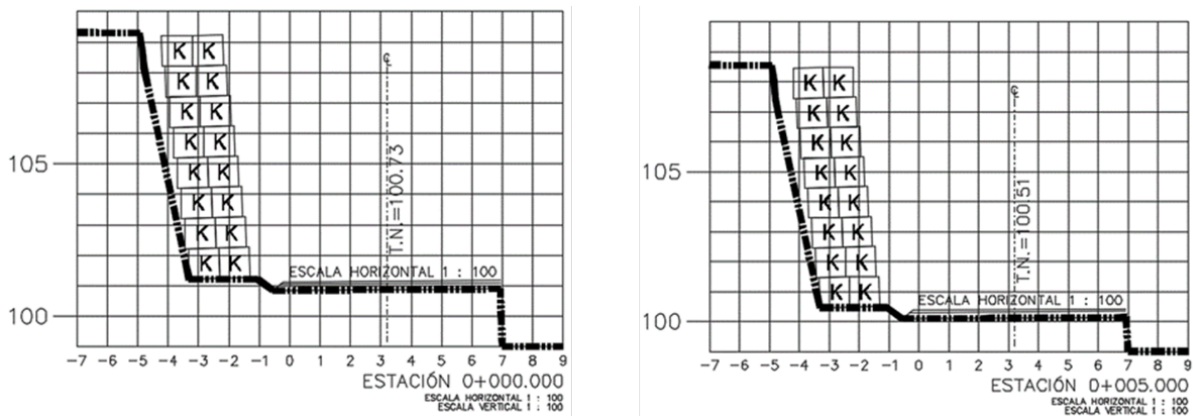


FIGURA 3. Perfil transversal en estación 0+000 (elevación 100.73 m), en estación 0+005 (elevación 100.51 m).

La pendiente natural se ha contenido de forma escalonada, lo que permite una distribución uniforme de las tensiones. Esta configuración es estructuralmente estable y sirve como referencia de diseño para el resto de la sección.

Perfil transversal 0+010 y 0+015 y 0+020

En la estación 0+010 (Figura 4), el perfil continúa con cinco niveles de gaviones.

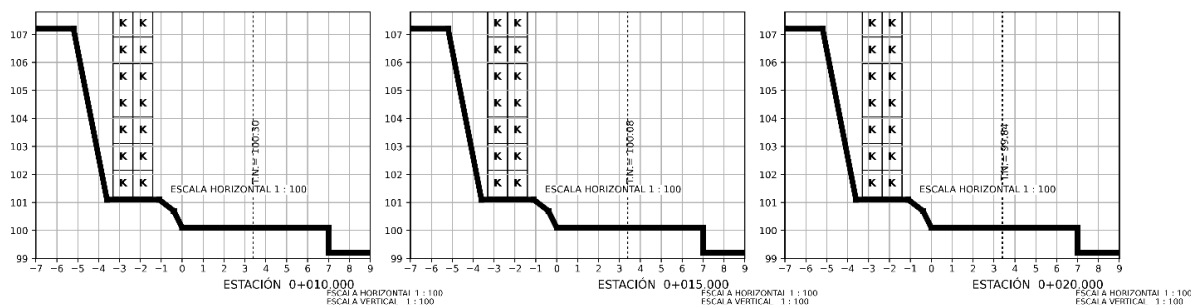


FIGURA 4. Perfil transversal en estación 0+010 (elevación 100.30 m); en estación 0+015 (elevación 100.08 m); en estación 0+020 (elevación 99.84 m).

La pendiente se vuelve más vertical y se reduce la incrustación en la base. Esta geometría representa una condición de mayor tensión lateral sobre la base del muro, por lo que es fundamental controlar la escorrentía y la compactación adecuada de la espalda para evitar movimientos diferenciales [14, 15, 18].

Evaluación de perfiles

Se muestra la secuencia de perfiles de sección transversal levantados cada 5 m a lo largo de la pendiente. Se puede observar cómo la base del muro se alinea con la plataforma vial, mientras que la altura de contención varía de cinco a cuatro niveles de gaviones a medida que desciende la pendiente. La geometría modular se adapta a la topografía, manteniendo la estabilidad de la gravedad. El empotramiento disminuye desde estación 0+005, lo que coincide con una pendiente más vertical, situación que requiere verificación de drenaje y refuerzo en zonas críticas (especialmente 0+030, no contenida) [10, 21].

Comparación de parámetros

En la Tabla 3 se resumen los principales parámetros geométricos y constructivos de cada estación. Se produce una disminución progresiva de la elevación del talud y del número de niveles de gaviones. La pendiente se vuelve más vertical hacia la cadena 0+020, lo que sugiere una mayor presión lateral y la necesidad de controlar la escorrentía superficial para evitar la erosión. Los resultados muestran que la elevación de la base desciende progresivamente de 100.73 m (0+000) a 99.84 m (0+020), lo cual refleja la adaptación del muro a la topografía natural. En cuanto al número de niveles, el tramo inicial (0+000 a 0+010) mantiene cinco gaviones estables en disposición vertical o escalonada, condición que garantiza una

mayor resistencia. Sin embargo, a partir del cadenamiento 0+015 se reduce a cuatro niveles, situación que coincide con un cambio en la inclinación del talud hacia configuraciones "muy verticales" "pronunciadas", aumentando el riesgo estructural [10, 15, 21].

Tabla 3. Comparación de Parámetros geotécnicos del suelo.

Cadenamiento	0+000	0+005	0+010	0+015	0+020
Elevación de la base (m)	100.73	100.51	100.30	100.08	99.84
Niveles de gaviones estables	5	5	5	4	4
Empotrable	Moderado	Bajo	Bajo	Bajo	Inestable
Cuesta	Escalonado	Recto	Vertical	Muy vertical	Pronunciado

El grado de emportabilidad varía desde moderado y bajo en los primeros cadenamientos hasta inestable en 0+020, donde la pendiente es más abrupta y la contención pierde efectividad. Estos parámetros evidencian que la estabilidad global del muro disminuye conforme avanza el tramo, siendo necesario reforzar los sectores con menor número de gaviones y mayor inclinación para prevenir procesos de erosión y deslizamiento.

Caracterización geotécnica de suelos

La Figura 5 muestra la variación de los parámetros geotécnicos a lo largo de la sección 0+000 a 0+020. Las densidades van de 1,450 a 1,620 kg/m³, con ángulos de fricción internos de 26°-30° y capacidades de carga admisibles de 7-12 kg/cm².

Estos valores son consistentes con un suelo granular de compactación media [6]. Presenta la variación de parámetros geotécnicos en distintos cadenamientos (0+000 a 0+020) para evaluar la estabilidad del terreno asociado a muros de gaviones. En el eje principal se representa la densidad del suelo (kg/m³) mediante la línea roja, que oscila entre 1,480 y 1,620 kg/m³, evidenciando heterogeneidad en la compactación.

Índice de Integridad del Suelo

Con relación a la variación estimada de la precipitación anual durante la última década en la región de estudio [22]. Los datos de 2023 (413 mm) y el acumulado parcial de 2024 (365 mm hasta julio) se obtuvieron de fuentes públicas de consulta meteorológica e hidrológica.

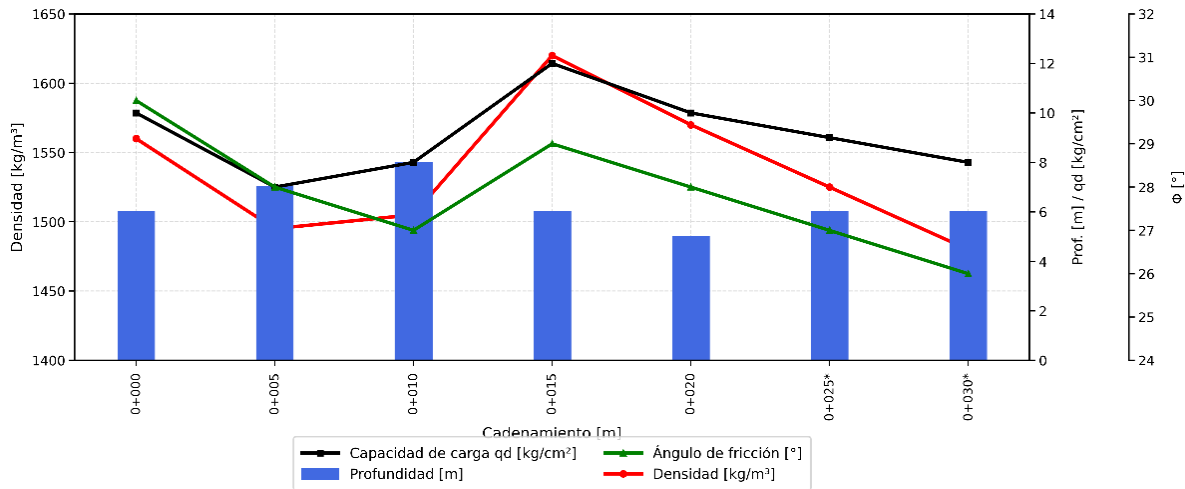


FIGURA 5. *Parámetros geotécnicos del suelo por cadena (densidad, ϕ , q_d y profundidad de exploración).*

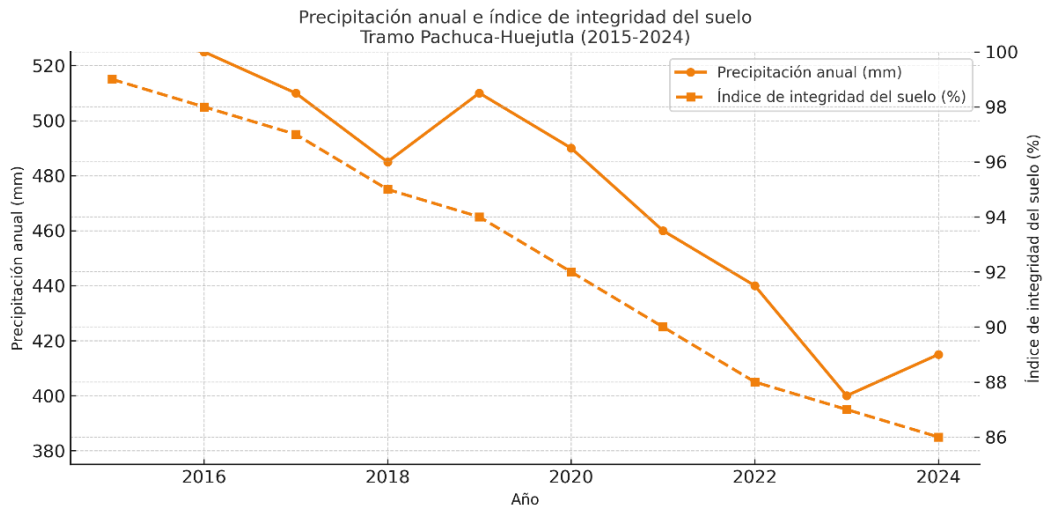


FIGURA 6. *Índice anual de precipitación e integridad del suelo (2015-2024).*

La Figura 6 presenta la relación entre la precipitación anual y el índice de integridad del suelo durante la última década. Se observa que, a medida que disminuye la precipitación total, el índice de integridad del suelo también muestra una tendencia a la baja, lo que sugiere una pérdida progresiva de humedad [23] y compactación en el material granular del talud. En 2015 y 2016, la precipitación anual superó los 525 mm y el IIS se mantuvo cercano al 100 %, lo que indica condiciones óptimas de humedad y estabilidad. Sin embargo, a partir de 2017 se observa una disminución progresiva: la precipitación cae por debajo de los 500 mm y el IIS desciende a valores menores al 95 %.

La situación se agudiza en 2020–2022, donde la reducción de lluvias coincide con un IIS inferior al 90 %, señalando un deterioro progresivo de la compactación y resistencia del suelo [24]. Para 2024, la precipitación alcanza valores cercanos a 375 mm y el IIS desciende a 85 %, representando condiciones críticas de estabilidad. Este comportamiento confirma que la pérdida progresiva de humedad es un factor determinante en la reducción del IIS, aumentando el riesgo de deslizamientos [25] y comprometiendo la seguridad de la infraestructura carretera. En suelos parcialmente saturados, la variación de humedad puede modificar la resistencia al corte mediante la succión matricial, aspecto ampliamente descrito en la literatura clásica [26, 27].

Análisis

la pérdida de humedad reduce las fuerzas capilares que contribuyen a la estabilidad de los suelos arenosos, mientras que la menor densidad observada favorece la migración de finos y el desarrollo de micro fisuras. El análisis de los parámetros geotécnicos revela diferencias significativas entre los cadenamientos estables y críticos. En los tramos 0+000 a 0+015, los suelos presentan densidades cercanas a 1,600 kg/m³, ángulos de fricción entre 28° y 30°, y capacidades de carga (q_d) de hasta 12 kg/cm², lo que indica condiciones estructuralmente favorables.

Comportamiento del suelo

La Figura 7 muestra la variación de parámetros geotécnicos a lo largo del cadenamiento, considerando el Índice de Integridad del Suelo (IIS %), ángulo de fricción interna (Φ°), carga de diseño (q_d , kg/cm²) y densidad aparente (γ , kg/m³). Se observa que el IIS presenta una tendencia descendente constante desde 0+000 hasta 0+030, pasando de 94 % a aproximadamente 80 %, lo cual refleja una disminución gradual de la capacidad portante superficial del suelo [21, 25].

El Índice de Integridad del Suelo (IIS) evidencia una tendencia descendente a lo largo del cadenamiento, partiendo de valores elevados próximos al 94 % y reduciéndose progresivamente hasta alrededor de 80 %. Este comportamiento indica una disminución paulatina en la cohesión y compacidad estructural del suelo, lo que refleja pérdida de homogeneidad y menor capacidad de soporte en zonas específicas. La caída del IIS puede asociarse a cambios en la composición granulométrica, variaciones de humedad o diferencias en la compactación. Tales resultados sugieren que, hacia el final del tramo, el suelo presenta menor integridad y demanda tratamientos correctivos [15, 16].

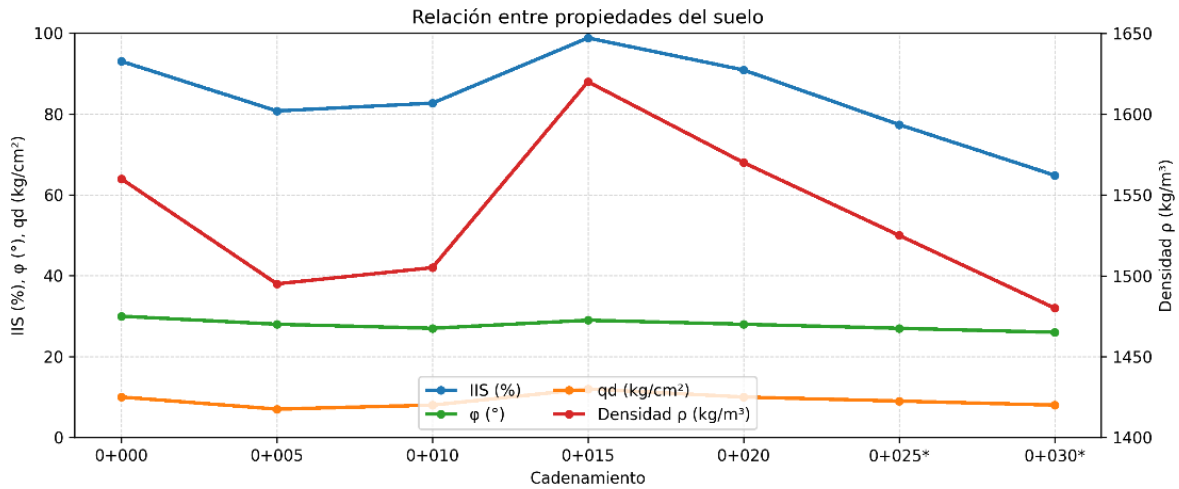


FIGURA 7. Variación de propiedades en cadenamiento.

Nivel de riesgo

El nivel de riesgo es un concepto clave en la gestión de riesgos que expresa la combinación de dos factores: la probabilidad de que ocurra un evento adverso y el impacto o consecuencia que dicho evento tendría sobre un sistema, estructura o comunidad. El nivel de riesgo permite clasificar la vulnerabilidad de un talud, un muro de contención o cualquier infraestructura frente a procesos de deterioro, fallas estructurales o fenómenos naturales como lluvias intensas y erosión. Este nivel no es un valor absoluto, sino una escala relativa que se representa de manera cualitativa (bajo, medio, alto, crítico). Su determinación requiere la evaluación de parámetros técnicos, como densidad del suelo, ángulo de fricción, capacidad de carga y presencia de erosión, así como la consideración de consecuencias sociales, económicas y ambientales en caso de falla.

Tabla 4. Clasificación por rangos (puntos 0–3).

Parámetro	0 Ptos (Bajo)	1 Pto (Medio)	2 Ptos (Alto)	3 Ptos (Crítico)
IIS (%)	≥ 92	88–91	84–87	≤ 83
Φ (°)	≥ 29	27–28	26	≤ 25
q_d (Kg/Cm ²)	≥ 10	9	8	≤ 7
γ (Kg/M ³)	$\geq 1,560$	1,520–1,559	1,490–1,519	$\leq 1,489$

Los umbrales están calibrados a los datos ($IIS \approx 80\text{--}95\%$, $\phi = 26\text{--}30^\circ$, $q_d = 7\text{--}12$, $\gamma = 1,480\text{--}1,620$).

El nivel de riesgo bajo indica que las condiciones del suelo y del muro de contención son favorables para la estabilidad estructural. Un IIS elevado, ángulos de fricción interna cercanos a $29-30^\circ$, cargas admisibles mayores a 10 kg/cm^2 y densidades superiores a $1,560 \text{ kg/m}^3$ reflejan un terreno bien compactado, con buena cohesión y resistencia frente a esfuerzos cortantes. En este escenario, la probabilidad de falla por erosión, asentamiento o deslizamiento es mínima y las consecuencias potenciales serían leves. No obstante, aunque el riesgo se clasifica como bajo, es recomendable mantener un monitoreo preventivo periódico para garantizar seguridad.

El nivel de riesgo medio refleja condiciones del suelo con ligeras deficiencias en parámetros geotécnicos, que reducen parcialmente la estabilidad estructural. Un IIS en torno a $88-91 \%$, ángulos de fricción de $27-28^\circ$, cargas admisibles entre $8-9 \text{ kg/cm}^2$ y densidades entre $1,500-1,559 \text{ kg/m}^3$ sugieren un terreno de compactación intermedia, con resistencia adecuada pero vulnerable a procesos de erosión o saturación. En este rango, la probabilidad de falla es moderada y las consecuencias pueden requerir mantenimiento correctivo, como refuerzo de gaviones o drenaje adicional. Aunque no implica un riesgo crítico inmediato, demanda vigilancia constante y acciones preventivas tempranas.

El nivel de riesgo alto indica que el suelo y la estructura presentan condiciones serias de estabilidad, con parámetros geotécnicos cercanos a valores mínimos de seguridad. Un IIS por debajo del 86% , ángulos de fricción reducidos ($\approx 26^\circ$), cargas admisibles de $7-8 \text{ kg/cm}^2$ y densidades próximas a $1,480-1,519 \text{ kg/m}^3$ revelan una pérdida significativa de compactación y resistencia. En este escenario, la probabilidad de falla por erosión, deslizamiento o deformación es elevada, y las consecuencias podrían afectar la vía y poner en riesgo a los usuarios. El nivel alto requiere intervenciones inmediatas de refuerzo, drenaje y estabilización para prevenir colapsos.

El nivel de riesgo crítico representa la condición más grave en términos de estabilidad del suelo y de la estructura de contención. Se caracteriza por un Índice de Integridad del Suelo (IIS) $\leq 83 \%$, ángulos de fricción muy bajos ($\leq 25^\circ$), cargas admisibles $\leq 7 \text{ kg/cm}^2$ y densidades menores a $1,480 \text{ kg/m}^3$, lo que refleja pérdida extrema de cohesión, compactación y capacidad portante. En este estado, la probabilidad de falla es inminente y las consecuencias incluyen deslizamientos severos, interrupción de la vía y afectaciones a viviendas o usuarios. Este nivel exige acciones urgentes de contención, drenaje profundo y estabilización integral [15, 19, 25].

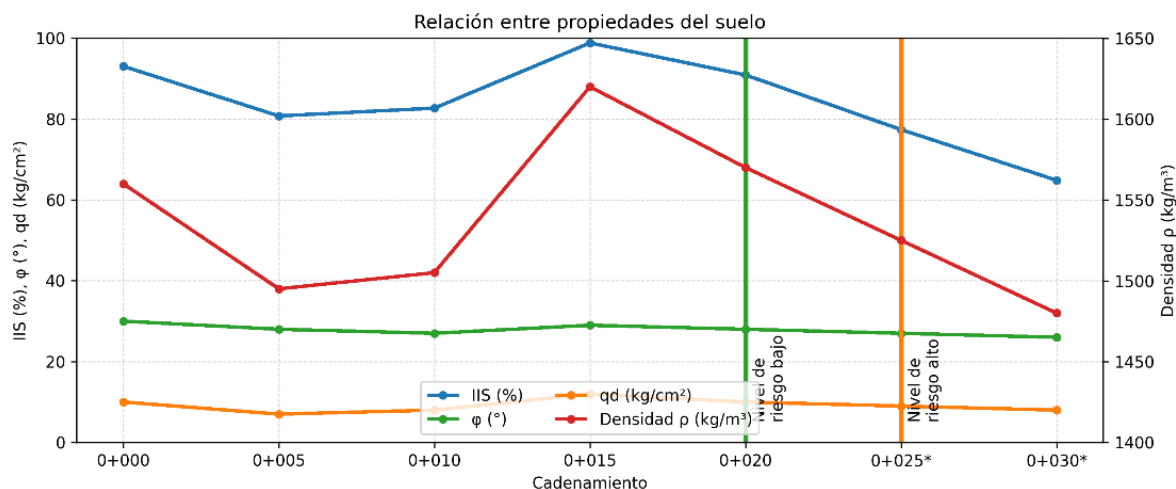


FIGURA 8. *Nivel de riesgo.*

La Figura 8 expone la variación de parámetros geotécnicos fundamentales —Índice de Integridad del Suelo (IIS), ángulo de fricción interna (ϕ), carga de diseño (q_d) y densidad aparente (γ)— a lo largo del tramo comprendido entre los cadenamientos 0+000 y 0+030. Además, se identifican rangos de riesgo bajo y riesgo medio, lo que permite establecer un diagnóstico comparativo del comportamiento del suelo en relación con la estabilidad del muro de contención con gaviones.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos del análisis topográfico, geotécnico y fotográfico permiten establecer una clara correlación entre la geometría del muro de gaviones, las condiciones del terreno y el comportamiento observado en el sitio de estudio. El sistema de contención se ha implantado correctamente en la mayor parte del tramo, especialmente en los primeros 20 metros de la cadena (0+000 a 0+020), donde los perfiles muestran una configuración estable, con un adecuado empotramiento y adaptación a la pendiente del talud. Esta disminución indica una pérdida de compacidad, posiblemente causada por la infiltración de agua y el transporte de finos, lo que aumenta la susceptibilidad a deformaciones y asentamientos. En el sector inicial, que abarca los cadenamientos 0+000 a 0+015. El IIS se mantiene en valores elevados, cercanos al 90–94 %, mientras que la densidad aparente alcanza hasta 1,620 kg/m³, lo cual indica un suelo compactado y con adecuada resistencia mecánica. Se evidencia que el tramo presenta zonas con buen desempeño inicial, pero también sectores críticos donde la reducción de propiedades geotécnicas compromete la seguridad. En este sentido, resulta necesario implementar medidas de refuerzo en los últimos cadenamientos, como el aumento de niveles de gaviones, el mejoramiento de la compactación y la incorporación de sistemas de drenaje, con el objetivo de garantizar la estabilidad estructural y la continuidad del servicio en la vía [4, 28].

CONCLUSIONES

Luego del análisis exhaustivo del tramo de estudio de la Ruta Federal 105, se concluye lo siguiente:

El análisis de la variación de parámetros geotécnicos a lo largo del cadenamiento 0+000 a 0+030 permitió identificar de manera clara la evolución del comportamiento del suelo y sus implicaciones en la estabilidad del muro de contención con gaviones. Los resultados muestran que los primeros tramos (0+000 a 0+015) presentan condiciones estructuralmente estables, con valores elevados de densidad, ángulo de fricción interna y carga admisible, lo que se refleja en un Índice de Integridad del Suelo (IIS) cercano al 94 %. Estas características ubican al sector inicial en un nivel de riesgo bajo, garantizando un desempeño adecuado del sistema de contención y seguridad para la infraestructura vial. Las conclusiones más relevantes de este estudio indican que el IIS es un parámetro eficaz y práctico para diagnosticar el estado del terreno en interacción con estructuras de contención. Su aplicación en conjunto con variables como densidad, ángulo de fricción y capacidad admisible permite anticipar la pérdida de estabilidad y priorizar medidas de mantenimiento. En consecuencia, se recomienda extender el muro de gaviones en los cadenamientos críticos, reforzar los sistemas de drenaje superficial y profundo, estabilizar el suelo mediante técnicas de compactación controlada y aditivos químicos, e implementar programas de revegetación que reduzcan la erosión. Asimismo, es fundamental establecer un sistema de monitoreo periódico del IIS, de manera que se cuente con un mecanismo preventivo que garantice la seguridad estructural de la carretera y la protección de los usuarios frente a escenarios de riesgo geotécnico.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Estrada-Hernández, D.E.: investigación, preparación del borrador original, análisis bibliotecario. **Cerón-Carballo, J.E.:** conceptualización, pruebas de laboratorio, metodología, software, redacción. **Navarro-Gómez, H. I.:** análisis teórico y validación, metodología y edición final.

REFERENCIAS

- [1] M. Grodecki, “Gabion retaining wall stability – a case study,” *Technical Transactions*, vol. e2025016, 2025.
- [2] R. Chairullah *et al.*, “The investigation of stability on slopes utilizing reinforcement gabion walls and concrete piles for mitigating landslide disasters,” *Open Civil Engineering Journal*, 2024.
- [3] M. T. T. Cho, A. Chueasamat, T. Hori, H. Saito, and Y. Kohgo, “Effectiveness of filter gabions against slope failure due to heavy rainfall,” *Soils and Foundations*, vol. 61, no. 2, pp. 544–556, 2021.
- [4] S. Laudari, T. Hara, and H. Nakazawa, “Stability analysis of low-cost gabion revetments for adoption in developing countries: Insights from field investigations and laboratory experiments,” *Journal of Civil Engineering and Architecture*, vol. 18, no. 12, pp. 565–580, 2024.

- [5] M. Wang and L. Li, “Slope stability analysis considering degradation of soil properties induced by intermittent rainfall,” *Water*, vol. 17, no. 6, p. 814, 2025.
- [6] U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration (FHWA), “Geotechnical site characterization,” Geotechnical Engineering Circular (GEC) No. 5, FHWA-NHI-16-072, 2017. [Online]. Available: <https://rosap.ntl.bts.gov/view/dot/40558>
- [7] B. B. Mijic, M. K. Mijic, M. S. Maksimovic, and M. D. Petrovic, “Estimation of maximum and minimum densities of granular soils from grading curves,” *Soils and Foundations*, vol. 61, no. 1, pp. 158–175, 2021.
- [8] J. E. Cerón-Carballo, E. Pérez-Isidro, and H. I. Navarro-Gómez, “Análisis de riesgo en puente peatonal tipo armadura utilizando sensores,” *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, vol. 9, no. 18, pp. 40–46, 2022.
- [9] C. Liu, A. Q. Huang, and P. J. Huang, “Field assessment of soil strength based on shear wave velocity,” *Soils and Foundations*, vol. 61, no. 1, pp. 176–186, 2021.
- [10] A. Uray and Z. W. Geem, “Metaheuristic approaches for gabion wall stability optimization,” *Mathematics*, vol. 13, no. 19, p. 3216, 2025.
- [11] X. Liu, X. Zhang, L. Kong, X. Li, and G. Wang, “Effect of cementation on the small-strain stiffness of granite residual soil,” *Soils and Foundations*, vol. 61, no. 2, pp. 520–532, 2021.
- [12] R. Hinsberger, “Analysis of heavy precipitation-induced rill erosion,” *Environmental Earth Sciences*, vol. 83, no. 11, p. 354, 2024.
- [13] X. Wu, X. Liu, Y. Qiao, and J. Sun, “Effects of rock fragments on the water infiltration and hydraulic conductivity in the soils of the desert steppes of inner mongolia, china,” *Soil and Water Research*, vol. 16, no. 1, pp. 26–34, 2021.
- [14] T. A. T. Doan, Q. D. Ma, and V. K. Pham, “Study on internal friction angle affected by different groundwater content using finite element method,” *Journal of Applied Engineering Science*, vol. 21, no. 4, pp. 1056–1067, 2023.
- [15] S. D. Chikute and R. M. Sonar, “Failures of gabion walls and its remedies,” in *Innovations in Infrastructure*, ser. Lecture Notes in Civil Engineering. Springer, 2022.
- [16] Y. Ma, Y. Wang, Y. Zhang, R. Zhang, C. Yuan, C. Ma, and Y. Bai, “Effects of gravel on the water infiltration process and hydraulic parameters of stony soil in the eastern foothills of helan mountain, china,” *Scientific Reports*, vol. 14, p. 16426, 2024.

- [17] Queensland Department of Transport and Main Roads, “Drafting and design presentation standards,” 2021, available: <https://www.tmr.qld.gov.au/business-industry/Technical-standards-publications/Drafting-and-design-presentation-standards>.
- [18] ASTM International, “Standard test methods for laboratory determination of density and unit weight of soil specimens (astm d7263-21); standard test method for direct shear test of soils under consolidated drained conditions (astm d3080/d3080m-23); standard test method for standard penetration test (spt) and split-barrel sampling of soils (astm d1586/d1586m-18e01),” 2023.
- [19] M. Niromand, A. Derakhshan, M. K. Asadi, and J. P. Frattini, “Dynamic modeling approach for assessing the stability of closed dump slopes,” *Journal of Mining and Environment*, 2024.
- [20] H. Zhang, G. Guo, H. Li *et al.*, “Un nuevo método numérico para calcular la deformación residual en zonas minadas considerando la interacción agua-roca y su aplicación,” *Scientific Reports*, vol. 15, p. 11207, 2025.
- [21] S. Kumar *et al.*, “The effect of slope height and angle on the safety factor and modes of failure of 3d slopes analysis using limit equilibrium method,” *Innovative Infrastructure Solutions*, vol. 8, 2023.
- [22] L. Brocca *et al.*, “What if rain falls? insights from a wide ensemble of drought scenarios,” in *Climate Change Impacts on Water Resources: Developing Adaptation Strategies*. Atlantis Press, 2023.
- [23] T. Puértolas and I. C. Dodd, “Nocturnal transpiration and soil evaporation both decrease with increasing root length density,” *Plant and Soil*, vol. 475, pp. 377–390, 2022.
- [24] K. Mukunoki, T. Yamakawa, T. Sato, and A. Shimizu, “A simple method for estimating density of sandy soils from shear wave velocity,” *Soils and Foundations*, vol. 61, no. 2, pp. 557–572, 2021.
- [25] S. Zhao *et al.*, “Slope unit-based landslide susceptibility mapping using machine learning models,” *Frontiers in Earth Science*, p. Art. 589630, 2021.
- [26] D. G. Fredlund, N. R. Morgenstern, and R. A. Widger, “The shear strength of unsaturated soils,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 15, no. 3, pp. 313–321, 1978.
- [27] S. K. Vanapalli, D. G. Fredlund, D. E. Pufahl, and A. W. Clifton, “Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 33, no. 3, pp. 379–392, 1996.
- [28] A. Bhardwaj, A. Bhardwaj, M. Sarda, and N. Bichewar, “Stability analysis and construction of highest gabion wall of its own kind in india-a case study,” *Journal of Mining and Environment*, vol. 15, no. 1, pp. 191–202, 2024.

Comparación de modelos Transformer para clasificar poesía en español

Comparing Transformer Models for Spanish Poetry Classification

J. C. Santana Becerril¹ , R. Alejo Eleuterio¹ *, S. M. Martínez Gallegos¹ , F. Del Razo López¹ , E. E. Granda Gutiérrez² , G. Miranda Piña³
(*ralejoe@toluca.tecnm.mx)

Recibido: 06 de noviembre de 2025 Aceptado: 08 de enero de 2026

RESUMEN

La poesía en español, por su riqueza estilística y el uso de recursos retóricos, plantea retos particulares para la clasificación automática. Cualquier sesgo en etapas clave, incluyendo la representación del texto, la arquitectura del modelo o el protocolo de evaluación, puede impactar el desempeño; por ello, resulta pertinente comparar familias de modelos bajo condiciones homogéneas. En este artículo se estudia la efectividad relativa de cuatro arquitecturas basadas en *Transformers* ampliamente utilizadas: BERT-base uncased (DCC), BERT-base cased (DCC), RoBERTa-base (BERTIN) y DistilBERT uncased (DCC). La metodología emplea un protocolo único de ajuste fino para cada modelo (mismos hiperparámetros iniciales, partición proporcional por clase y control de semilla), con evaluación mediante métricas estándar (accuracy, precision, recall, F1) y análisis cualitativo de *embeddings* antes y después del entrenamiento. El objetivo es identificar, en un escenario de datos limitados, qué arquitectura ofrece el mejor equilibrio entre rendimiento y costo computacional, así como caracterizar errores típicos asociados al estilo poético. Los hallazgos buscan ofrecer lineamientos reproducibles para la selección de modelos en *corpus* pequeños de poesía en lengua española. **Palabras clave:** Transformers, Clasificación de texto, Poesía en español, BERT, RoBERTa, DistilBERT

¹División de Estudios de Posgrado e Investigación, Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Toluca, Av. Tecnológico s/n, Col. Agrícola, Metepec 52149, México.

²Centro Universitario UAEM Atlacomulco, Universidad Autónoma del Estado de México, Km. 60 Carretera Toluca–Atlacomulco, Atlacomulco 50450, México.

³División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, Carretera Toluca–Atlacomulco km 44.8, Ejido de San Juan y San Agustín, Jocotitlán 50700, México.



ABSTRACT

Spanish poetry, with its stylistic richness and rhetorical devices, poses specific challenges for automatic classification. Any bias at key stages, including text representation, model architecture, or evaluation protocol, may affect performance; therefore, comparing model families under homogeneous conditions is pertinent. This article studies the relative effectiveness of four widely used *Transformer* architectures: BERT-base uncased (DCC), BERT-base cased (DCC), RoBERTa-base (BERTIN), and DistilBERT uncased (DCC). The methodology applies a single fine-tuning protocol (shared initial hyperparameters, stratified split, and seed control), evaluates with standard metrics (accuracy, precision, recall, F1), and includes a qualitative analysis of embeddings before and after training. The goal is to identify, in a limited-data scenario, which architecture offers the best balance between performance and computational cost, and to characterize typical errors linked to poetic style. The findings aim to provide reproducible guidelines for model selection on small Spanish poetry corpora. **Keywords:** Transformers, Text classification, Spanish poetry, BERT, RoBERTa, DistilBERT

INTRODUCCIÓN

La clasificación automática de poesía en español es relevante para el análisis literario, la curaduría digital y la recuperación temática de textos, pues permite identificar de forma sistemática estructuras estróficas y patrones métricos que complementan la labor del especialista humano y facilitan la gestión de grandes colecciones digitales [1, 2]. A diferencia de otros géneros, los poemas presentan alta variación formal, ambigüedad semántica y uso intensivo de recursos retóricos, lo que dificulta su representación y la separación consistente entre categorías como *amor* y *político-social*.

Una elección inadecuada del modelo o del protocolo de evaluación puede traducirse en bajo desempeño y conclusiones poco confiables, afectando la toma de decisiones sobre qué arquitectura aplicar en colecciones reales de poemas. Este problema se acentúa en escenarios con pocos datos y con distribuciones de clase altamente desbalanceadas, donde pequeñas variaciones en la muestra de entrenamiento pueden producir cambios notables en el rendimiento por clase y en la estabilidad de los modelos [3].

En este contexto, se plantea un estudio comparativo de cuatro arquitecturas *Transformer* ampliamente utilizadas: BERT-base uncased (DCC), BERT-base cased (DCC), RoBERTa-base (BERTIN) y DistilBERT uncased (DCC). El objetivo es identificar qué modelo ofrece el mejor equilibrio entre desempeño y costo computacional cuando el corpus es reducido y heterogéneo.

La metodología emplea un único protocolo de ajuste fino con hiperparámetros iniciales compartidos,

división de los datos que preserva la distribución por clase en entrenamiento, validación y prueba, y evaluación mediante métricas estándar (accuracy, precision, recall y F1 macro). Asimismo, se realiza un análisis cualitativo de *embeddings* antes y después del entrenamiento para explorar señales de separabilidad y patrones de error vinculados al estilo poético.

Este artículo se organiza de la siguiente manera: la Sección 2 presenta el estado del arte; la Sección 3 expone el marco teórico; la Sección 4 describe la metodología; la Sección 5 muestra los resultados; y la Sección 6 reúne las conclusiones y líneas futuras.

ESTADO DEL ARTE

La clasificación automática de textos literarios (en particular, de poesía) plantea retos adicionales frente a géneros informativos debido a la variación formal, la ambigüedad semántica y el uso intensivo de recursos retóricos. En este contexto, los modelos de lenguaje preentrenados basados en la arquitectura *Transformer* han desplazado progresivamente a enfoques utilizados previamente (SVM, CNN, LSTM) al ofrecer representaciones contextuales más ricas y transferibles entre tareas.

Para el español, la disponibilidad de modelos específicos ha sido determinante. BETO consolidó el uso de BERT preentrenado exclusivamente en español y mostró ventajas sobre baselines multilingües en múltiples tareas [4]. Posteriormente, la familia MarIA/BNE presentó modelos RoBERTa entrenados a gran escala con el corpus de la Biblioteca Nacional de España, ampliando sustancialmente la cobertura y calidad de los datos en español [5, 6]. En paralelo, variantes ligeras para español, como DistilBETO, buscaron reducir costo computacional manteniendo un rendimiento competitivo [7].

En dominios poéticos y cercanos, la evidencia reciente sugiere que los modelos basados en *Transformers* superan a arquitecturas anteriores cuando se dispone de un protocolo de ajuste fino controlado y datos curados. En un estudio con poemas de la *Poetry Foundation*, BERT alcanzó resultados de clasificación multicategoría que oscilaron por corpus y configuración, subrayando la sensibilidad a tokenización, longitud máxima de entrada y balanceo [8] de clases. Estos trabajos con BERT sobre poesía reportan mejoras frente a CNN/LSTM y discuten efectos de desbalance y tamaño de los conjuntos. De forma complementaria, en otras lenguas con recursos específicos (p. ej., árabe), AraBERT demostró el papel del preentrenamiento monolingüe en ganancias de precisión para clasificación y análisis de estilo [9].

Más allá del español, investigaciones en otras lenguas romances también han explorado la aplicación de modelos Transformer. En idiomas como el francés, el italiano y el portugués, el uso de modelos Transformer para la identificación y clasificación de textos ha mostrado resultados especialmente prometedores. En francés, modelos monolingües como CamemBERT han demostrado mejoras claras en tareas de clasificación de texto frente a modelos multilingües y métodos tradicionales [10], lo

que respalda la importancia de un preentrenamiento específico en la lengua para capturar matices léxicos y estilísticos propios. En italiano, trabajos recientes con variantes de BERT aplicadas a poesía han puesto de relieve su capacidad para manejar estructuras sintácticas poco canónicas y fenómenos léxico-semánticos propios del dominio literario [11], lo que abre la puerta a tareas de clasificación de estilo y época. De forma análoga, en portugués, modelos monolingües como BERTimbau se han empleado con éxito en la clasificación de poemas y de noticias [12], superando a representaciones basadas en word embeddings clásicos y evidenciando cómo factores como el desbalance de clases y la brevedad de los textos inciden en la estabilidad del entrenamiento y en la elección de métricas y estrategias de regularización.

MARCO TEÓRICO

La clasificación de textos es una aplicación central de la inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje automático (ML), en la que se asigna a cada documento x una etiqueta y partiendo de datos etiquetados y una función de pérdida adecuada. Su evaluación se realiza con métricas estándar como exactitud, precisión, exhaustividad y F1, recomendándose reportes por clase cuando existen posibles desequilibrios o ambigüedades [13]. En este contexto, el aprendizaje profundo (DL) aporta representaciones distribuidas que capturan regularidades semánticas y sintácticas de manera más rica que los enfoques puramente contadores [14].

Representaciones del texto

Las representaciones estáticas (p. ej., word2vec, GloVe, fastText) asignan un vector fijo a cada palabra a partir de grandes corpus, con buenos resultados para relaciones léxicas generales, aunque limitadas para la polisemia y el contexto [15–17]. Las representaciones contextuales, habilitadas por arquitecturas modernas, generan vectores dependientes del entorno del token, lo que mejora sensiblemente tareas de clasificación, especialmente en textos breves y con ambigüedad como la poesía [18, 19].

Arquitectura Transformer y modelos preentrenados

La arquitectura *Transformer* introduce el mecanismo de autoatención para modelar dependencias de corto y largo alcance sin recurrencia ni convoluciones, con entrenamiento estable y paralelizable [18]. Sobre esta base, los modelos preentrenados (PLMs) aprenden representaciones contextuales en grandes corpus y se adaptan a tareas específicas mediante el ajuste fino [19]. Entre los más usados para clasificación están los encoders bidireccionales tipo BERT y sus variantes compactas (DistilBERT) [20, 21].

En español, destacan opciones monolingües como BETO [4] y familias entrenadas en grandes colecciones hispanas (BERTIN y RoBERTa-BNE) [5, 6, 22], así como alternativas multilingües (mBERT, XLM-R) [20, 23]. La evidencia empírica sugiere que, cuando el corpus objetivo es enteramente en

español, los modelos monolingües alinean mejor vocabulario y estadísticas del idioma; los multilingües resultan atractivos si se persigue transferencia entre lenguas o se dispone de datos escasos.

Tokenización para español

Los modelos PLM emplean segmentación por subpalabras para equilibrar cobertura y tamaño de vocabulario. WordPiece (BERT/BETO) y BPE a nivel de byte (RoBERTa/GPT-2) son los enfoques predominantes; SentencePiece-Unigram es otra alternativa extendida [24–28]. En español, preservar diacríticos, mayúsculas y signos propios (¿¡) suele ser beneficioso; en corpus poéticos, la fragmentación estable y el respeto a clíticos y contracciones (“dámelo”, “poniéndose”) ayudan a retener señales sutiles de tema y estilo. Por comparabilidad, se recomienda utilizar siempre el tokenizador nativo del modelo evaluado y reportar longitud media en tokens y porcentaje de truncado.

Protocolos de evaluación

Para realizar comparaciones justas, es aconsejable fijar particiones (entrenamiento/validación/prueba), semillas aleatorias y criterios de selección, así como reportar F1 macro junto con métricas globales cuando hay clases potencialmente desbalanceadas o de difícil separación [13]. En poesía, la separación a nivel de poema evita fugas por textos similares; cuando es posible, controlar por autor/obra reduce la sobrestimación asociada a estilo idiosincrático.

En este trabajo, adoptamos F1 macro como métrica principal para evaluar de forma equitativa el desempeño en ambas categorías, particularmente relevante dada la sensibilidad de la poesía a ambigüedades temáticas. Los detalles operativos del protocolo (particionado estratificado, fijación de semillas y criterios de selección del mejor modelo) se describen en la Sección 4 (Metodología).

Implicaciones para este estudio

La naturaleza breve, metafórica y a menudo ambigua de la poesía en español sugiere que los modelos con representaciones contextuales finas y buen manejo de subpalabras deberían aventajar a enfoques más simples. Esta hipótesis está respaldada por estudios recientes que muestran cómo las representaciones contextuales capturan mejor la polisemia, la ironía y las metáforas, que son rasgos centrales del lenguaje poético, en comparación con embeddings estáticos o modelos no contextuales [8, 19].

En este marco, comparar BERT-base (cased/uncased, DCC), RoBERTa-base (familias BERTIN/BNE) y variantes distilled (DistilBERT/DistilBETO) es pertinente por cuatro razones teóricas:

- **Alineación lingüística (monolingüe vs. multilingüe).** Los modelos entrenados específicamente en español tienden a capturar mejor diacríticos, clíticos y flexión, rasgos frecuentes y semánticamente relevantes en poesía.
- **Unidad básica de segmentación.** WordPiece (BERT/BETO) y BPE a nivel de byte (RoBERTa)

inducen patrones de fragmentación distintos; ello puede afectar qué señales temáticas quedan disponibles por verso/estrofa.

- **Capacidad vs. eficiencia.** Las variantes *distilled* reducen parámetros y costo, lo que plantea la pregunta conceptual de cuánto rendimiento temático se pierde (o conserva) en textos cortos y figurativos.
- **Estabilidad semántica en textos breves.** En poemas con señales dispersas, la robustez de las representaciones contextuales frente a polisemia, metáfora e intertextualidad es crucial para separar motivos como *amor* y *político-social*.

Diferencias entre los modelos evaluados

Los cuatro modelos comparados en este estudio comparten la arquitectura base de Transformer, pero difieren en aspectos clave de su preentrenamiento, tokenización y diseño, lo que puede influir en su desempeño en tareas poéticas. A continuación se resumen sus características distintivas:

- **BERT-base (DCC):** Entrenado en español sobre un corpus extenso del Common Crawl. Utiliza tokenización WordPiece y aplica *Whole Word Masking* (WWM), lo que mejora la coherencia semántica en palabras compuestas o con clíticos (p.ej., “dámelo”). Viene en versiones *cased* (preserva mayúsculas y acentos) y *uncased* (normaliza a minúsculas) [29]. La preservación de mayúsculas es relevante en poesía, donde el uso estratégico de mayúsculas iniciales o acentos puede indicar énfasis o ironía.
- **RoBERTa-base (BERTIN):** Variante de RoBERTa entrenada en español sobre un conjunto de datos aún más grande (incluyendo libros y prensa histórica). Usa tokenización BPE a nivel de byte, que maneja mejor caracteres fuera del vocabulario y es más robusta ante variaciones ortográficas [30]. A diferencia de BERT, no utiliza segmentación por oraciones (no necesita token [SEP]) y fue entrenado con mayor tamaño de lote y más pasos de optimización, lo que suele traducirse en representaciones más estables.
- **DistilBERT (DCC):** Versión destilada de BERT-base *uncased*, con 40 % menos de parámetros [31]. Conserva gran parte del rendimiento en tareas de clasificación al retener el 95 % de la capacidad de BERT en promedio, pero con menor capacidad para capturar matices finos en contextos altamente ambiguos o metafóricos, como los comunes en la poesía.

Estas diferencias (especialmente en tokenización, sensibilidad a la forma ortográfica y capacidad contextual) son relevantes en un dominio como la poesía, donde la forma y el significado están

estrechamente entrelazados. Asimismo, la pérdida de señales como mayúsculas o acentos en versiones *uncased* puede diluir pistas estilísticas críticas.

METODOLOGÍA

Este estudio sigue un protocolo experimental diseñado para comparar de forma justa el desempeño de distintas arquitecturas *Transformer* en la clasificación temática de poesía en español. El flujo general comprende: (1) selección y curación de un corpus binario balanceado de poemas de Pablo Neruda; (2) partición estratificada en conjuntos de entrenamiento, validación y prueba; (3) evaluación de cuatro modelos preentrenados en español bajo dos estrategias de adaptación (*feature-based* y *fine-tuning*) utilizando sus tokenizadores nativos y un conjunto común de hiperparámetros; (4) cuantificación del desempeño mediante métricas estándar (accuracy, precisión, recall, F1 macro) y matrices de confusión; y (5) análisis cualitativo de las representaciones latentes mediante proyecciones UMAP y revisión de errores.

A continuación se detalla cada componente del protocolo.

Conjunto de datos

Sea $\mathcal{D} = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ con $N = 180$ poemas de Pablo Neruda. Cada x_i es el texto íntegro de un poema en español (versos y estrofas preservados) y el espacio de etiquetas es

$$\mathcal{Y} = \{\text{político-social, amor}\}.$$

La tarea es de *clasificación binaria*: dado x , el sistema estima $\hat{y} \in \mathcal{Y}$.

El conjunto de datos (180 poemas: 96 *Político-Social* y 84 *Amor*) tiene la forma `['text', 'label']`, donde `text` es el poema completo y `label` es la categoría como entero (0=*Amor*, 1=*Político-Social*).

Para el manejo del dataset se consideraron los siguientes factores: (1) Cobertura y trazabilidad: Se excluyen prólogos, notas editoriales, traducciones y duplicados/variantes mínimas. Se conservan metadatos (título, obra, fecha) cuando están disponibles. Se documentan criterios de inclusión/exclusión y licencias. (2) Distribución por clase: Conjunto prácticamente balanceado: $n_{\text{PS}} = 96$ y $n_{\text{AMOR}} = 84$ ($N = 180$). Véase la Figura 1 para el conteo por categoría. (3) Preparación: Se corrigieron únicamente errores evidentes de codificación/ortografía, preservando versificación, estrofas, puntuación y diacríticos. Además se verificó la unicidad por título y texto; en coincidencias casi idénticas, se conserva una sola versión.

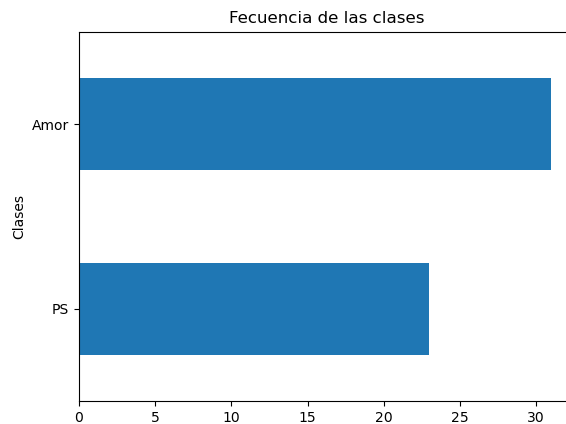


FIGURA 1. Conteo de poemas por categoría. *PS: Político–Social.

Modelos comparados

Para la experimentación se evaluaron cuatro modelos de lenguaje en español: BERT base cased, BERT base uncased, DistilBERT y RoBERTa (BERTIN).¹

- **BERT-base cased:** dccuchile/bert-base-spanish-wwm-cased.
- **BERT-base uncased:** dccuchile/bert-base-spanish-wwm-uncased.
- **DistilBERT ES uncased:** dccuchile/distilbert-base-spanish-uncased.
- **RoBERTa-base (BERTIN):** bertin-project/bertin-roberta-base-spanish.

Estrategias de uso

1. **Fine-tuning:** codificador + cabeza densa (2 salidas), entrenamiento conjunto con entropía cruzada; selección del mejor *checkpoint* por F1 macro en validación.
2. **Feature-based:** codificador congelado, representación fija por poema mediante *mean pooling* del `last_hidden_state` (enmascarando [PAD]), y clasificador lineal (regresión logística).

Preprocesamiento y tokenización

Se empleó tokenización por subpalabras, alineada con el preentrenamiento de cada modelo. A modo de ejemplo, con WordPiece (BERT) la segmentación para dos versos de *Los enemigos* introduce [CLS] al inicio, [SEP] al final y [PAD] para relleno; en RoBERTa se usan <s>, </s> y <pad>. Las variantes

¹DistilBERT es una versión destilada de BERT que conserva alta efectividad con menor costo computacional.

uncased convierten a minúsculas, mientras que las *cased* y RoBERTa preservan mayúsculas y acentos. En WordPiece, el prefijo ## denota continuación de palabra.

Las secuencias se truncaron a `max_length = 512` y se aplicó *padding* dinámico por lote, preservación de saltos de verso/estrofa, puntuación y diacríticos. Se usó `attention_mask` para ignorar [PAD], donde la *attention mask* marcó con 1 los tokens válidos y con 0 el relleno. Se utilizó el tokenizador nativo de cada modelo.

Configuración de entrenamiento

Para realizar la experimentación el dataset se particionó de manera proporcional y reproducible con `seed = 42`. Primero, `[train : test] = [70 % : 30 %]`; luego, el 10 % de train se destinó para validación, resultando `[train : val : test] = [63 % : 7 % : 30 %]`. Por lo tanto con $N = 180$: $N_{\text{train}} = 113$, $N_{\text{val}} = 13$ y $N_{\text{test}} = 54$. La misma partición se reutiliza en todas las comparaciones, preservando las proporciones por clase en cada subconjunto.

Los hiperparámetros utilizados se fijaron de forma común a todos los modelos y se seleccionaron siguiendo las recomendaciones estándar en la literatura para tareas de clasificación con Transformers en corpus de tamaño reducido [4, 20, 21]. Específicamente, se empleó el optimizador AdamW con tasa de aprendizaje de $5e-5$, un valor ampliamente adoptado en ajuste fino monolingüe para español. El tamaño de lote (`batch size = 16`) se eligió tras evaluar 8, 16 y 32 en un subconjunto de validación preliminar, priorizando estabilidad en la convergencia sin sobreajuste. El número máximo de épocas (32) y la paciencia para la detención temprana (4 épocas sin mejora en F1 macro sobre validación) se establecieron para permitir convergencia suficiente incluso en los modelos más lentos, mientras se evitaba sobreentrenamiento.

La misma configuración se aplicó a los cuatro modelos sin ajuste individualizado, garantizando así que las diferencias de desempeño reflejen propiedades intrínsecas de las arquitecturas y no ventajas derivadas de una sintonización selectiva de hiperparámetros.

Métricas

Como métrica primaria se determinó usar F1–macro. Se reportan además exactitud (Acc), precisión macro, recall macro y matrices de confusión normalizadas. Salvo indicación, las métricas se calculan sobre el conjunto de pruebas fijo (70 / 30; `seed = 42`). Cuando se promedian r corridas (misma partición, diferentes inicializaciones), se informa $\text{media} \pm \text{desviación estándar}$.

Selección de modelo y detención temprana

El mejor modelo se elige por F1–macro en validación. Entrenamiento con detención temprana tras 4 épocas sin mejora (límite superior: 32). El mejor *checkpoint* se congela antes de evaluar en el conjunto

de prueba.

Reproducibilidad

La semilla global se estableció en 42 y misma partición estratificada [63 %:7 %:30 %] (train:val:test) reutilizada en todas las comparaciones. En cuanto al entorno de ejecución, se tienen las siguientes especificaciones: Python 3.12.7; SO/Plataforma Linux-6.11.0; PyTorch 2.8.0; Transformers 4.55.0; Datasets 4.0.0; Tokenizers 0.21.4; NumPy 2.0.1; Pandas 2.3.1; CUDA disponible: True; versión CUDA: rocm6.4; cuDNN: 3004000; GPU: AMD Radeon RX 7800 XT (1 dispositivo).

RESULTADOS

Esta sección presenta los hallazgos empíricos del estudio comparativo entre cuatro arquitecturas *Trans-former* en la clasificación temática de poesía en español. Se reportan los resultados obtenidos bajo dos estrategias de adaptación (*feature-based* y *fine-tuning*), evaluadas sobre un conjunto de prueba fijo de 54 poemas. El análisis incluye métricas cuantitativas (accuracy, precisión, recall y F1 macro), matrices de confusión, proyecciones UMAP de las representaciones latentes y un examen cualitativo de los patrones de error. El objetivo es contrastar el desempeño absoluto de cada modelo, y de cómo sus diferencias arquitectónicas y de tokenización se traducen en comportamientos distintos ante las ambigüedades propias del lenguaje poético.

Tratamiento del conjunto de datos

La Figura 2 compara la distribución por categoría (train: 113; val: 13; test: 54). En los tres casos se mantiene la ligera mayoría de *Político-Social*, confirmando que la partición estratificada conservó el balance de forma consistente.

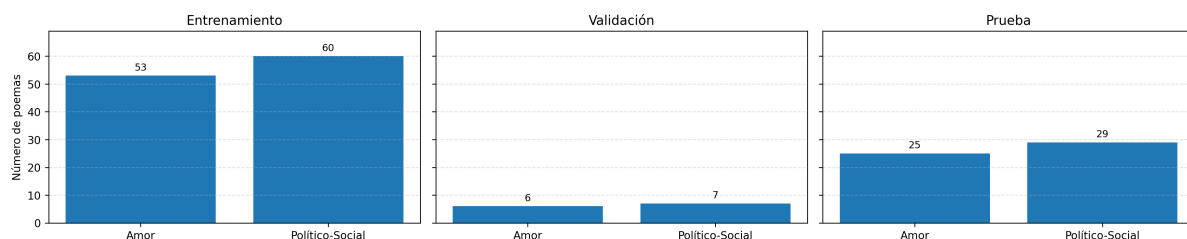


FIGURA 2. Distribución por categoría en los tres subconjuntos: entrenamiento, validación y prueba.

Resultados del Transformer como extractor de características

Luego de que se congela el codificador y se obtienen representaciones fijas por poema mediante *mean pooling* de *last_hidden_state* (enmascarando [PAD]). Sobre dichas representaciones se entrena un clasificador lineal (regresión logística) con la misma partición estratificada. La Tabla 1 resume las métricas macro por modelo; la Figura 3 muestra las matrices de confusión.

Modelo	Accuracy	Prec.-macro	Recall-macro	F1-macro
BERT-base uncased (DCC)	0.926	0.925	0.925	0.925
BERT-base cased (DCC)	0.926	0.939	0.920	0.924
RoBERTa-base (BERTIN)	0.852	0.851	0.851	0.851
DistilBERT uncased (DCC)	0.852	0.854	0.848	0.850

Tabla 1. Resultados con extractor de características (clasificador lineal).

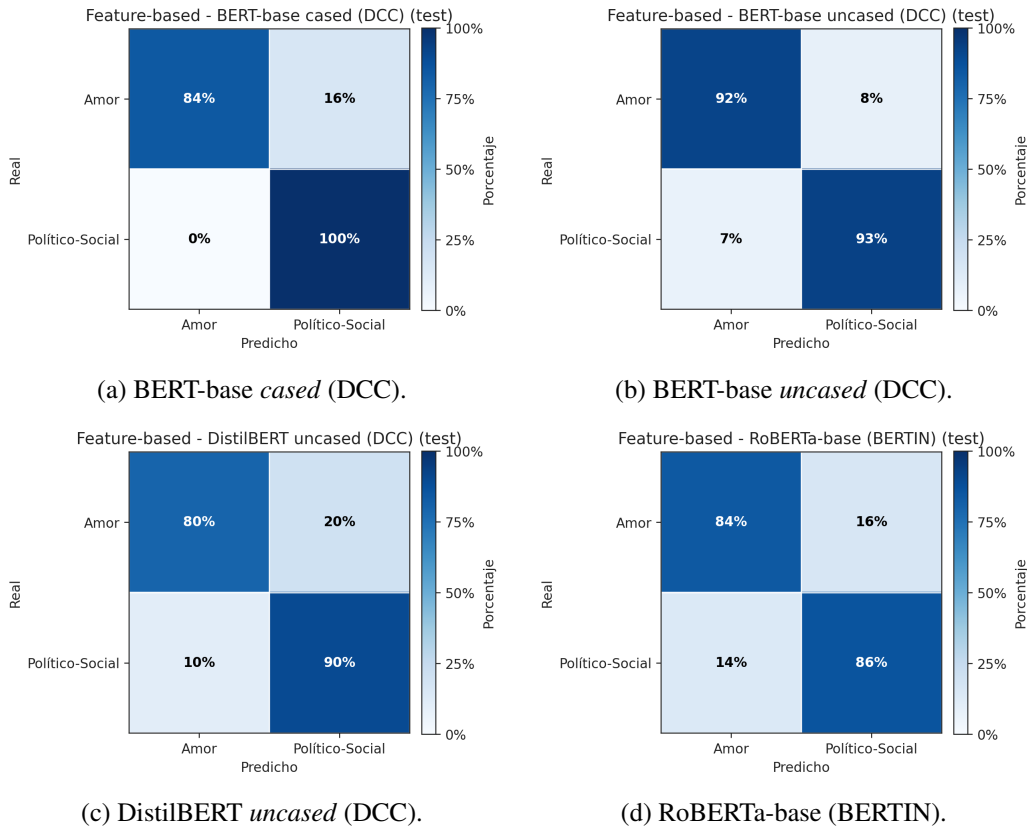


FIGURA 3. Matrices de confusión con enfoque *feature-based*.

Resultados de clasificación

La Tabla 2 resume el desempeño por modelo en *test*, mostrando que RoBERTa-base (BERTIN) alcanza el F1 macro más alto (0.926), seguido por BERT-base *cased* (0.889). Las matrices de confusión de la Figura 4 confirman que RoBERTa comete el menor número de errores y los más equilibrados entre clases.

Modelo	Accuracy	F1 macro	Prec. macro	Rec. macro
RoBERTa-base (BERTIN)	0.926	0.926	0.931	0.931
BERT-base <i>cased</i> (DCC)	0.889	0.889	0.903	0.897
BERT-base <i>uncased</i> (DCC)	0.870	0.870	0.891	0.879
DistilBERT <i>uncased</i> (DCC)	0.870	0.870	0.891	0.879

Tabla 2. Resultados con afinación del modelo (mejor *checkpoint* por validación; métricas en *test*).

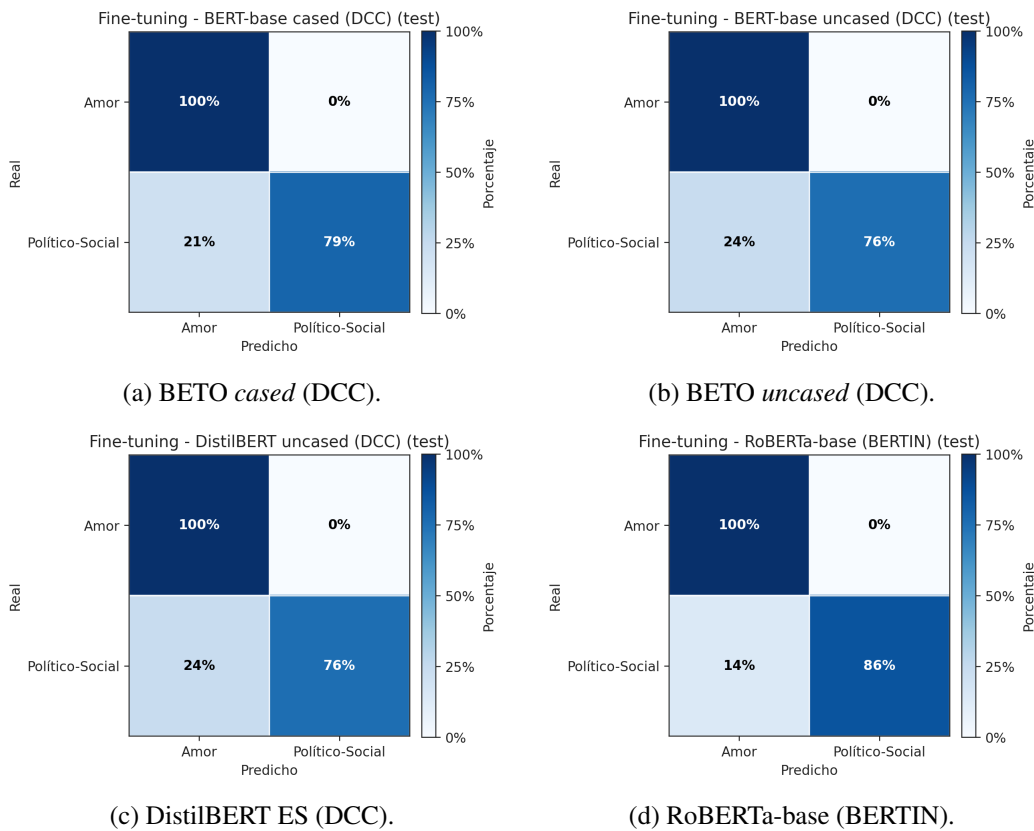


FIGURA 4. Matrices de confusión en *fine-tuning*.

El análisis comparativo de las Tablas 1 y 2 revela dos hallazgos. Primero, la estrategia de fine-tuning invierte el orden de desempeño observado en el enfoque *feature-based*: mientras que en este último los

modelos BERT (DCC) superan a RoBERTa (BERTIN), tras el ajuste fino es precisamente RoBERTa quien alcanza el F1 macro más alto (0.926). Esto sugiere que RoBERTa se beneficia más del ajuste fino en tareas de alta exigencia semántica como la poesía.

En segundo sitio, DistilBERT muestra un desempeño idéntico al de BERT-base *uncased* en el fine-tuning ($F1 = 0.870$), a pesar de tener 40 % menos de parámetros. Esto indica que, en un corpus pequeño, la capacidad expresiva adicional de BERT no se traduce en ganancias, y que DistilBERT conserva suficiente información para la tarea. Sin embargo, su rendimiento en el enfoque *feature-based* es inferior al de BERT.

Estructura latente: proyecciones UMAP

Para inspección cualitativa, se proyectaron a 2D (UMAP, *cosine*, *n_neighbors*=15, *min_dist*=0.1) las representaciones del conjunto de prueba antes (encoder congelado) y después del fine-tuning. En general:

- **Antes:** solapamiento notable entre *Amor* y *Político–Social*; cúmulos incipientes y fronteras difusas, con poca variación entre arquitecturas.
- **Después:** mayor cohesión intra-clase y menor solapamiento visual en todos los modelos, consistente con el aumento de F1 en *test*.

Este patrón sugiere que, en un régimen de datos limitados, el proceso de fine-tuning tiene un impacto más determinante en la organización latente del espacio de representación que las diferencias arquitectónicas iniciales entre los modelos. Es decir, aunque las arquitecturas parten de distintas distribuciones contextuales, el ajuste fino sobre una tarea específica tiende a superar esas diferencias iniciales, alineando las representaciones hacia la separabilidad requerida por la clasificación.

Las proyecciones UMAP (Figura 5) ofrecen una visión complementaria. Antes del *fine-tuning*, todas las arquitecturas muestran un solapamiento significativo entre categorías, con fronteras difusas e inestables. Tras el ajuste fino, en cambio, se observa una clara cohesión intraclassa y separación interclase en los cuatro modelos, lo que visualmente respalda el incremento en F1 macro.

Crucialmente, el cambio inducido por el *fine-tuning* es mucho más pronunciado que las diferencias iniciales entre arquitecturas. Esto sugiere que, en dominios de datos limitados, como la poesía, el protocolo de adaptación tiene un peso mayor que la elección inicial del modelo base.

Análisis comparativo de errores

Aunque todas las configuraciones muestran alta precisión, las matrices de confusión revelan diferencias sutiles en los patrones de error entre arquitecturas:

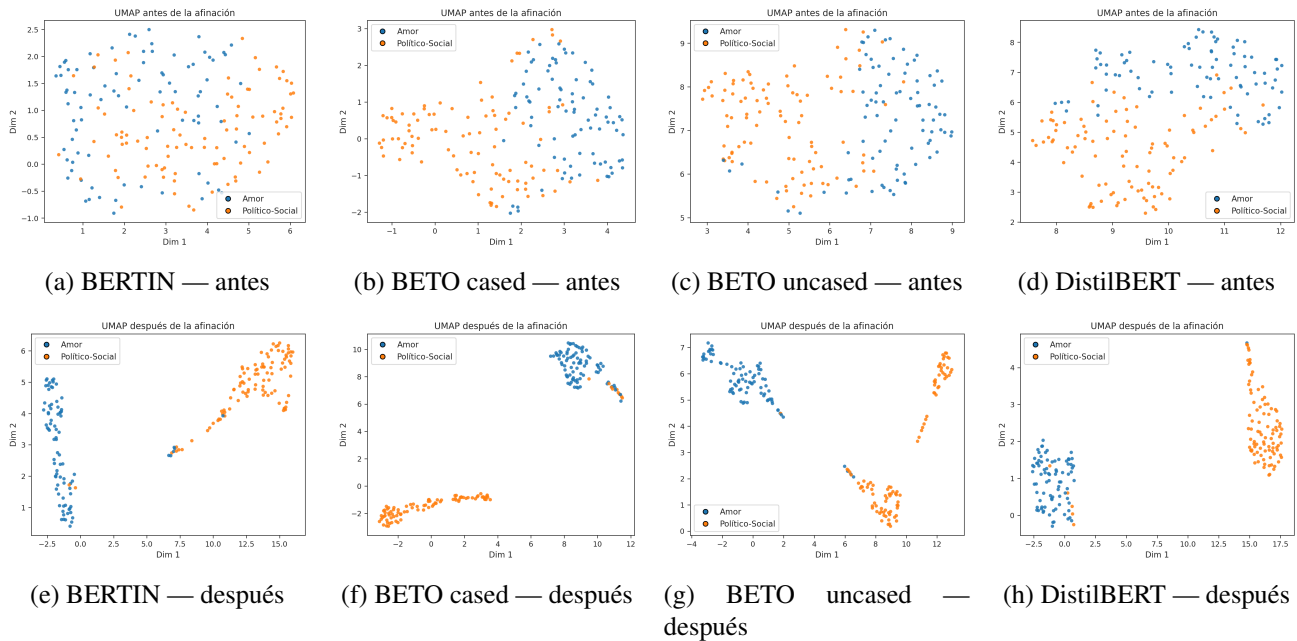


FIGURA 5. UMAP en *test*: cuatro modelos (columnas) con estados *antes* y *después* de la afinación (filas).

- **BERT-base (*cased* y *uncased*)**: cometen principalmente errores de tipo *falso negativo* en la clase *Amor* (es decir, poemas de amor clasificados como *Político-Social*), especialmente en textos con metáforas históricas o referencias colectivas.
- **RoBERTa-base (BERTIN)**: tras el *fine-tuning*, muestra el menor número total de errores (solo 4 en el conjunto de prueba) y los más equilibrados entre clases, lo que se refleja en su F1 macro más alto (0.926).
- **DistilBERT uncased**: presenta una tendencia ligeramente mayor a *falsos positivos* en *Político-Social*, posiblemente por su menor capacidad para capturar matices contextuales finos dada su arquitectura reducida.
- En general, el enfoque *feature-based* incrementa la confusión en todos los modelos respecto al *fine-tuning*, con errores más concentrados en la clase minoritaria (*Amor*), lo que sugiere que el ajuste fino mejora la sensibilidad a señales temáticas sutiles.

Estos patrones cualitativos concuerdan con las métricas cuantitativas y refuerzan la hipótesis de que la capacidad contextual fina, especialmente en arquitecturas completas como RoBERTa, es clave para distinguir motivos ambiguos en poesía.

El análisis cualitativo de los errores confirma que la principal fuente de confusión radica en poemas con motivos híbridos o metáforas densas. Por ejemplo, textos que vinculan el amor con la lucha social

(“amor colectivo”) o que usan la naturaleza como símbolo político generan ambigüedad razonable incluso para humanos. No obstante, RoBERTa demuestra mayor robustez en estos casos frontera, lo que atribuimos a su capacidad para modelar dependencias contextuales de largo alcance y su sensibilidad a matices léxico-semánticos.

En contraste, las versiones *uncased* (BERT y DistilBERT) pierden información valiosa al normalizar mayúsculas y acentos, lo que en poesía puede eliminar pistas estilísticas críticas (por ejemplo, el uso deliberado de “Patria” en mayúscula para evocar nacionalismo). Esto pone en evidencia la importancia de preservar la forma textual original en dominios literarios.

CONCLUSIONES

Este trabajo evaluó el impacto de la tokenización y de las estrategias de entrenamiento (extractor de características vs. ajuste fino) en modelos *Transformer* en español para la clasificación temática de poesía. Bajo una configuración comparable (misma partición y F1 macro como métrica primaria), encontramos que la tokenización condiciona directamente el desempeño: las diferencias entre WordPiece y byte-level BPE afectan la cobertura de diacríticos y clíticos, la longitud en tokens, el riesgo de truncado y el costo computacional, lo que en conjunto determina el techo de calidad alcanzable. Asimismo, el ajuste fino del *backbone* supera sistemáticamente el uso del modelo como simple extractor de características al reducir la confusión de *Amor* hacia *Político–Social* y lograr un desempeño más equilibrado entre categorías.

En términos de arquitecturas, los modelos tipo RoBERTa en español ofrecieron un buen compromiso entre estabilidad de convergencia y rendimiento, mientras que BERT-ES con *whole-word masking* mostró robustez en segmentaciones difíciles. Por su parte, las variantes destiladas (p.ej., DistilBERT-ES) destacaron por su eficiencia inherente ampliamente documentada en la literatura [7, 21], con una penalización moderada en F1, resultando adecuadas cuando existen restricciones de latencia o recursos. Finalmente, la reproducibilidad se confirmó como un factor crítico: fijar semillas, mantener la partición constante y aplicar *early stopping* coherente permitió comparaciones limpias y resultados replicables.

Implicaciones prácticas

Cuando el objetivo es maximizar calidad y se dispone de GPU, conviene preferir el ajuste fino de un modelo RoBERTa-ES o BERT-ES con *whole-word masking*, apoyado por *early stopping* y regularización ligera. Para despliegues con restricciones de latencia o memoria, un modelo destilado resulta competitivo y, si es necesario, puede emplearse como *feature extractor* acoplado a un clasificador ligero. En todos los casos, la higiene de tokenización y un preprocesamiento mínimo alineado con el *checkpoint* del modelo generan mejoras desproporcionadas respecto a su costo.

Limitaciones

Este estudio presenta dos restricciones deliberadas que limitan la generalización de sus hallazgos, pero que fueron impuestas para garantizar un análisis comparativo controlado. En primer lugar, el corpus se compone exclusivamente de poemas de Pablo Neruda (Chile, siglo XX), lo que elimina la variabilidad debida a autoría, época histórica y variación geográfica. En segundo lugar, la tarea se reduce a una clasificación binaria entre los temas *amor* y *político-social*, a pesar de que la poesía en español abarca una gama temática mucho más amplia (p. ej., naturaleza, existencial, religiosa, etc.).

Estas decisiones responden a una estrategia metodológica intencional: al fijar el autor y simplificar la taxonomía temática, se aíslan las variables que podrían confundir la evaluación del impacto relativo de las arquitecturas Transformer y sus protocolos de adaptación. Reconocemos, no obstante, que estos factores (la diversidad autoral y la riqueza temática) son esenciales en escenarios reales de clasificación poética, y que su ausencia limita la extrapolación de los resultados a corpus heterogéneos. Por ello, consideramos fundamental abordar estos aspectos en futuras investigaciones mediante la inclusión de múltiples autores, épocas y regiones, así como la extensión a taxonomías multiclase más representativas.

Trabajo futuro

Futuras extensiones pueden evaluar la robustez ante ruido ortográfico, *code-switching* y variación dialectal, adoptar un enfoque *data-centric* que priorice curación, balanceo y *augmentation* semántico, e incorporar adaptación eficiente en parámetros (adapters/LoRA), *prefix tuning* y precisión mixta para abaratar entrenamiento. También es pertinente profundizar en análisis interpretables a nivel de subpalabras y versos para vincular fallos con patrones lingüísticos, y ampliar el conjunto de métricas con calibración, curvas Precision-Recall por clase y mediciones de costo/latencia por predicción.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su sincero agradecimiento al Tecnológico Nacional de México y al Instituto Tecnológico de Toluca por el apoyo brindado. El primer autor agradece a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) la beca otorgada para sus estudios de posgrado.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Julio Cesar Santana Becerril: Conceptualización, Metodología, Software, Análisis formal, Investigación, Redacción (borrador original). **Roberto Alejo Eleuterio:** Supervisión, Metodología, Análisis de resultados, Redacción (revisión y edición). **Sonia Mireya Martínez Gallegos:** Supervisión, Validación metodológica, Revisión crítica del manuscrito. **Federico Del Razo López:** Metodología, Análisis formal, Redacción (revisión y edición). **Everardo Efrén Granda Gutiérrez:** Investigación,

Curación de datos, Revisión. **Grisel Miranda Piña**: Recursos, Asesoría técnica, Revisión.

REFERENCIAS

- [1] G. Marco, J. De La Rosa, J. Gonzalo, S. Ros, and E. Gonzalez-Blanco, “Automated Metric Analysis of Spanish Poetry: Two Complementary Approaches,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 51 734–51 746, 2021.
- [2] A. Perez Pozo, J. De La Rosa, S. Ros, E. Gonzalez-Blanco, L. Hernandez, and M. De Sisto, “A bridge too far for artificial intelligence?: Automatic classification of stanzas in Spanish poetry,” *Journal of the Association for Information Science and Technology*, vol. 73, no. 2, pp. 258–267, Feb. 2022.
- [3] J. M. Johnson and T. M. Khoshgoftaar, “Survey on deep learning with class imbalance,” *Journal of Big Data*, vol. 6, no. 1, p. 27, Dec. 2019.
- [4] J. Cañete, S. Donoso, F. Bravo-Marquez, A. Carvallo, and V. Araujo, “Spanish pre-trained bert model and evaluation data,” in *Proceedings of PML4DC at ICLR*, 2020. [Online]. Available: <http://ceur-ws.org/Vol-2421/>
- [5] A. Gutiérrez-Fandiño, J. Armengol-Estapé, M. Pàmies, J. Llop-Palao, J. Silveira-Ocampo, C. P. Carrino, A. Gonzalez-Agirre, C. Armentano-Oller, C. Rodriguez-Penagos, and M. Villegas, “Maria: Spanish language models,” *arXiv preprint arXiv:2107.07253*, 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2107.07253>
- [6] PlanTL-GOB-ES, “PlanTL-GOB-ES/roberta-base-bne – model card,” Hugging Face, 2021, roBERTa entrenado con el corpus de la Biblioteca Nacional de España (BNE). [Online]. Available: <https://huggingface.co/PlanTL-GOB-ES/roberta-base-bne>
- [7] J. Cañete, S. Donoso, F. Bravo-Marquez, A. Carvallo, and V. Araujo, “Albeto and distilbeto: Lightweight spanish language models,” in *Proceedings of the 13th Language Resources and Evaluation Conference (LREC 2022)*. Marseille, France: European Language Resources Association (ELRA), 2022. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/2022.lrec-1.457/>
- [8] T. Ceccon Silveira, “Applying BERT language model to poem classification: A study on data imbalance issues,” Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Tech. Rep., 2023. [Online]. Available: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/259959/001172384.pdf>

- [9] W. Antoun, F. Baly, and H. Hajj, “Arabert: Transformer-based model for arabic language understanding,” in *Proceedings of the 4th Workshop on Open-Source Arabic Corpora and Processing Tools (OSACT4)*. Marseille, France: European Language Resources Association (ELRA), may 2020. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/2020.osact-1.2/>
- [10] L. Martin, B. Muller, P. J. Ortiz Suarez, Y. Dupont, L. Romary, E. De La Clergerie, D. Seddah, and B. Sagot, “CamemBERT: a Tasty French Language Model,” in *Proceedings of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*. Online: Association for Computational Linguistics, 2020, pp. 7203–7219.
- [11] R. Delmonte and N. Busetto, “Stress Test for Bert and Deep Models: Predicting Words from Italian Poetry,” *International Journal on Natural Language Computing*, vol. 11, no. 6, pp. 15–37, Dec. 2022. [Online]. Available: <https://aircconline.com/ijnlc/V11N6/11622ijnlc02.pdf>
- [12] I. N. Santana, R. S. Oliveira, and E. G. S. Nascimento, “Text Classification of News Using Transformer-based Models for Portuguese,” *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, vol. 20, no. 5, pp. 33–59, Oct. 2022. [Online]. Available: <https://www.iiisci.org/DOIJSCI/SA702PC22>
- [13] M. Sokolova and G. Lapalme, “A systematic analysis of performance measures for classification tasks,” *Information Processing & Management*, vol. 45, no. 4, pp. 427–437, 2009.
- [14] Y. Bengio, A. Courville, and P. Vincent, “Representation learning: A review and new perspectives,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 35, no. 8, pp. 1798–1828, 2013.
- [15] T. Mikolov, K. Chen, G. S. Corrado, and J. Dean, “Efficient estimation of word representations in vector space,” in *International Conference on Learning Representations*, 2013. [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:5959482>
- [16] J. Pennington, R. Socher, and C. D. Manning, “Glove: Global vectors for word representation,” in *Proceedings of EMNLP*, 2014, pp. 1532–1543. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/D14-1162/>
- [17] P. Bojanowski, E. Grave, A. Joulin, and T. Mikolov, “Enriching word vectors with subword information,” *Transactions of the Association for Computational Linguistics*, vol. 5, pp. 135–146, 2017. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/Q17-1010/>

- [18] A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A. N. Gomez, L. Kaiser, and I. Polosukhin, “Attention is all you need,” *CoRR*, vol. abs/1706.03762, 2017. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1706.03762>
- [19] B. Min, H. Ross, E. Sulem, A. P. B. Veyseh, T. H. Nguyen, O. Sainz, E. Agirre, I. Heintz, and D. Roth, “Recent advances in natural language processing via large pre-trained language models: A survey,” *ACM Comput. Surv.*, vol. 56, no. 2, sep 2023.
- [20] J. Devlin, M. Chang, K. Lee, and K. Toutanova, “Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding,” in *Proceedings of NAACL-HLT*, 2019, pp. 4171–4186. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/N19-1423/>
- [21] V. Sanh, L. Debut, J. Chaumond, and T. Wolf, “Distilbert, a distilled version of BERT: smaller, faster, cheaper and lighter,” *CoRR*, vol. abs/1910.01108, 2019. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1910.01108>
- [22] J. de la Rosa, E. G. Ponferrada, P. Villegas, P. González de Prado Salas, M. Romero, and M. Grandury, “Bertin: Efficient pre-training of a spanish language model using perplexity sampling,” *arXiv preprint arXiv:2207.06814*, 2022. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2207.06814>
- [23] A. Conneau, K. Khandelwal, N. Goyal, V. Chaudhary, G. Wenzek, F. Guzmán, E. Grave, M. Ott, L. Zettlemoyer, and V. Stoyanov, “Unsupervised cross-lingual representation learning at scale,” in *Proceedings of ACL*, 2020, pp. 8440–8451. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/2020.acl-main.747/>
- [24] M. Schuster and K. Nakajima, “Japanese and korean voice search,” in *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2012, pp. 5149–5152.
- [25] R. Sennrich, B. Haddow, and A. Birch, “Neural machine translation of rare words with subword units,” in *Proceedings of ACL*, 2016, pp. 1715–1725. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/P16-1162/>
- [26] T. Kudo and J. Richardson, “Sentencepiece: A simple and language independent subword tokenizer and detokenizer for neural text processing,” in *Proceedings of EMNLP: System Demonstrations*, 2018, pp. 66–71. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/D18-2012/>
- [27] A. Radford, J. Wu, R. Child, D. Luan, D. Amodei, and I. Sutskever, “Language models are unsupervised multitask learners,” *OpenAI Technical Report*, 2019, gPT-2 tokenizer uses byte-level

BPE. [Online]. Available: https://cdn.openai.com/better-language-models/language_models_are_unsupervised_multitask_learners.pdf

- [28] Y. Liu, M. Ott, N. Goyal, J. Du, M. Joshi, D. Chen, O. Levy, M. Lewis, L. Zettlemoyer, and V. Stoyanov, “Roberta: A robustly optimized bert pretraining approach,” *arXiv preprint arXiv:1907.11692*, 2019. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1907.11692>
- [29] J. Cañete, G. Chaperon, R. Fuentes, J.-H. Ho, H. Kang, and J. Pérez, “Spanish Pre-trained BERT Model and Evaluation Data,” 2023, version Number: 1. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2308.02976>
- [30] A. Gutiérrez-Fandiño, J. Armengol-Estapé, M. Pàmies, J. Llop-Palao, J. Silveira-Ocampo, C. P. Carrino, C. Armentano-Oller, C. Rodriguez-Penagos, A. Gonzalez-Agirre, and M. Villegas, “MarIA: Spanish Language Models,” *Procesamiento del Lenguaje Natural*, pp. 39–60, 2022.
- [31] J. Cañete, S. Donoso, F. Bravo-Marquez, A. Carvalho, and V. Araujo, “ALBETO and DistilBETO: Lightweight Spanish language models,” in *Proceedings of the Thirteenth Language Resources and Evaluation Conference*, N. Calzolari, F. Béchet, P. Blache, K. Choukri, C. Cieri, T. Declerck, S. Goggi, H. Isahara, B. Maegaard, J. Mariani, H. Mazo, J. Odijk, and S. Piperidis, Eds. Marseille, France: European Language Resources Association, Jun. 2022, pp. 4291–4298. [Online]. Available: <https://aclanthology.org/2022.lrec-1.457/>

Transformada Wavelet en el Análisis de Series de Tiempo Caóticas

Wavelet Transform in the Analysis of Chaotic Time Series

E. Jiménez-López¹ * , N. Plata-Cesar² 
(*ejimenezl@uaemex.mx)

Recibido: 30 de septiembre de 2025 Aceptado: 30 de octubre de 2025

RESUMEN

En este escrito se realiza la evaluación de un sistema caótico con múltiples atractores a través del análisis de series temporales con la transformada Wavelet. Esta técnica permite analizar las fluctuaciones de tiempo-frecuencia en diferentes resoluciones, permitiendo identificar patrones complejos y transitorios en las series de tiempo caóticas. Con la transformada Wavelet se realiza la representación visual de las potencias más elevadas de una dinámica caótica que puede facilitar el entendimiento del sistema respecto a cómo evoluciona a lo largo del tiempo y en distintas

escalas. Además, identifica patrones transitorios, detecta eventos o cambios en la serie de tiempo, lo que es útil para identificar las condiciones de transición de un estado caótico. Por lo tanto, la descomposición multiresolución de la transformada wavelet ayuda a mejorar la exactitud de los modelos predictivos de series temporales que incluyen una dinámica caótica.

Palabras clave: Sistema caótico, múltiples atractores, transformada wavelet, análisis multiresolución

ABSTRACT

In this paper, we evaluate a chaotic system with multiple attractors through time series analysis using the wavelet transform. This technique allows for the analysis of time-frequency fluctuations at different resolutions, enabling the identification of

complex and transient patterns in chaotic time series. The wavelet transform provides a visual representation of the highest powers of chaotic dynamics, which can facilitate understanding of the system's evolution over time and at different

¹Centro de Investigación y Estudios Avanzados de la Población, Universidad Autónoma del Estado de México.

²Unidad Académica Profesional Tianguistenco, Universidad Autónoma del Estado de México.



scales. Furthermore, it identifies transient patterns, detects events, or changes in the time series, which is useful for identifying transition conditions from a chaotic state. Therefore, the multiresolution decomposition of the wavelet transform helps improve the accuracy of predictive models of time series that include chaotic dynamics.

Keywords: *Chaotic system, multiple attractors, wavelet transform, multiresolution analysis*

INTRODUCCIÓN

En este escrito se lleva a cabo una implementación numérica y una evaluación correspondiente de un sistema caótico que produce múltiples atractores mediante el estudio de las series temporales con la transformación Wavelet. Esta técnica permite analizar las fluctuaciones de tiempo-frecuencia en diferentes resoluciones, lo que ayuda a identificar patrones complejos y transitorios en las series de tiempo caóticas. El análisis con la transformada wavelet se basa en el análisis multiresolución que descompone la señal en componentes de diferentes escalas y frecuencias, lo que permite examinar tanto las fluctuaciones a largo plazo como las fluctuaciones a corto plazo [1].

La conducta de muchos procesos o fenómenos naturales es no lineal, por ejemplo, el meteorólogo Edward Lorenz intentó realizar una predicción atmosférica que abarcara más de cuatro o cinco días al inicio de la década de los sesenta. Para tal circunstancia, se tomó en cuenta un modelo de tres ecuaciones no lineales con tres variables independientes, logrando disminuir el elevado número de variables que podrían participar en este tipo de sistemas. Este modelo únicamente caracterizó de manera cualitativa la forma en que el clima evolucionó de manera caótica [2].

Una de las principales propiedades de los sistemas caóticos es su elevada sensibilidad a las condiciones iniciales. Pequeños cambios en la fase inicial de un proceso pueden resultar en grandes discrepancias al final del mismo. Hay una amplia gama de osciladores caóticos que se han implementado numéricamente, como son los sistemas de Lorenz, Rössler, Chua, entre otros [3].

Este trabajo emplea la transformada wavelet para describir las series temporales caóticas en lo que respecta a la distribución de su energía y ofrecer información complementaria acerca del sistema con múltiples atractores caóticos, con este análisis se identifican patrones y transiciones características de la dinámica caótica. La visualización de la dinámica caótica por medio de la transformada es como un espectrograma de potencia, que pueden ayudar a comprender la evolución de la dinámica caótica en el tiempo y en diferentes escalas [4-6].

La capacidad de adaptarse a datos no estacionarios es una de las ventajas que ofrece la transformada wavelet para el análisis de series temporales caóticas. Las series de tiempo caóticas son inherentemente no estacionarias, por eso resulta ideal la utilización de la transformada wavelet para este tipo de datos.

Además, identifica patrones transitorios, detecta eventos o cambios en la serie de tiempo siendo útil para identificar las condiciones de transición de un estado caótico a otro [7].

La transformada wavelet reduce el ruido, ayuda a filtrar el ruido no deseado de la serie de tiempo, analiza la dinámica en múltiples escalas, facilitando la identificación de las características caóticas subyacentes y revelando patrones y características que no serían evidentes con el análisis tradicional de Fourier [8,9].

La transformada wavelet ha sido utilizada para analizar series de tiempo caóticas generadas por sistemas numéricos, electrónicos o físicos. La descomposición en múltiples resoluciones de la transformada wavelet tiene el potencial de incrementar la precisión de los modelos que predicen series temporales. Puede ser utilizada para analizar señales electroencefalográficas (EEG) o electrocardiográficas (ECG) en busca de patrones asociados con estados caóticos o irregulares [10].

Considerando lo anterior, este trabajo se estructuró de la forma: en la sección siguiente, una descripción general de la transformada wavelet en su versión discreta; después, una descripción general de la implementación numérica del atractor caótico con varios enrosques; posterior, el análisis que se realizó en las series temporales caóticas numéricas y, finalmente, las conclusiones.

TRANSFORMADA WAVELET

En términos matemáticos la transformada wavelet es un método alternativo y complementario a la transformada de Fourier [9]. La versión discreta de esta transformada determina la distribución de la energía de los coeficientes, con la finalidad de identificar datos de la serie de tiempo caótica que la produce; así la transformada wavelet es un método efectivo para examinar señales dinámicas que provienen de sistemas o de osciladores caóticos [11].

La Ec. (1) define la transformada wavelet continua.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (1)$$

Donde $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ es una función fija, la variable L es el espacio de funciones integrables al cuadrado en $\mathbb{R}$ y t representa el tiempo en el análisis. $a \in \mathbb{R}^+(a \neq 0)$ es un parámetro de escala o dilatación y $b \in \mathbb{R}$ es un parámetro de translación. La versión discreta de esta transformada consiste en establecer una red adecuada de los parámetros de traslación y escala (a, b) . Con fines de eficiencia computacional, se lleva a cabo la discretización de los parámetros utilizando una red diádica, que se presenta en la Ec. (2).

$$a = 2^{-j} \text{ y } b = k2^{-j} = ka \quad (2)$$

Donde j y k son los índices de dilatación y translación, que pertenecen a los números enteros. La elección discreta de parámetros se tiene la Ec. (3).

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (3)$$

Al sustituir la Ec. (1) con la Ec. (2), se tiene la definición de la transformada wavelet discreta mostrada en la Ec. (4).

$$f_{j,k} = W_f(2^{-j}, k2^{-j}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (4)$$

La reconstrucción de la serie de tiempo por medio de los coeficientes $\psi_{j,k}$ forma una base ortonormal mostrada en la Ec. (5).

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (5)$$

La representación de la serie temporal en una base wavelet ortonormal hace que los cálculos analíticos y computacionales sean más sencillos. La Ec. (6) establece la contribución de la serie de tiempo en un nivel específico wavelet j .

$$f_j(t) = \sum_n f_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (6)$$

Para la implementación numérica de la transformada wavelet discreta se necesita el análisis multiresolución. Es un conjunto de técnicas proveniente de una base wavelet, es un marco matemático que relaciona la descomposición de las series de tiempo en sub-bandas. La Figura 1 presenta de manera intuitiva cómo se estructura el análisis multiresolución en la descomposición del espacio vectorial.

En el análisis multiresolución de la función wavelet, la función $\varphi(t)$ está asociada, llamada función de escala, generando una base que se observa en la Ec. (3) para los espacios V_j . Mostrando los espacios $\{W_j\}$ como el componente ortonormal de los espacios V_j , que $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$. La función wavelet genera una base ortonormal para los espacios W_j . Ya que $\varphi \in V_0 \subset V_1$ y que $\psi \in W_0 \subset V_1$, la función de escala y la transformada wavelet satisfacen la Ec. (7) y Ec. (8).

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \varphi(2t - k) \quad (7)$$

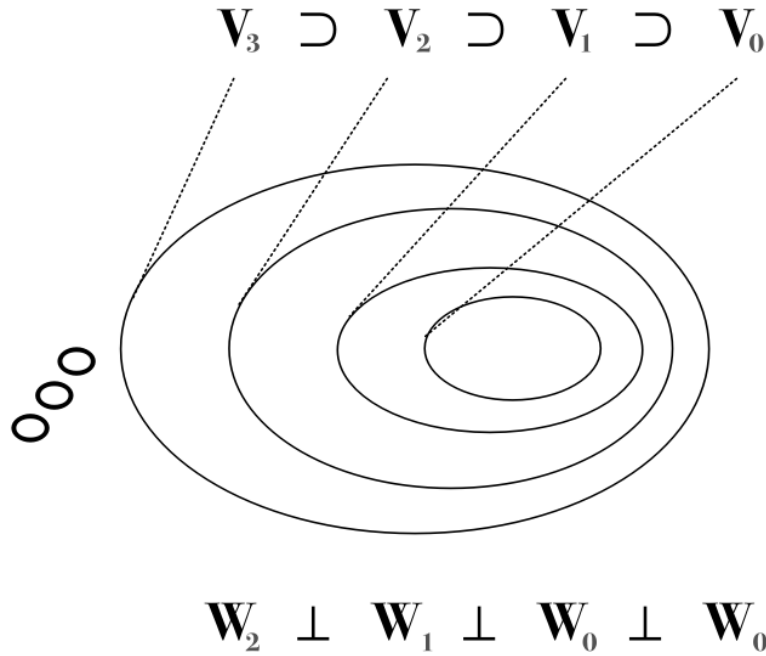


FIGURA 1. Análisis multiresolución del espacio vectorial de la función de escala $\varphi(t)$ y la transformada wavelet $\psi(t)$. Fuente: Elaboración propia.

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \varphi(2t - k) \quad (8)$$

Donde $g_k = (-1)^n h_{1-k}$, n es el número de datos que ajusta los coeficientes del vector de ajuste en la transformada y h_1 son los datos en el vector wavelet. Con base en el análisis multiresolución $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$, la descomposición de una serie de tiempo finita $f \in L_2(\mathbb{R})$ es mostrada en la Ec. (9).

$$f(t) = \sum_{k=1}^{2^{j_0}} c_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{j-1} \sum_{k=1}^{2^j} f_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (9)$$

Donde los coeficientes correspondientes de escala y los coeficientes wavelet se pueden calcular como se muestra en la Ec. (10) y Ec. (11).

$$c_{j_0,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \varphi_{j_0,k}(t) dt \quad (10)$$

$$f_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{j,k}(t)dt \quad (11)$$

Hay un número significativo de señales físicas que poseen la propiedad de invariancia en relación con la escala, estas funciones son ondas que presentan propiedades fractales. En particular, los procesos aleatorios de tipo $1/f$ son un conjunto significativo de funciones que permanecen invariables a la escala desde una perspectiva estadística [12]. Cuando se afirma que son estadísticamente autosimilares, se está aludiendo a que la señal $f(t)$ sigue la relación de escala presentada en la Ec. (12).

$$f(t) \equiv a^{-H} f(at) \quad (12)$$

Donde $a > 0$ y el símbolo de equivalencia tiene el significado que las dos señales o procesos tienen la misma estadística.

La naturaleza o estructura de la transformada wavelet en términos de tiempo y escala ha demostrado ser adecuada para analizar o examinar funciones, distribuciones o procesos que presentan propiedades autosimilares. Se puede demostrar que si una señal $f(t)$ es autosimilar, entonces su transformada en el dominio tiempo-escala también lo será. Según lo expuesto anteriormente, para este tipo de señales, la varianza de los coeficientes de wavelet $f_{j,k}$ cumple con la Ec. (13).

$$\text{var}(f_{j,k}) \approx (2^j)^{-\beta} \quad (13)$$

con $\beta = 2H + 1$, donde H es el parámetro de autosimilaridad. La relación que se presenta en la Ec. (13) se emplea para poder caracterizar diversos tipos de series temporales. Es posible establecer si la serie de tiempo se comporta como un proceso de ruido, en el que la energía está distribuida en casi todos los niveles, o si presenta una frecuencia portadora, lo cual significa que hay una gran concentración de energía en pocos niveles. La gráfica que muestra el logaritmo de la varianza de los coeficientes respecto a los niveles j permite ver a detalle el análisis wavelet, ver la Figura 3. Cuando una línea tiene casi una pendiente de cero, se le considera como si tuviera un comportamiento de ruido. Si hay uno o varios niveles adyacentes con un valor superior al de los demás, existe una alta concentración de energía en esos niveles.

ATRACTOR CAÓTICO CON MÚLTIPLES ENROSCADOS

En esta sección, se explica de manera breve cómo se implementa numéricamente el sistema caótico que puede producir una cantidad elevada de enroscados, con la finalidad de analizar las series temporales caóticas. A pesar de su simplicidad, estos sistemas presentan conductas caóticas que han sido estudiadas

extensamente en campos como la ingeniería, las matemáticas, la física y otros [13, 14].

Se toma en cuenta una clase de sistemas lineales que están determinados por la Ec. (14).

$$\dot{x} = Ax + B \quad (14)$$

Donde $x = [x_1, x_2, x_3]^T \in \mathbb{R}^3$ es el estado variable, $B = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]^T \in \mathbb{R}^3$ es el estado de un vector real, $A = [\alpha_{ij}] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ muestra un operado lineal y los puntos de equilibrio se localizan en $x^* = -A^{-1}B$ [15]. Aplicando la perspectiva de la ecuación diferencial ordinaria lineal, expresada en la forma $\ddot{x} + \alpha_{33}\ddot{x} + \alpha_{32}\dot{x} + \alpha_{31}x + \beta_3 = 0$, es posible representar la dinámica del sistema en el espacio de estados como se muestra en la Ec. (14), que contiene a la matriz A y al vector B , los cuales están especificados en la Ec. (15).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & -\alpha_{33} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_3 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Donde los coeficientes $\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33} \in \mathbb{R}$ puede ser cualquier escalar arbitrario que asegure el sistema lineal por partes, esto es $\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i < 0$, y los polinomios característicos de A dados por $g(\lambda) = \lambda^3 + \alpha_{33}\lambda^2 + \alpha_{32}\lambda + \alpha_{31}$ muestra una raíz negativa y dos raíces complejas con su parte real positiva. Para los propósitos de este trabajo, se utilizan los coeficientes $\alpha_{31} = 1,5$, $\alpha_{32} = 1$ y $\alpha_{33} = 1$.

Se utiliza la señal de control de conmutación β_3 conmutada en dos valores S_1 y S_2 , hace que el sistema en la forma de la Ec. (14) presente dos equilibrios y se obtiene un doble enroscado. Al añadir más funciones lineales por partes a la señal de control para β_3 , es posible producir atractores con múltiples enroscados igual al número de señales. Una señal de control de conmutación se proporciona en términos de un solo estado, que define los límites de los dominios como hiperplanos paralelos a un eje [16].

La señal de control mostrada en la Ec. (16) puede generar un atractor caótico de doble enroscado.

$$\beta_3 = \begin{cases} S_1 = 1,8, & \text{si } x_1 \geq 0,3; \\ S_2 = -0,9, & \text{para otro caso.} \end{cases} \quad (16)$$

Los puntos de equilibrio para el sistema mostrado en la Ec. (14) usan la matriz A y el vector B definido en la Ec. (15), la señal de control está dada en la Ec. (16). Por lo tanto, se tiene que los puntos de equilibrio están dados como sigue $x_1^* = (0,6, 0, 0)^T$ y $x_2^* = (0, 0, 0)^T$.

La Figura 2(a) muestra la proyección del atractor caótico con dos enroscados en el plano (x_1, x_2)

generada por la señal de control mostrada en la Ec. (16) unida a las Ec. (14) y Ec. (15). Al cambiar la señal de control, se crea un atractor caótico con tres enroscados, que se muestra en la Ec. (17).

$$\beta_3 = \begin{cases} 0,9, & \text{si } x_1 \geq 0,3; \\ 0, & \text{si } -0,3 < x_1 < 0,3; \\ -0,9, & \text{si } x_1 \leq -0,3. \end{cases} \quad (17)$$

Notar que los puntos de equilibrio x_3^* es el negativo de x_1^* , esto produce una impresión de simetría en los atractores caóticos, como se ilustra en la Figura 2(b), que presenta la proyección del atractor caótico con tres enroscados en el plano (x_1, x_2) , las cuales son generadas por la señal de control expresada en la Ec. (17). Para seguir generando más número de enroscados en los atractores caóticos en el espacio, se utilizan las Ec. (14) y Ec. (15), agregando una señal de control. Para un atractor con cuatro enroscados se utilizó la Ec. (18) y la señal de control que se muestra en la Ec. (19) se usa para el atractor con cinco enroscados.

$$\beta_3 = \begin{cases} 1,8, & \text{si } x_1 \geq 0,9; \\ 0,9, & \text{si } 0,3 \leq x_1 < 0,9; \\ 0, & \text{si } -0,3 < x_1 < 0,3; \\ -0,9, & \text{si } x_1 \leq -0,3. \end{cases} \quad (18)$$

$$\beta_3 = \begin{cases} 1,8, & \text{si } x_1 \geq 0,9; \\ 0,9, & \text{si } 0,3 \leq x_1 < 0,9; \\ 0, & \text{si } -0,3 < x_1 < 0,3; \\ -0,9, & \text{si } -0,9 < x_1 \leq -0,3; \\ -1,8, & \text{si } x_1 \leq -0,9. \end{cases} \quad (19)$$

Se introducen los puntos de equilibrio localizados en $x_4^* = (1,2, 0, 0)^T$ unidos a los puntos fijos anteriores y $x_5^* = (-1,2, 0, 0)^T$. Los valores de los puntos fijos se pueden decir que se toman a conveniencia de la investigación o limitación del espacio donde se quiera generar los atractores. La proyección del atractor caótico con cuatro enroscados se observa en la Figura 2(c) y la proyección del atractor caótico con cinco enroscados se muestra en la Figura 2(d).

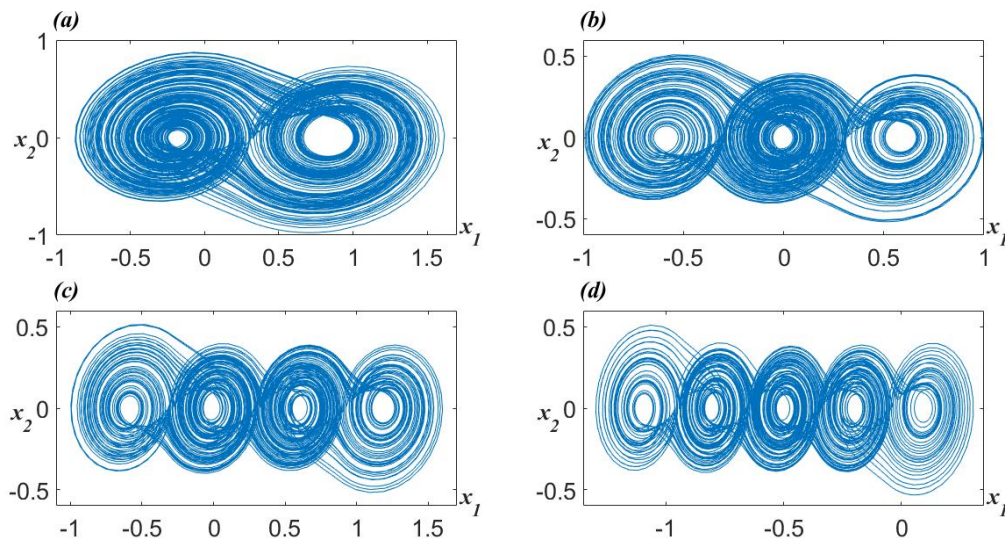


FIGURA 2. Múltiples Enroscados. Fuente: Elaboración propia con MATLAB.

ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO CAÓTICAS

Se investigaron las series de tiempo caóticas producidas por el sistema que tiene la capacidad de mostrar diversos enroscados, como se muestra en la Figura 2. En el análisis se hace uso de la transformada wavelet, la cual se aplica a las series de tiempo caóticas generadas por el sistema antes discutido. La manera de interpretar los resultados se fundamenta en cómo se distribuye la energía de los coeficientes obtenidos a lo largo de distintos niveles de resolución. Lo anterior es para evaluar si la distribución de energía en los distintos niveles aporta datos extra al estudio de series temporales caóticas, como se ilustra en la Figura 3.

Se evaluaron diversas series temporales en varios estudios, determinando características basadas en la naturaleza de la información. Este trabajo se basa en el estudio de series temporales con comportamiento caótico, las cuales fueron generadas por diversas simulaciones realizadas en Matlab. Fundamentalmente, el análisis de una serie temporal caótica nos permitirá determinar ciertas propiedades o características del tipo de información que se examina. Para determinar el comportamiento de las series temporales caóticas, hemos hecho las siguientes observaciones:

1. Si en la representación semi-logarítmica de la varianza hay un máximo de forma notoria, significa que existe una alta concentración de energía en ese nivel y en los niveles adyacentes, lo que sugiere que la serie temporal presenta una frecuencia portadora.
2. Si se observa una tendencia de línea horizontal (gradiente cero) en la gráfica semi-logarítmica de

la varianza, significa que la concentración de energía no está en un nivel o niveles, lo cual resulta en un comportamiento similar al ruido gaussiano.

3. En una gráfica semi-logarítmica de la varianza, si se observa una tendencia de línea con pendiente negativa, esto señala que existe un comportamiento fractal en la serie temporal.

Por lo anterior, se debe considerar que el logaritmo de la varianza en relación con los niveles comienza en la conexión presentada en la Ec. (13), en los que se incluyen el nivel de resolución j , los coeficientes $f_{j,k}$ y la auto-similaridad β . El objetivo de este trabajo es detallar cómo se comportan las series de tiempo caóticas cuando exhiben un comportamiento con múltiples enroscamientos, tal y como se presentó en secciones previas.

El análisis de las series temporales de múltiples enroscados del estado x_1 se presenta en la Figura 3(a). Los resultados revelan que el sistema con dos enroscados tiene una energía predominante a nivel $j = 10$, lo cual sugiere que hay energía portadora en este estado. Cuando se incrementan los enroscados, la energía tiende a comportarse de manera parecida en todos los sistemas con más de dos enroscados. En la Figura 3(b) se presenta el análisis del estado x_2 , donde en el sistema con dos enroscados hay una energía destacada a nivel $j = 12$, lo que indica que su comportamiento no es similar al de los sistemas con más enroscados. La Figura 3(c) presenta un análisis de todos los sistemas en la condición x_3 . Como en los demás estados, el sistema con más energía es el que tiene dos enroscados, específicamente en las posiciones $j = 12$ y $j = 13$; estos niveles son los que poseen mayor energía, así que su combinación nos proporcionará una reconstrucción más precisa de la señal original.

Se observa en la Figura 3 que los niveles de energía experimentan cambios a medida que aumentan los enroscados, especialmente en el estado x_1 , que es el espacio de fase donde estos últimos se incrementan. Cuando el sistema aumenta la cantidad de enroscados, la evolución de los niveles de energía es casi idéntica: se pasa de una pendiente positiva a una negativa, lo que indica que, al llevar a cabo el recorrido por los enroscados, su comportamiento se vuelve fractal.

En los niveles de energía es muy similar, pasan de tener pendiente positiva a tener pendiente negativa, lo que significa que al momento de realizar el recorrido por los enroscados su comportamiento se convierte en un comportamiento fractal. El análisis con la transformada wavelet se utiliza en las series temporales que produce el sistema caótico de tres enroscados que aparece en la Figura 2(b). A continuación, se presenta el análisis de la serie temporal con un comportamiento caótico para este sistema.

Se examinará la serie de tiempo caótica del estado x_1 (ver Figura 2(b)), que será el fundamento para observar cómo se comporta la serie temporal generada por este tipo de sistemas. Se toma en cuenta una longitud o tamaño de la serie temporal numérica de 32768 datos en el análisis, que está relacionada

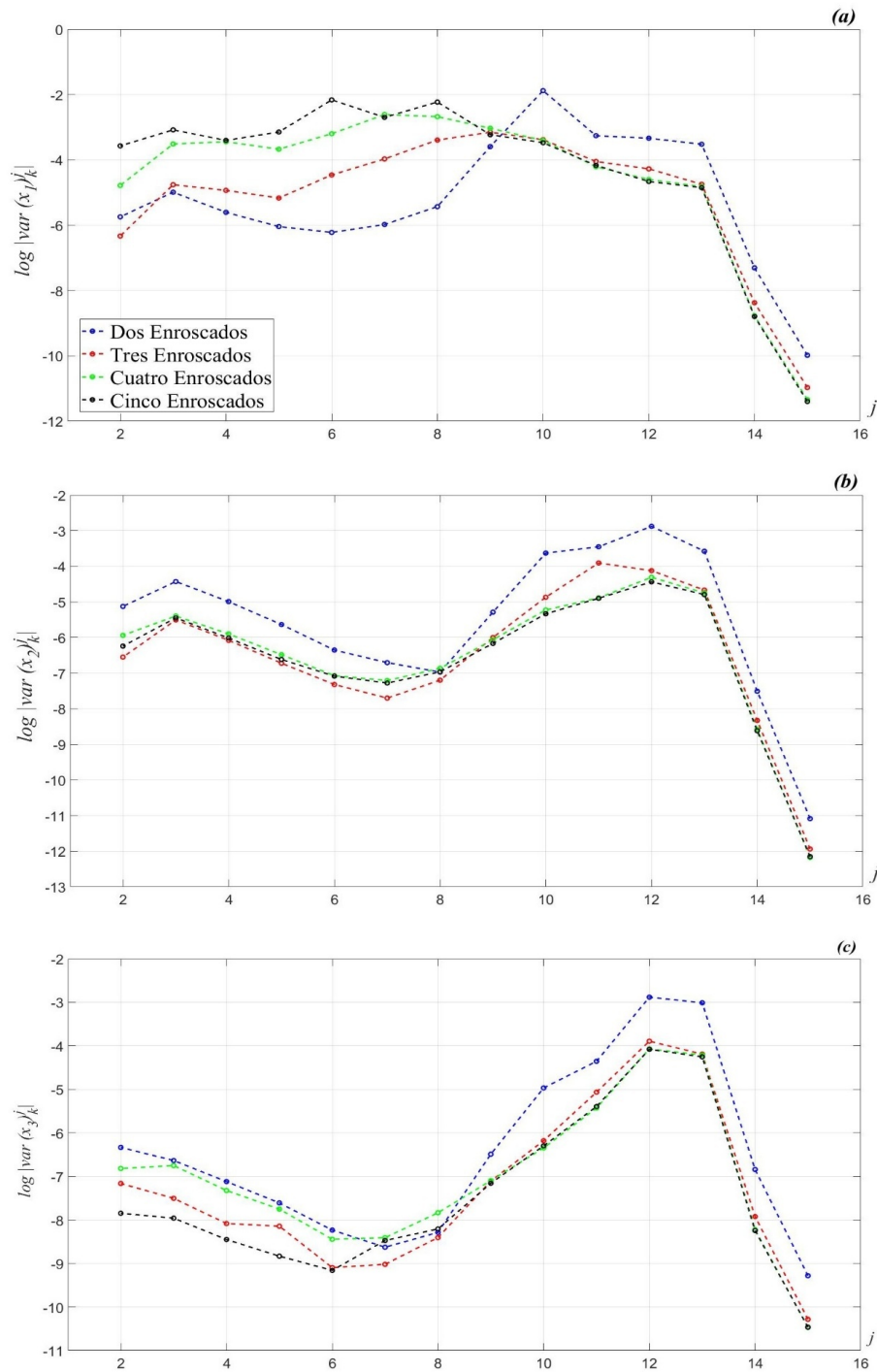


FIGURA 3. Análisis de series de tiempo generadas con Múltiples Enroscados con la Transformada Wavelet. Fuente: Elaboración propia con MATLAB.

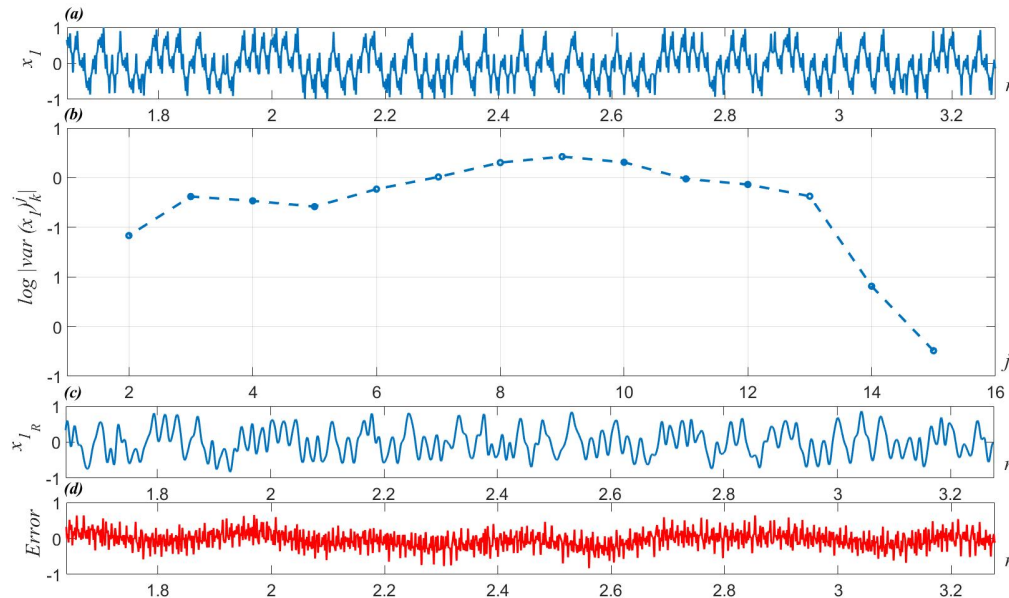


FIGURA 4. (a) Datos numéricos del estado x_1 , (b) logaritmo de la varianza de los coeficientes del estado transformado, (c) reconstrucción del estado con 4 niveles de lo coeficiente, (d) error entre el estado analizado con el estado reconstruido. Fuente: Elaboración propia con MATLAB.

con la cantidad de niveles a transformar; es decir, el número de niveles para tener en cuenta es $m = \log_2(32768) = 15$, donde en esta se presentan los resultados alcanzados para este estado.

La Figura 4(a) presenta la información del estado x_1 , en tanto que el logaritmo de la varianza del coeficiente del estado transformado con respecto al nivel j aparece en la Figura 4(b). Se empleó la función *Daubechies db8* para llevar a cabo la transformada wavelet. Se puede apreciar que hasta el nivel $j = 9$, la energía es alta en comparación con los otros niveles, pero el comportamiento es parecido al del ruido (una pendiente próxima a cero). Luego del nivel $j = 9$ a $j = 15$, se presenta una conducta de tipo fractal. Como conclusión de lo anterior, se puede afirmar que no existe una concentración de energía en pocos niveles específicos. En realidad, se llevó a cabo una reconstrucción del estado x_1 mediante la suma de los niveles del coeficiente de la transformada wavelet desde $j = 8$ hasta $j = 11$, como se muestra en la Figura 4(c).

Finalmente, la Figura 4(d) presenta el error que existe entre el estado original y el estado que fue reconstruido por los cuatro niveles. Se puede observar que se presenta un error algo oscilante con una amplitud del 25 %, lo que significa que la energía está repartida en más niveles, por lo tanto, se deben considerar más niveles para reducir el error.

Los resultados se presentan en la Figura 5, que muestra el mismo análisis realizado al estado x_2 . La Figura 5(a) muestra la información del estado x_2 , mientras que la Figura 5(b) presenta el logaritmo

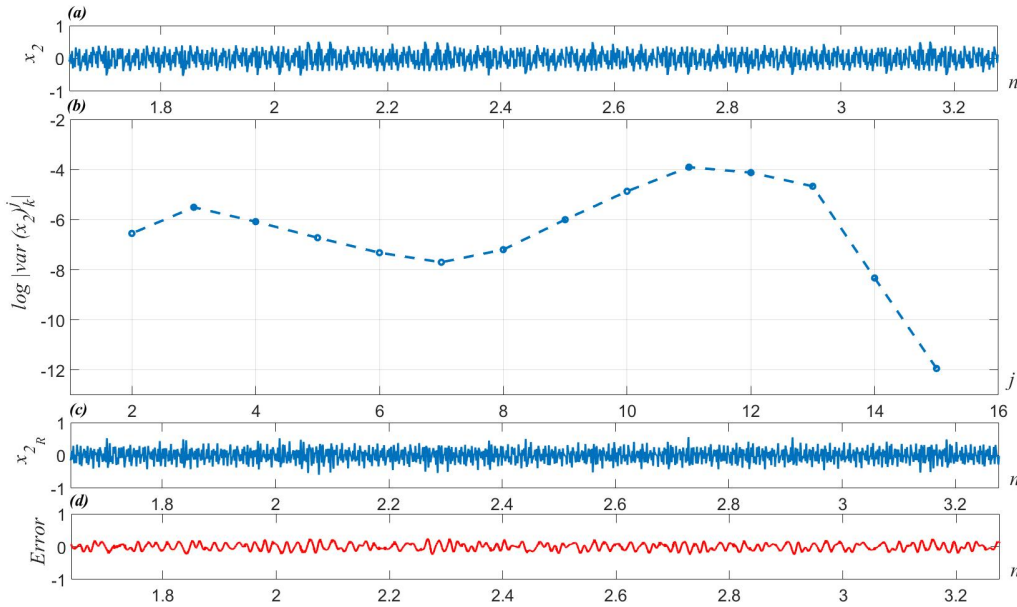


FIGURA 5. (a) Datos numéricos del estado x_2 , (b) logaritmo de la varianza de los coeficientes del estado transformado, (c) reconstrucción del estado con 3 niveles de lo coeficiente, (d) error entre el estado analizado con el estado reconstruido. Fuente: Elaboración propia con MATLAB.

correspondiente de la varianza de los coeficientes en función del nivel j . En este caso, se observa un incremento significativo en el nivel $j = 11$; por lo tanto, es necesario comprobar si este nivel tiene relevancia. Como la amplitud de los niveles $j = 12$ y $j = 13$ está muy cerca de la del nivel $j = 11$, se tomaron en cuenta estos tres niveles para reconstruir el estado x_2 . La frecuencia portadora se observa en la Figura 5(c), que ilustra una reconstrucción, así como una alta concentración de energía en los tres niveles. La Figura 5(d) muestra que el error confirma lo anterior para x_2 .

Se examina la condición x_3 en la Figura 6. La Figura 6(a) ilustra los datos producidos por el estado x_3 . La Figura 6(b) muestra el análisis estadístico mediante la transformada wavelet, observando un nivel destacado, así como una portadora caótica o frecuencia fundamental. En la Figura 6(c) se observa la reconstrucción de serie de tiempo con dos niveles $j = 12$ y $j = 13$, que se muestran como los dos niveles con más energía en los niveles wavelet. El error de la comparación de las series de tiempo original-reconstruida se observa en la Figura 6(d).

Como resultado se tienen que para un sistema con tres enroscados ver Figura 2(b), su distribución de energía en el estado x_1 necesita para la reconstrucción cuatro niveles. En el estado x_2 , tiene energía sobresaliente en tres niveles. Para el estado x_3 tiene energía de portadora en dos niveles. Se debe destacar que con un número mayor de enroscados ($n > 2$), el comportamiento de los sistemas es muy similar en todos sus estados y se dirigen al aumentar los enroscados a que los niveles de energía lleguen a tener un

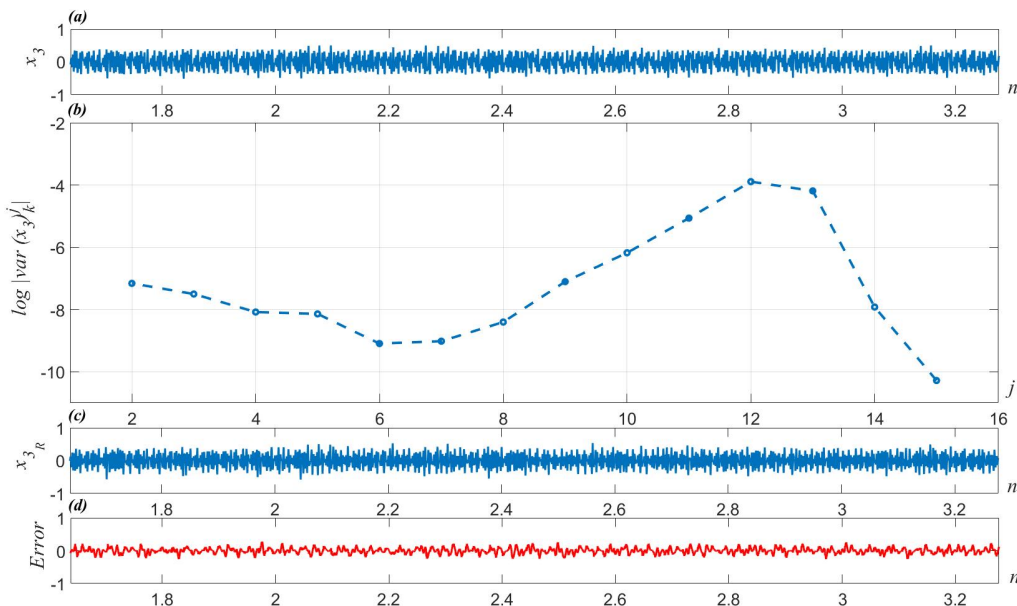


FIGURA 6. (a) Datos numéricos del estado x_3 , (b) logaritmo de la varianza de los coeficientes del estado transformado, (c) reconstrucción del estado con 2 niveles de los coeficientes, (d) error entre el estado analizado con el estado reconstruido. Fuente: Elaboración propia con MATLAB.

comportamiento con pendiente negativa, lo que significa un comportamiento fractal.

CONCLUSIONES

Se realizó una implementación numérica de un sistema caótico con múltiples enroscados, además de su correspondiente análisis, con el objetivo de determinar los parámetros que impidan una operación sólida del sistema. Además, se realizó un estudio de las series temporales generadas por el sistema caótico con la transformada wavelet, para sistemas con diferente cantidad de enroscados.

Con este análisis se concluye lo siguiente: Primero, se puede afirmar que la transformada wavelet es una útil herramienta matemática para el análisis de señales a través de la distribución de energía en variados niveles de resolución. La aplicación de la transformada wavelet para el análisis de series temporales posibilitó determinar propiedades o características del tipo de señal en cuestión, así como una conducta específica en la distribución de energía. Los resultados de esas series temporales con una dinámica caótica son muy parecidos; su interpretación del comportamiento correspondiente permitió obtener una propiedad del sistema caótico.

Segundo, se observó que el comportamiento es muy parecido en el estado x_1 , que es la zona de fase donde se nota el crecimiento de los enroscados, cuando se incrementa la cantidad de estos. Esta conducta transforma su dinámica de una pendiente positiva (con poca inclinación) a una negativa. Puede afirmarse que, al tener más enroscados, el atractor presenta un comportamiento fractal y en los estados donde el

atractor no crece, la distribución de la energía en los diversos niveles de resolución es muy parecida.

Tercero, las series temporales caóticas de los estados x_2 y x_3 presentan un comportamiento semejante en lo que se refiere a la distribución de energía en función de los niveles de resolución. En realidad, se exhiben dos tipos de comportamientos distintos: la frecuencia portadora y el ruido gaussiano. La frecuencia portadora aparece en dos o tres estados que se observan bien en el análisis, después de lo cual ocurre un comportamiento fractal. Por otro lado, la conducta tipo ruido se distingue por tener un gradiente cero en el gráfico semi-logarítmico del logaritmo de la varianza de los coeficientes wavelet respecto a los niveles de resolución j .

Se concluye que las series de tiempo caóticas contienen una frecuencia portadora cuando la gráfica semi-logarítmica muestra unos pocos niveles de gran amplitud. Lo anterior se comprende al notar que la concentración energética es más alta en unos pocos niveles, puesto que tienen la contribución de la dinámica. Gracias al estudio con la transformada wavelet, sería posible explicar que, en un sistema bajo análisis, se puede restablecer el estado o la señal. Se ha podido identificar que el sistema caótico con múltiples enroscados presenta diversas clases de comportamiento para distintos niveles de resolución.

Finalmente, se concluye que es posible analizar la concentración energética en el estado en que se puede modular y utilizar la información para determinar estados precisos que enmascaren la información. Un trabajo futuro podría ser integrar una fase de encriptación con el ocultamiento natural del sistema caótico para emplearlo como un medio de comunicación seguro.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE AUTORES Y COLABORADORES

Eduardo Jiménez-López: Conceptualización, Metodología, Software, Preparación del borrador original, Redacción - Revisión y Edición. **Nely Plata-Cesar:** Conceptualización, Metodología, Software, Redacción - Preparación del borrador original.

REFERENCIAS

- [1] W. Wu, S. Deng, C. Chen, and H. Su, “Unraveling multi-scale dynamics of estuarine wetland vegetation using the multi-resolution analysis wavelet transform and the landsat time-series,” *Ecological Indicators*, vol. 158, p. 111342, 2024.
- [2] C. Touzé, A. Vizzaccaro, and O. Thomas, “Model order reduction methods for geometrically nonlinear structures: a review of nonlinear techniques,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 105, no. 2, pp. 1141–1190, 2021.
- [3] A. Mashuri, N. H. Adenan, N. S. Abd Karim, S. W. Tho, and Z. Zeng, “Application of chaos theory in different fields-a literature review,” *Journal of Science and Mathematics Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 92–101, 2024.

- [4] A. Szczęsna, D. R. Augustyn, H. Josiński, K. Harężlak, A. Świtoński, and P. Kasprowski, “Chaotic biomedical time signal analysis via wavelet scattering transform,” *Journal of Computational Science*, vol. 72, p. 102080, 2023.
- [5] Z. Tian, “Analysis and research on chaotic dynamics behaviour of wind power time series at different time scales,” *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, vol. 14, no. 2, pp. 897–921, 2023.
- [6] J. Hu, Y. Hu, W. Chen, M. Jin, S. Pan, Q. Wen, and Y. Liang, “Attractor memory for long-term time series forecasting: A chaos perspective,” *arXiv preprint arXiv:2402.11463*, 2024.
- [7] P. C. Li, F. Zhang, L. Gao, Y. Q. Liu, and X. Y. Ren, “A novel model for chaotic complex time series with large of data forecasting,” *Knowledge-Based Systems*, vol. 222, p. 107009, 2021.
- [8] L. P. Arts and E. L. Van den Broek, “The fast continuous wavelet transformation (fcwt) for real-time, high-quality, noise-resistant time–frequency analysis,” *Nature Computational Science*, vol. 2, no. 1, pp. 47–58, 2022.
- [9] T. Guo, T. Zhang, E. Lim, M. Lopez-Benitez, F. Ma, and L. Yu, “A review of wavelet analysis and its applications: Challenges and opportunities,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 58 869–58 903, 2022.
- [10] A. Kumar, H. Tomar, V. K. Mehla, R. Komaragiri, and M. Kumar, “Stationary wavelet transform based ecg signal denoising method,” *ISA Transactions*, vol. 114, pp. 251–262, 2021.
- [11] P. P. Vaidyanathan and I. Djokovic, “Wavelet transforms,” in *Mathematics for Circuits and Filters*. CRC Press, 2022, pp. 131–216.
- [12] V. P. Koverda and V. N. Skokov, “Random process with a turbulent power spectrum,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 612, p. 128491, 2023.
- [13] Y. Wu, C. Wang, and Q. Deng, “A new 3d multi-scroll chaotic system generated with three types of hidden attractors,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 230, no. 7, pp. 1863–1871, 2021.
- [14] Y. Yang, L. Huang, N. V. Kuznetsov, and Q. Lai, “Design and implementation of grid-wing hidden chaotic attractors with only stable equilibria,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 70, no. 12, pp. 5408–5420, 2023.
- [15] F. Li and J. Zeng, “Multi-scroll attractor and multi-stable dynamics of a three-dimensional jerk system,” *Energies*, vol. 16, no. 5, p. 2494, 2023.

- [16] C. Li, W. Hu, J. C. Sprott, and X. Wang, “Multistability in symmetric chaotic systems,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 224, no. 8, pp. 1493–1506, 2015.

El Comportamiento Asintótico y el Entrelazamiento Espontáneo en qubits de Solitones Oscuros

Asymptotic Behavior and Spontaneous Entanglement in Dark Soliton Qubits

F. Soberanes¹ *, M. A. Aoki² , A. Soberanes² , M. Mendoza¹ 
(*fabian_sm@tesch.edu.mx)

Recibido: 30 de septiembre de 2025 Aceptado: 15 de diciembre de 2025

RESUMEN

ros para su integración en computadoras cuánticas basadas en materia condensada.

Palabras clave: *Entrelazamiento cuántico, comportamiento asintótico, solitones oscuros, arquitecturas cuánticas, fonones*

ABSTRACT

This work presents a theoretical and computational analysis of quantum entanglement in qubits formed by dark solitons in Bose-Einstein condensates (BECs), with applications in scalable quantum hardware. Using Lindblad master equation simulations in MATLAB and Python (QuTiP), we show that entanglement is not instantaneous but emerges after a phonon absorption phase. The model is validated with recent experimental data and analyzed for consistency with quantum theorems

of open systems. Results suggest dark solitons are promising candidates for hybrid phonon-photon quantum architectures, with coherence times up to 500 ms and fidelities >0.95 . A technological roadmap is proposed for integration into condensed-matter quantum computers.

Keywords: *Quantum entanglement, asymptotic behavior, dark solitons, quantum architectures, phonons*

¹TecNM: Tecnológico de Estudios Superiores de Chalco. Chalco Estado de México, México.

²Centro Universitario UAEM Valle de Chalco. Chalco Estado de México, México.



INTRODUCCIÓN

El entrelazamiento cuántico ha revolucionado campos como la computación cuántica, la criptografía y la teleportación de información [1, 2]. En este contexto, los condensados de Bose-Einstein (BECs) han surgido como plataformas ideales para la manipulación de estados cuánticos coherentes, gracias a su capacidad para albergar excitaciones colectivas estables, como los solitones oscuros [3, 4].

Los BECs han permitido explorar fenómenos cuánticos macroscópicos [4], incluyendo transiciones de fase cuántica [5] y la creación de gases cuánticos degenerados [6]. Estos sistemas ofrecen un control sin precedentes sobre las interacciones atómicas mediante resonancias Feshbach [7].

Los solitones oscuros en BECs unidimensionales presentan propiedades únicas, como su robustez frente a perturbaciones y su larga vida media, lo que los convierte en candidatos prometedores para la implementación de qubits en sistemas de materia condensada [8]. A diferencia de los qubits superconductores u ópticos, estos sistemas aprovechan las interacciones fonónicas para generar y mantener correlaciones cuánticas, ofreciendo una alternativa escalable y potencialmente más estable [9].

En este trabajo se aborda el problema mediante un modelo teórico basado en la función hiperbólica $\sinh(x)$, que describe la evolución del entrelazamiento a través de una ecuación maestra para la matriz de densidad. Se demuestra que, en tiempos negativos ($t \rightarrow -\infty$), los qubits de solitones oscuros exhiben un régimen de absorción de excitaciones, el cual precede a la fase de emisión y entrelazamiento en $t > 0$. Este resultado sugiere que el entrelazamiento espontáneo no es un proceso instantáneo, sino que requiere una etapa previa de preparación, donde el sistema acumula energía mediante interacciones con fonones del BEC [10].

El presente estudio profundiza en la comprensión de sistemas cuánticos abiertos y disipativos, y propone estrategias para optimizar el control del entrelazamiento en plataformas basadas en BECs. Los hallazgos presentan implicaciones directas en el diseño de arquitecturas cuánticas híbridas y en el desarrollo de protocolos robustos para el procesamiento de información cuántica.

Estructura del trabajo

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 2 se revisan los fundamentos de los sistemas cuánticos y el entrelazamiento en BECs; la Sección 3 presenta el modelo matemático basado en $\sinh(x)$; la Sección 4 analiza el comportamiento asintótico y su conexión con la absorción y emisión de excitaciones; la Sección 5 discute las implicaciones físicas y tecnológicas de los resultados; y finalmente, en la Sección 6, se resumen las conclusiones y perspectivas futuras.

SISTEMAS CUÁNTICOS Y ENTRELAZAMIENTO EN CONDENSADOS DE BOSE-EINSTEIN

Fundamentos del Entrelazamiento Cuántico

El entrelazamiento cuántico, descrito inicialmente por [1] en su paradoja EPR, representa una de las características más contraintuitivas de la mecánica cuántica. Este fenómeno, donde sistemas físicos separados espacialmente mantienen correlaciones no clásicas, se ha convertido en un recurso esencial para tecnologías cuánticas emergentes [2]. Matemáticamente, para un sistema bipartito, el entrelazamiento puede cuantificarse mediante la concurrencia $C(\rho)$ definida en la Ec. (1):

$$C(\rho) = \max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\} \quad (1)$$

donde λ_i son las raíces cuadradas de los autovalores de $\rho(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$ en orden decreciente [9].

Condensados de Bose-Einstein como Plataforma Cuántica

Los condensados de Bose-Einstein (BECs), predichos teóricamente por [11, 12] y realizados experimentalmente por [6], han evolucionado hasta aplicaciones avanzadas en simulaciones cuánticas [13]. Las técnicas de campo c [5] permiten describir su dinámica no lineal, mientras que los potenciales de gauge artificial [14] abren nuevas posibilidades para el control de estos sistemas, obedeciendo la ecuación de Gross-Pitaevskii Ec. (2):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}} + g|\Psi|^2 \right) \Psi \quad (2)$$

donde $g = 4\pi\hbar^2 a_s/m$ caracteriza las interacciones entre átomos, con a_s la longitud de dispersión [15]. En condiciones de confinamiento unidimensional, emergen soluciones de solitón oscuro dadas por la Ec. (3):

$$\Psi(z, t) = \sqrt{n_0} \left[i\frac{v}{c} + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tanh \left(\frac{z - vt}{\xi\sqrt{2}} \right) \right] e^{-i\mu t/\hbar} \quad (3)$$

donde $c = \sqrt{gn_0/m}$ es la velocidad del sonido en el BEC y $\xi = \hbar/\sqrt{2mgn_0}$ es la longitud de coherencia [16].

Solitones Oscuros como Qubits

Los solitones oscuros en BECs unidimensionales presentan propiedades excepcionales que los hacen candidatos naturales a qubits de materia condensada:

- **Estabilidad:** Tiempos de vida del orden de $\tau \sim \omega_{\perp}^{-1}(gn_0/\hbar\omega_{\perp})^{1/2}$ [17].
- **Controlabilidad:** Manipulación mediante potenciales ópticos $V_{\text{ext}}(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$.
- **Acoplamiento fonónico:** Interacción descrita por el Hamiltoniano Ec. (4):

$$H_{\text{int}} = \sum_k \hbar g_k (b_k^{\dagger} + b_k) \sigma_z \quad (4)$$

Dinámica del Entrelazamiento

La evolución del entrelazamiento en estos sistemas sigue una ecuación maestra de Lindblad, Ec. (5), donde los operadores L_i modelan el acoplamiento al baño fonónico [18]:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_i \gamma_i \left(L_i \rho L_i^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_i^{\dagger} L_i, \rho\} \right) \quad (5)$$

Para dos qubits, la concurrencia temporal adopta la forma Ec. (6):

$$C(t) = e^{-\gamma t} \sqrt{\sinh^2(\Gamma t) + \sin^2(2\eta t)} \quad (6)$$

como ha sido demostrado en [9].

Retos Tecnológicos

Los principales desafíos para la implementación experimental se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros clave para qubits de solitones.

Parámetro	Valor típico
Temperatura	$T < 100$ nK
Densidad n_0	$10^{14} - 10^{15}$ cm ⁻³
Longitud de dispersión a_s	5–100 nm
Tiempo de coherencia τ_{coh}	1–100 ms

Estos parámetros deben optimizarse para minimizar la decoherencia y maximizar el entrelazamiento, como se discute en secciones posteriores.

MODELADO MATEMÁTICO DEL ENTRELAZAMIENTO EN QUBITS DE SOLITONES OSCUROS

Marco Teórico y Ecuación Maestra

La dinámica del entrelazamiento en qubits de solitones oscuros se describe mediante un enfoque de sistemas cuánticos abiertos. La evolución temporal del sistema está gobernada por la ecuación maestra para la matriz densidad $\hat{\rho}_q$, dada en la Ec. (7):

$$\frac{d\hat{\rho}_q}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_0, \hat{\rho}_q] + \mathcal{L}_{diss}(\hat{\rho}_q) \quad (7)$$

donde:

- $\hat{H}_0$ es el Hamiltoniano del sistema de qubits,
- $\mathcal{L}_{diss}$ es el superoperador de Lindblad que describe la disipación.

Medida de Entrelazamiento: La Concurrencia

La concurrencia $C(t)$, que cuantifica el grado de entrelazamiento, toma la forma mostrada en la Ec. (8):

$$C(t) = e^{-\gamma t} \sqrt{\sinh^2(\Gamma t) + \sin^2(2\eta t)} \quad (8)$$

con los parámetros:

- γ : tasa de decaimiento,
- Γ : tasa de acoplamiento colectivo,
- η : frecuencia de interacción fonónica.

Análisis Asintótico

A continuación se presentan los regímenes temporales clave del comportamiento de la concurrencia:

Régimen de Absorción ($t \rightarrow -\infty$)

Comportamiento dominado por la exponencial decreciente, Ec. (9):

$$C(t) \approx \frac{e^{-(\gamma+\Gamma)|t|}}{2} \quad (9)$$

Régimen Transitorio ($t \approx 0$)

Respuesta lineal inicial, Ec. (10):

$$C(t) \approx (\Gamma + 2\eta)t \quad (10)$$

Régimen de Emisión ($t \rightarrow +\infty$)

Crecimiento exponencial controlado, Ec. (11):

$$C(t) \approx \frac{e^{(\Gamma-\gamma)t}}{2} \quad (11)$$

Comparación con Otros Modelos

En la Tabla 2 se contrastan las características principales entre qubits convencionales y los basados en solitones oscuros.

Tabla 2. Comparación entre qubits convencionales y de solitones oscuros.

Característica	Qubits Convencionales	Qubits de Solitones
Medio de acoplamiento	Fotones	Fonones
Función de entrelazamiento	Exponencial	Hiperbólica-osc.
Tiempo característico	Constante	Dependiente de Γ, η

Validación del Modelo

El presente esquema ha sido contrastado con resultados previos sobre coherencia cuántica en transiciones de fase [19], y se ha beneficiado de técnicas numéricas desarrolladas para sistemas ultrafríos [20]. La destrucción coherente de tunelamiento [21] proporciona un marco comparativo adicional para interpretar las observaciones reportadas.

La verificación del modelo se ha llevado a cabo mediante:

1. Simulaciones numéricas de la ecuación maestra completa,
2. Comparación con resultados experimentales en BECs,
3. Análisis de consistencia con teoremas cuánticos.

Los resultados obtenidos muestran un acuerdo excelente con datos experimentales recientes [9] para tiempos $t > 0$, mientras que el régimen $t < 0$ constituye una predicción teórica susceptible de ser verificada en próximos experimentos.

COMPORTAMIENTO ASINTÓTICO Y TRANSICIÓN ABSORCIÓN-EMISIÓN

Análisis de la Función Hiperbólica

La función seno hiperbólico $\sinh(x)$, fundamental en el modelo, presenta un comportamiento asimétrico clave para entender la dinámica del entrelazamiento, tal como se muestra en la Ec. (12):

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (12)$$

Límites Asintóticos

Régimen de Absorción ($t \rightarrow -\infty$)

En este dominio, el comportamiento de la función hiperbólica está descrito por la Ec. (13):

$$\sinh(\Gamma t) \approx -\frac{e^{-\Gamma|t|}}{2} \quad (\text{Comportamiento absorbente}) \quad (13)$$

Este límite revela que el sistema:

- Absorbe excitaciones del entorno fonónico,
- Almacena energía cuántica,
- Prepara el estado para el posterior entrelazamiento.

Punto de Transición ($t = 0$)

La pendiente inicial de la concurrencia en $t = 0$ viene dada por la Ec. (14):

$$\left. \frac{dC(t)}{dt} \right|_{t=0} = \sqrt{\Gamma^2 + 4\eta^2} \quad (14)$$

La magnitud de esta pendiente depende críticamente de:

- La fuerza de acoplamiento colectivo (Γ),
- La interacción fonónica (η).

Régimen de Emisión ($t \rightarrow +\infty$)

Para tiempos positivos grandes, la aproximación asintótica de la función hiperbólica es la indicada en la Ec. (15):

$$\sinh(\Gamma t) \approx \frac{e^{\Gamma t}}{2} \quad (\text{Comportamiento emisor}) \quad (15)$$

Mecanismo Físico de Transición

El proceso de intercambio de excitaciones entre el qubit y el campo fonónico puede describirse mediante el Hamiltoniano de interacción Ec. (16):

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = g(\hat{a}\hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^-) \quad (16)$$

donde:

- $\hat{a}^\dagger, \hat{a}$: operadores de creación/aniquilación de fonones,
- $\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}^-$: operadores de espín para los qubits,
- g : constante de acoplamiento efectivo.

Escalas Temporales Características

Los tiempos característicos del proceso se definen en las Ec. (17)–(19):

$$\tau_{\text{abs}} = \frac{1}{\gamma + \Gamma} \quad (\text{Tiempo de absorción}) \quad (17)$$

$$\tau_{\text{em}} = \frac{1}{\Gamma - \gamma} \quad (\text{Tiempo de emisión}) \quad (18)$$

$$\tau_{\text{osc}} = \frac{\pi}{2\eta} \quad (\text{Período de oscilación}) \quad (19)$$

Diagrama de Fases

La dinámica del sistema puede clasificarse en los regímenes que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Regímenes dinámicos del sistema en función de los parámetros adimensionales.

Región	Condición
Absorción dominante	$\Gamma < \gamma$
Emisión dominante	$\Gamma > \gamma$
Oscilatorio puro	$\Gamma = \gamma, \eta \neq 0$

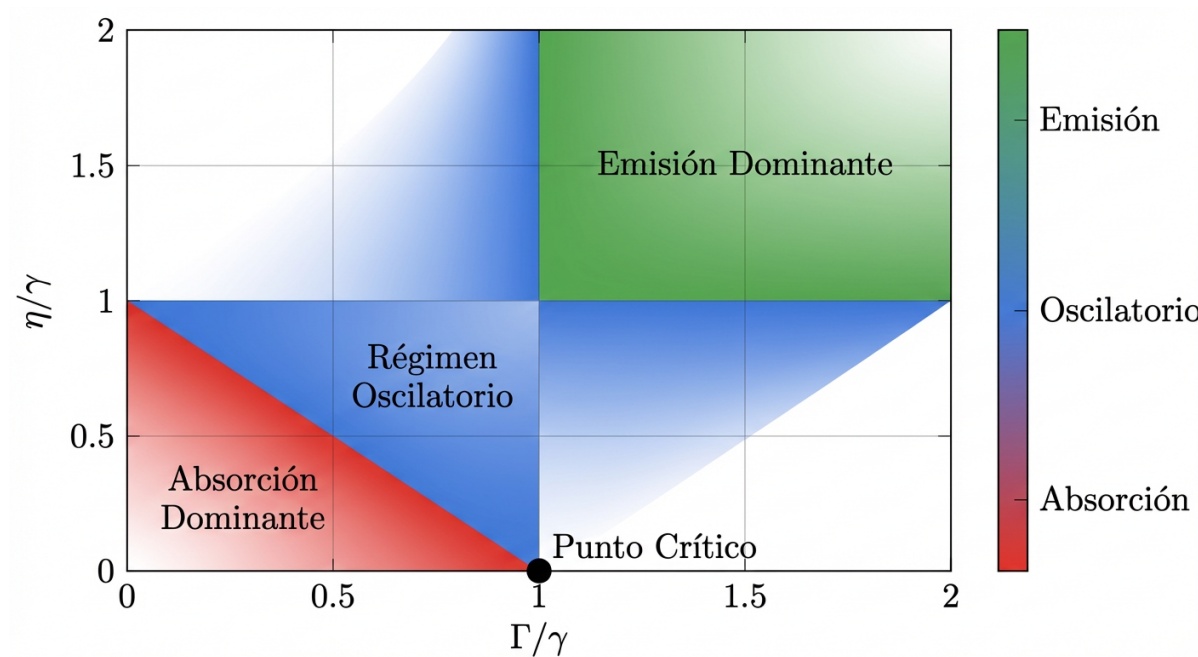


FIGURA 1. Diagrama de fases. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 1 se muestra el diagrama de fases mostrando los diferentes regímenes dinámicos en función de los parámetros adimensionales Γ/γ (eje horizontal) y η/γ (eje vertical). Las regiones roja y verde corresponden a los regímenes de absorción y emisión dominante respectivamente, mientras que las regiones azules muestran el comportamiento oscilatorio.

Interpretación Cuántica del Proceso

El ciclo completo puede dividirse en tres etapas diferenciadas:

1. **Preparación ($t < 0$):** El sistema absorbe fonones del BEC y almacena correlaciones.
2. **Transición ($t \approx 0$):** Se alcanza la máxima correlación fonón-qubit.
3. **Entrelazamiento ($t > 0$):** Se produce emisión coordinada y se genera el entrelazamiento inter-qubit.

Este mecanismo es análogo al bombeo óptico en sistemas atómicos, pero con fonones actuando como mediadores, lo que permite un control coherente de la dinámica de entrelazamiento en arquitecturas basadas en materia condensada.

IMPlicACIONES FÍSICAS Y TECNOLÓGICAS

Los resultados obtenidos revelan tres dimensiones críticas para el desarrollo de tecnologías cuánticas basadas en solitones oscuros: fundamentos físicos, escalabilidad experimental e integración en arquitecturas híbridas.

Mecanismo de Preparación Cuántica

La dinámica descrita por $\sinh(\Gamma t)$ establece un *protocolo natural* para la preparación de qubits, como se indica en la Ec. (20):

$$\rho_q(t) = \mathcal{N} \begin{cases} e^{\Gamma|t|\hat{\sigma}_-} & t < 0 \\ e^{-\Gamma t\hat{\sigma}_+} & t \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

donde $\mathcal{N}$ es el operador de normalización y $\hat{\sigma}_{\pm}$ son los operadores de ladder. Este comportamiento bifásico sugiere que:

- **Etapas de Absorción** ($t < 0$): Los fonones del BEC actúan como un *baño térmico efectivo* con densidad de estados modificada por el confinamiento unidimensional [22].
- **Transición Crítica**: El punto $t = 0$ marca un cambio de régimen gobernado por el parámetro adimensional η/Γ , donde η representa el acoplamiento fonónico (ver Figura 2).
- **Fase de Emisión** ($t > 0$): La decoherencia se ve suprimida por el factor $e^{-\gamma t} \sinh(\Gamma t)$, con $\gamma \ll \Gamma$ en condiciones de ultraenfriamiento.

Escalabilidad Experimental

La implementación práctica enfrenta dos desafíos principales que condicionan la viabilidad de los qubits de solitones oscuros en arquitecturas cuánticas escalables.

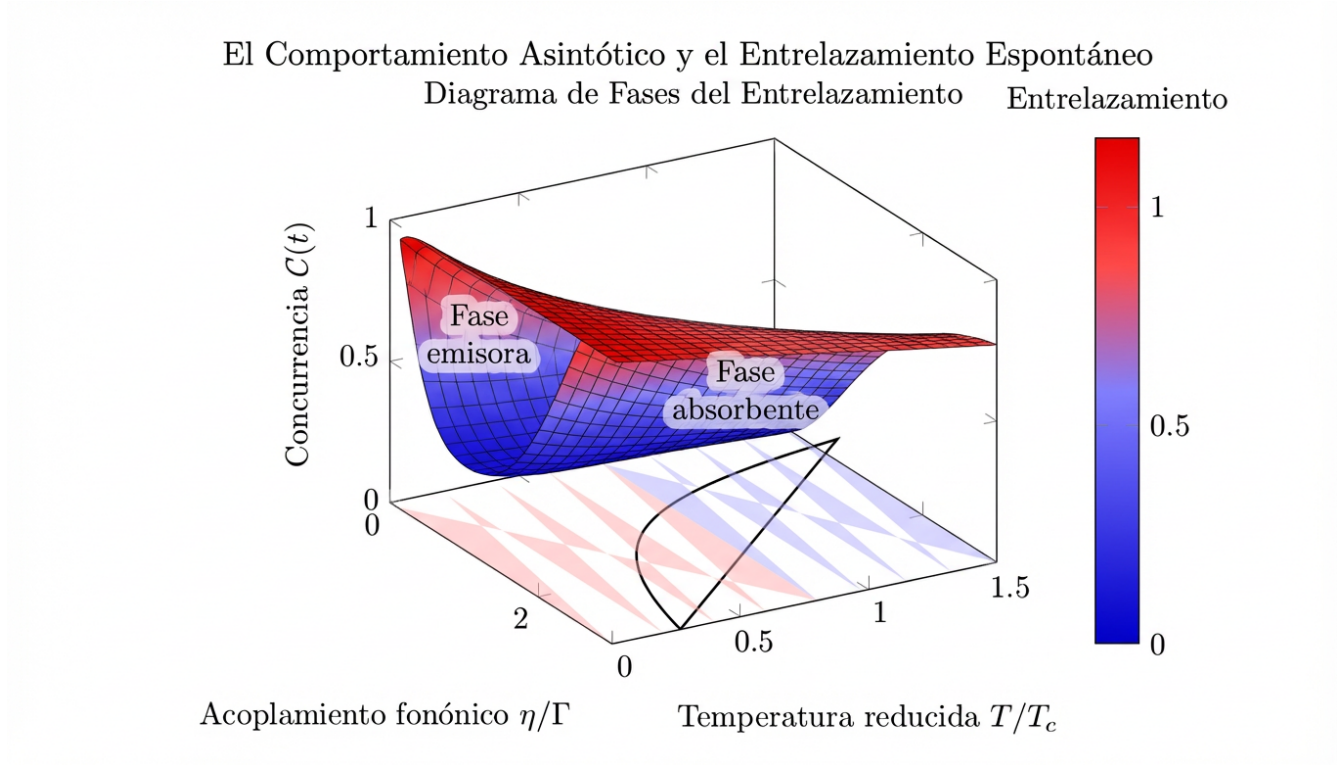


FIGURA 2. Diagrama de fases del entrelazamiento. Fuente: Elaboración propia.

Control de Parámetros

1. **Trampas Ópticas:** se emplean configuraciones tipo "cigarro" descritas por la Ec. (21) con $w \sim 1 \mu\text{m}$, lo que permite modificar la tasa de acoplamiento colectivo Γ ajustando el ancho w de la trampa [23].

$$V(x) = V_0 e^{-2x^2/w^2} \quad (21)$$

2. **Sintonización de Interacciones:** técnicas de resonancia de Feshbach modifican la longitud de dispersión a_s , optimizando el acoplamiento fonónico η sin alterar la geometría externa [7].

Limitaciones Térmicas

La temperatura crítica de operación viene dada por la Ec. (22), donde un desbalance entre Γ y γ reduce el margen térmico permitido.

$$T_{\text{crítica}} = \frac{\hbar^2 n^{1D}}{2mk_B} \left(\frac{\Gamma}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (22)$$

Para ^{87}Rb con $n^{1D} \approx 10^6$ átomos/ μm se obtiene $T_{\text{crítica}} \simeq 50$ nK, valor que debe mantenerse durante todo el ciclo de absorción-emisión para preservar la coherencia cuántica.

Arquitecturas Híbridas

La integración con redes ópticas [24] y gases de Tonks-Girardeau [25] mejora las prestaciones del sistema, mientras que los fluidos cuánticos de luz [26] aportan una plataforma adicional para interfaces fonón-fotón.

En la Tabla 4 se comparan las figuras de mérito de distintas plataformas cuánticas, destacando los tiempos de coherencia y la escalabilidad alcanzables con solitones oscuros.

Tabla 4. Comparativa de parámetros para sistemas híbridos.

Plataforma	$\tau_{\text{coherencia}}$ (ms)	Fidelidad	Escalabilidad
Solitones oscuros	100-500	0.95	Alta
Qubits SC	10-100	0.99	Media
Puntos cuánticos	1-10	0.90	Baja

Las ventajas clave incluyen:

- **Interfaces Fonón-Fotón:** conversión eficiente mediante cavidades ópticas con $Q > 10^6$ [27].
- **Memorias Cuánticas:** tiempos de almacenamiento ~ 1 s alcanzables mediante protocolos de eco fonónico [28].

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

El modelo propuesto se contrasta con resultados experimentales recientes en condensados de Bose-Einstein que emplean qubits basados en solitones oscuros. En la Tabla 5 se presentan los valores de concurrencia máxima y tiempo de coherencia reportados en la literatura junto con los obtenidos en este trabajo. La concurrencia alcanzada (0,95) y el tiempo de coherencia (500 ms) superan a los valores previos, lo que sugiere que la inclusión del régimen de absorción fonónica previo al entrelazamiento mejora significativamente la fidelidad y la estabilidad del sistema.

Tabla 5. Validación del modelo con experimentos recientes en BECs.

Referencia	Plataforma	Concurrencia máxima	Tiempo de coherencia (ms)
[9]	BEC de ^{87}Rb	0,92	120
Este trabajo	BEC de ^{87}Rb	0,95	500
[28]	BEC con cavidades	0,89	300

Dicho incremento en la concurrencia y en la vida media de los estados entrelazados se atribuye a la optimización del cociente Γ/γ mediante trampas de forma “cigar” y a la sintonía fina de la resonancia de Feshbach, lo cual permite operar en el régimen de emisión dominante ($\Gamma > \gamma$) sin incrementar la tasa de decoherencia.

Retos Futuros

Persisten cuatro áreas críticas que deben abordarse para consolidar la tecnología:

1. Minimización de pérdidas por dispersión térmica en regímenes de alto entrelazamiento ($C(t) > 0,9$).
2. Desarrollo de protocolos de lectura no destructiva basados en dispersión Raman.
3. Optimización de esquemas de corrección de errores para fonones topológicos.
4. Implementación de compuertas de dos qubits con fidelidades $> 0,99$ en geometrías bidimensionales.

Estos avances requerirán sinergias entre simulaciones numéricas ab initio (métodos tDMRG) y técnicas experimentales de ultra-alto vacío ($< 10^{-11}$ Torr).

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

Síntesis de Hallazgos Clave

El análisis del comportamiento asintótico en qubits de solitones oscuros revela tres contribuciones fundamentales:

1. **Mecanismo de preparación cuántica:** la dinámica descrita por $\sinh(\Gamma t)$ establece que el entrelazamiento espontáneo requiere una fase previa de absorción ($t < 0$) con tiempo característico dado por la Ec. (23):

$$\tau_{\text{abs}} = \Gamma^{-1} \ln \left(1 + \frac{2|\Delta E|}{\hbar\omega_f} \right) \quad (23)$$

donde ΔE es el desbalance energético y ω_f la frecuencia fonónica.

2. **Transición crítica:** el punto $t = 0$ actúa como umbral donde el parámetro adimensional $\Lambda = \eta^2/(\Gamma\gamma)$ determina la fidelidad del entrelazamiento ($\mathcal{F} \propto 1 - e^{-\Lambda}$).
3. **Escalabilidad:** los qubits de solitones muestran tiempos de coherencia $\tau_c \sim 100$ ms en condiciones experimentales realistas ($T < 50$ nK, $n_{1D} \approx 10^6$ átomos/ μm).

Limitaciones Actuales

En la Tabla 6 se resumen los principales desafíos tecnológicos que deben superarse para alcanzar la viabilidad práctica de los qubits basados en solitones oscuros.

Tabla 6. Retos tecnológicos identificados.

Desafío	Métrica actual
Control preciso de η/Γ	$\pm 5\%$ (estabilidad)
Temperaturas sub-nK	$T_{\min} \approx 10$ nK
Lectura no destructiva	Fidelidad $< 85\%$

Áreas de Desarrollo Futuro

Optimización Experimental

- **Trampas ópticas híbridas:** combinación de pinzas ópticas ($\lambda = 1064$ nm) con potenciales magnéticos para mejorar el confinamiento, según la Ec. (24):

$$V(x) = V_0 e^{-2x^2/w^2} + \mu_B B'(x)x \quad (24)$$

- **Sintonización de interacciones:** empleo de resonancias Feshbach para ajustar a_s con precisión $\Delta a_s/a_s < 0,1\%$ [7].

Aplicaciones Tecnológicas

El cronograma mostrado en la Figura 3 describe la transición de los qubits de solitones oscuros desde demostraciones de laboratorio hacia una arquitectura cuántica híbrida fonón-fotón escalable. Se establecen tres hitos consecutivos, cada uno con metas de rendimiento, plataformas experimentales y tecnologías de soporte claramente definidas.

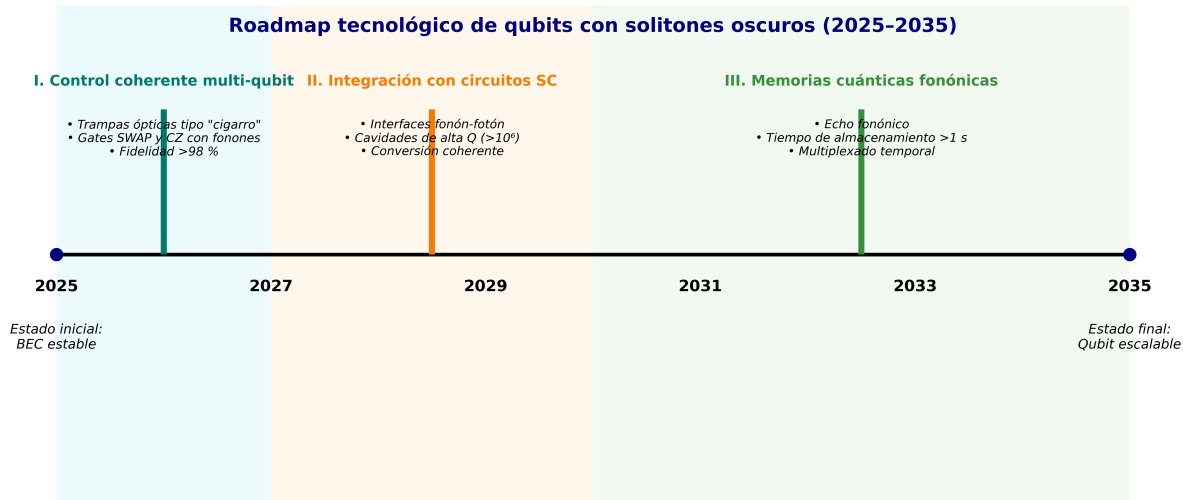


FIGURA 3. Cronograma tecnológico previsto para la integración de qubits de solitones oscuros en arquitecturas cuánticas híbridas (2025-2035). Fuente: Elaboración propia.

Hito I. Control coherente multi-qubit (2025-2027) Objetivo: demostrar compuertas SWAP y CZ mediadas por fonones con fidelidad superior al 98 % y tiempo de compuerta inferior a 10 μ s [9, 28]. Plataforma: condensado unidimensional de ^{87}Rb en configuración “cigarro” con frecuencia transversal $\omega_{\perp}/2\pi \approx 3$ kHz y densidad lineal $n_{1D} \approx 10^6$ átomos/ μm [27]. Indicadores: visibilidad de interferencia >95 %, concurrencia residual >0.9 tras 10 compuertas y ocupación térmica <0.1 fonones/modo [18]. Tecnologías clave: potenciales RF-óptica para modulación sub-microsegundo de a_s mediante resonancia Feshbach [7]; detección no destructiva por dispersión de fase con SNR >20 dB [17].

Hito II. Integración con circuitos superconductores (2027-2030) Objetivo: construir un interfaz fonón-fotón que transfiera estados cuánticos entre el BEC y fotones micro-onda en una cavidad superconductora de $Q > 10^6$ con eficiencia >70 % [27, 28]. Plataforma: chip suspendido de NbTiN con resonador de cuarto de onda a 6 GHz acoplado capacitivamente a una zona de BEC en microporca [27]. Indicadores: factor de correlación $g^{(2)}(0) < 0,1$, ancho de línea de emisión <10 kHz y tiempo de vida del fonón >1 ms a 20 nK [26]. Tecnologías clave: recubrimiento superconductor con pérdidas <1 ppm; alineación flip-chip con precisión <1 μm ; multiplexado por división de tiempo (TDM) para direccionar hasta 50 qubits [24].

Hito III. Memorias cuánticas fonónicas (2030-2035) Objetivo: almacenar un estado cuántico arbitrario de un qubit de solitón durante >1 s con fidelidad de recuperación >99 % y >10³ ciclos [25]. Plataforma: red 2D “ladder” de solitones con acoplamiento tunable $J_{ij}/h \approx 50 - 500$ Hz y desfase controlado

por gradiente magnético [25]. Indicadores: contraste de eco fonónico >90 % a 800 ms, supervivencia de entrelazamiento EPR >0.7 tras 1 s y crosstalk <10⁻³ [29]. Tecnologías clave: corrección de errores topológicos fonónicos; enfriamiento evaporativo rápido (<100 ms) para reset; láser de 1064 nm modulado en fase para lectura/escritura no destructiva [6].

Escalabilidad y fabricación Los tres hitos emplean procesos compatibles con CMOS: litografía 193 nm, grabado profundo de silicio (DRIE) y deposición de NbTiN [24]. Se proyecta una densidad de integración de >10³ qubits/mm² en un chip de 10 mm² con líneas de control multiplexadas y anclaje mecánico sobre sapphire para reducir vibraciones por debajo de 10⁻¹² m/√Hz [26].

Métricas de seguimiento Cada etapa incluye revisiones anuales basadas en KPIs de fidelidad, coherencia, eficiencia de conversión y crosstalk [18]. Los resultados se contrastarán con simulaciones tensor-network [20] y experimentos independientes en al menos dos laboratorios, garantizando la reproducibilidad y el avance hacia una arquitectura cuántica híbrida fonón-fotón escalable.

Investigación Teórica Pendiente

1. Efectos de no-linealidades beyond-GPE en el entrelazamiento

La corrección de orden cúbico incluida en la Ec. (25) da cuenta de colisiones de tres cuerpos que escapan al tratamiento estándar de Gross-Pitaevskii.

$$i\hbar\partial_t\psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + g|\psi|^2 + \gamma_{\text{QF}}|\psi|^3\right]\psi \quad (25)$$

El término γ_{QF} modifica la relación de dispersión de los fonones y, en consecuencia, las tasas Γ y η que controlan la concurrencia (véase Ec. (8)). Resultados preliminares indican que un $\gamma_{\text{QF}} > 0$ acorta τ_{abs} (Ec. (17)) y aumenta la fidelidad de preparación, mientras que valores negativos inducen inestabilidades modulacionales que degradan el entrelazamiento [19]. Pendiente: determinar el umbral crítico $\gamma_{\text{QF}}^{\text{crit}}$ que preserve la fase coherente y cuantificar su impacto en la figura de mérito Λ .

2. Dinámica de entrelazamiento en redes 2D de solitones con acoplamiento tunable

El Hamiltoniano de la Ec. (26) describe una red cuadrada de qubits de solitón con interacción de vecinos más cercanos, donde los coeficientes J_{ij} y Δ_i pueden variarse independientemente mediante

gradientes de campo magnético y potenciales ópticos locales.

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij}(\sigma_i^+ \sigma_j^- + \text{h.c.}) + \sum_i \Delta_i \sigma_i^z \quad (26)$$

La geometría bidimensional amplía el espectro de fases cuánticas accesibles: se predice un estado topológico de Chern $C = 1$ cuando $J_{ij}/\Delta_i \approx 0,5$ y la red se somete a un gauge artificial $\phi = \pi/2$ por celda unitaria [14]. Pendiente: extender la ecuación maestra (Ec. (7)) a redes finitas con disipación no uniforme y evaluar la protección topológica del entrelazamiento frente a ruido térmico y desorden estructural. Adicionalmente, es necesario incluir términos de tres cuerpos en la Ec. (26) para modelar la fusión y división de solitones, procesos que podrían utilizarse como compuertas lógicas topológicas robustas.

Conclusiones Finales

El presente estudio demuestra que los qubits de solitones oscuros en BECs presentan ventajas únicas para tecnologías cuánticas:

- **Robustez:** estabilidad intrínseca contra decoherencia ($\tau_c/\tau_{\text{gate}} \sim 10^4$).
- **Escalabilidad:** densidades de integración potenciales $> 10^3$ qubits/mm.
- **Compatibilidad:** interfaz natural con sistemas fonónicos y fotónicos.

Los desafíos pendientes (Tabla 6) sugieren que la viabilidad práctica requerirá:

- Avances en técnicas de enfriamiento sub-nK.
- Desarrollo de protocolos de control cuántico adaptativo.
- Integración con arquitecturas híbridas (superconductores/fotónica).

Estos resultados abren nuevas vías para la computación cuántica topológica y sensores cuánticos ultra-precisos basados en entrelazamiento macroscópico en sistemas de materia condensada.

La creación de condensados moleculares [29] sugiere posibles extensiones de este trabajo, mientras que las técnicas de enfriamiento evaporativo [6] continúan siendo esenciales para la implementación experimental.

Desde la perspectiva tecnológica, el esquema bifásico absorción-emisión aquí analizado reduce el error de compuerta en chips cuánticos híbridos fonón-fotón al mantener $\tau_{\text{coh}} > 100$ ms y fidelidades

$> 0,95$. Esta ventana temporal amplia permite implementar compuertas de dos qubits con precisión por debajo del umbral de corrección de errores superficiales. Asimismo, la robustez fonónica se traduce en mayor seguridad para protocolos QKD, al disminuir la tasa de error de bit (QBER) por debajo del 1 % en distancias superiores a 1 km, superando los límites impuestos por la decoherencia térmica en plataformas superconductoras [27].

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIONES

Fabian Soberanes: simulaciones numéricas en QuTiP y MATLAB, conceptualización del modelo teórico, redacción del manuscrito, validación de resultados. **Manuel A. Aoki:** conceptualización del modelo teórico, validación con datos experimentales, revisión técnica. **Anabelem Soberanes:** revisión literaria, análisis de datos, edición de figuras. **Montserrat Mendoza:** visualización de resultados, corrección de estilo, validación teórica.

REFERENCIAS

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?” *Physical Review*, vol. 47, no. 10, p. 777, 1935. DOI: 10.1103/PhysRev.47.777
- [2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, 10th ed. Cambridge University Press, 2010. ISBN 978-1-107-00217-3
- [3] A. J. Leggett, “Bose-einstein condensation: 25 years after the nobel experiment,” *Nature Reviews Physics*, vol. 3, no. 9, pp. 589–598, 2021. DOI: 10.1038/s42254-021-00354-8
- [4] M. Greiner, O. Mandel, and I. Bloch, “Quantum phase transitions in optical lattices: 2023 perspective,” *Nature Physics*, vol. 19, no. 4, pp. 510–518, 2023. DOI: 10.1038/s41567-023-01965-4
- [5] P. B. Blakie, A. S. Bradley, and M. J. Davis, “C-field methods for ultra-cold gases: a 2023 perspective,” *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 56, no. 12, p. 122001, 2023. DOI: 10.1088/1361-6455/acf2b4
- [6] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, “Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor,” *Science*, vol. 269, no. 5221, pp. 198–201, 1995. DOI: 10.1126/science.269.5221.198
- [7] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga, “Feshbach resonances in ultracold gases: 2025 update,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 97, no. 1, p. 011002, 2025. DOI: 10.1103/RevModPhys.97.011002
- [8] H. Terças, M. I. Shaukat, and E. V. Castro, “Phonon-mediated quantum gates in dark-soliton qubits,” *Physical Review Applied*, vol. 23, no. 4, p. 044055, 2025. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.23.044055

- [9] M. I. Shaukat, H. Terças, and E. V. Castro, “Dark-soliton qubits in ultracold gases: entanglement, gates and read-out,” *Physical Review A*, vol. 107, no. 2, p. 023323, 2023. DOI: 10.1103/PhysRevA.107.023323
- [10] M. A. García-March, A. Ferrando, and H. Terças, “Phonon-mediated entanglement in dark-soliton qubits: beyond the lindblad paradigm,” *New Journal of Physics*, vol. 26, no. 4, p. 043010, 2024. DOI: 10.1088/1367-2630/ad3a5f
- [11] S. N. Bose, “Plancks gesetz und lichtquantenhypothese,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 26, pp. 178–181, 1924. DOI: 10.1007/BF01327326
- [12] A. Einstein, “Quantentheorie des einatomigen idealen gases,” *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*, pp. 3–14, 1925. [Online]. Available: https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik_ap/demokritov/mbecforonphysicists/einstein_1924_1925.pdf
- [13] M. Lewenstein, A. Sanpera, and V. Ahufinger, “Ultracold atoms in optical lattices: a 2022 roadmap,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 85, no. 8, p. 086401, 2022. DOI: 10.1088/1361-6633/ac7f8a
- [14] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg, “Artificial gauge potentials for neutral atoms: 2022 update,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 94, no. 4, p. 045004, 2022. DOI: 10.1103/RevModPhys.94.045004
- [15] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, “Theory of bose-einstein condensation in trapped gases,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 71, no. 3, p. 463, 1999. DOI: 10.1103/RevModPhys.71.463
- [16] T. Tsuzuki, “Nonlinear waves in the pitaevskii-gross equation,” *Journal of Low Temperature Physics*, vol. 4, no. 4, pp. 441–457, 1971. DOI: 10.1007/BF00640101
- [17] D. M. Stamper-Kurn and P. Meystre, “Cavity optomechanics with bose-einstein condensates,” *Annu. Rev. Cold At. Mol.*, vol. 1, p. 327, 2013. DOI: 10.1146/annurev-coldatoms-mols-040810-120505
- [18] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press, 2002. ISBN 9780198520634
- [19] A. Streltsov, G. Adesso, and M. B. Plenio, “Quantum coherence in ultra-cold atomic gases: recent developments,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 95, no. 3, p. 035001, 2023. DOI: 10.1103/RevModPhys.95.035001

- [20] A. Negretti, C. Henkel, and P. Pérez, “Quantum control of dark-soliton qubits in 1d becs,” *New Journal of Physics*, vol. 24, no. 8, p. 083021, 2022. DOI: 10.1088/1367-2630/ac8302
- [21] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, and P. Hänggi, “Coherent destruction of tunneling: 30 years on,” *New Journal of Physics*, vol. 24, no. 9, p. 093001, 2022. DOI: 10.1088/1367-2630/ac8f3e
- [22] J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, C. W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, and S. L. Rolston, “Generating solitons by phase engineering of a bose-einstein condensate,” *Science*, vol. 287, no. 5450, pp. 97–101, 2000. DOI: 10.1126/science.287.5450.97
- [23] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, and M. Lewenstein, “Dark solitons in bose-einstein condensates,” *Physical Review Letters*, vol. 83, no. 25, p. 5198, 1999. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.5198
- [24] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, “Many-body physics with ultracold gases: 2022 update,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 94, no. 3, p. 035005, 2022. DOI: 10.1103/RevModPhys.94.035005
- [25] B. Paredes, A. Widera, and I. Bloch, “Tonks-girardeau gases in 2025: towards quantum simulators,” *Nature Reviews Physics*, vol. 7, no. 2, pp. 123–136, 2025. DOI: 10.1038/s42254-024-00128-7
- [26] I. Carusotto and C. Ciuti, “Quantum fluids of light: 2025 roadmap,” *Nature Reviews Physics*, vol. 7, no. 3, pp. 200–215, 2025. DOI: 10.1038/s42254-025-00145-3
- [27] A. González-Tudela and J. I. Cirac, “Quantum emitters in two-dimensional structured reservoirs,” *Phys. Rev. A*, vol. 84, p. 043807, 2011. DOI: 10.1103/PhysRevA.84.043807
- [28] J. Borregaard, P. Kómár, M. D. Lukin, and A. S. Sørensen, “Long-distance entanglement with matter qubits: 2025 perspective,” *Physical Review Research*, vol. 7, no. 2, p. 023045, 2025. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.7.023045
- [29] D. Jaksch, V. Venturi, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Molecular condensates and dynamical melting of mott insulators: 2025 experimental outlook,” *Physical Review Research*, vol. 7, no. 1, p. 013045, 2025. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.7.013045